ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

2251

Astronomische Nachrichten,

begründet von

H. C. Schumacher.

Siebenundneunzigster Band.

Herausgegeben von

Professor Dr. **C. A. F. Peters,**
Director der Sternwarte bei Kiel,
und
Dr. **C. F. W. Peters,**
Ers tem Observator der Sternwarte bei Kiel.

Kiel 1880.

Druck von C. F. Mohr (P. Peters) in Kiel.

Digitized by Google

Inhalt.

Nr. 2305.

C. F. W. Peters. Resultate aus Pendelbeobachtungen. 1.

Nr. 2306.

C. F. W. Peters. Resultate aus Pendelbeobachtungen (Fortsetzung). 17.

Nr. 2307.

C. F. W. Peters. Resultate aus Pendelbeobachtungen (Schluss). 33. — *J. Tebbutt.* Eclipses of Jupiter's Satellites. 37. — *W. Doberck.* Formulae for some double stars. 39. — *T. Kobbers.* Elemente und Ephemeride des Planeten (182) Elsbeth. 41. — *Gould.* Schreiben an den Herausgeber. 43. — *C. W. Pritchett.* Observations of Phobos and Deimos. 45. Literarische Anzeige. 47.

Nr. 2308.

C. Schrader. Beobachtungen von Planeten am Meridiankreise der Hamburger Sternwarte. 49. — *B. A. Gould.* On the Great Comet 57. *E. Weiss.* Untersuchungen über den grossen südlichen Cometen von 1880. 61. — Entdeckung eines Cometen. 63.

Nr. 2309.

P. Glan. Ueber ein Spectrotelescop. 65. — *J. F. Julius Schmidt.* Ueber den rothen Streifen auf Jupiter 1879. 67. — *J. F. Julius Schmidt.* Webb's Nebula im Schwan. 69. — *Henry S. Pritchett.* Micrometer Measures of the Diameter of Mars. 69. — *H. Bruns.* Ueber die Umkehrung der Bessel'schen Methode der sphäroidischen Uebertragung. 73. — *H. Seeliger.* Aus einem Schreiben desselben an den Herausgeber 73. — *J. F. Julius Schmidt.* Baxendell's Stern im kleinen Hunde 75. — *J. Tebbutt.* Notice of a Large Comet 75. — *H. Oppenheim.* Elemente des Cometen *a* 1880. 75. — *J. Holetschek u. K. Zelbr.* Elemente und Ephemeride des Cometen *b* 1880. 77. — *P. Tacchini.* Osservazione della cometa *b* 1880. 77. — *K. Zelbr.* Elemente und Ephemeride des Cometen *b* 1880. 79. — *B. Peter.* Beobachtung des Cometen *b* 1880. 79. — *V. Knorre.* Entdeckung zweier Planeten. 79.

Nr. 2310.

J. F. Julius Schmidt. Helligkeit des Planeten Mars. 81. — *C. Bruhns,* Beobachtungen des Cometen 1880*b*. 93. — Anzeige. 95.

Nr. 2311.

August Weiler. Das Problem der drei Körper in der neuen Störungstheorie. 97.

Nr. 2312.

Todes-Anzeige. 113. — Anzeige, betreffend die Herausgabe der Astronomischen Nachrichten. 115. — *Edward C. Pickering.* Observations of the Satellites of Mars. 115. — *H. Oppenheim.* Elemente und Ephemeride des Cometen *b* 1880. 127.

Nr. 2313.

August Weiler. Das Problem der drei Körper in der neuen Störungstheorie (Fortsetzung). 126.

Nr. 2314.

Edward C. Pickering. Observations of the Satellites of Mars, made at the Harvard College Observatory. 145. — *C. H. F. Peters.* Ueber die Helligkeit der Frigga (77). 147. — *v. Oppolzer.* Ueber den periodischen Cometen Winnecke (Comet III. 1819), und das Widerstand leistende Medium. 149. — *C. W. Pritchett.* Conjunctions of the Satellites of Saturn. 153. — *v. Oppolzer.* Schreiben an den Herausgeber. 155. — *P. Tacchini.* Nuove Osservazioni della cometa *b* 1880 (Schäberle). 157. — *S. W. Burnham.* Measures of Sirius. 157. — *E. Millosevich* Elementi parabolici della Cometa Schäberle (*b* 1880). 159. Literarische Anzeige. 159. — Berichtigungen. 159.

Nr. 2315.

August Weiler. Das Problem der drei Körper in der neuen Störungstheorie. (Fortsetzung.) 161.

Nr. 2316.

A. Ferrero. Note sur un procédé pratique pour établir l'accord entre plusieures bases d'une triangulation. 177. — *A. Börsch.* Ueber den Einfluss der Wahl verschiedener Nullrichtungen auf die Ausgleichung von Richtungsbeobachtungen. 181. — *M. Wilh. Meyer.* Bestimmung einer elliptischen Bahn des grossen Cometen 1880*a*. 185. — *P. Tacchini.* Osservazioni di pianeti fatte all' Equatoriale di Merz dell' Osservatorio del Collegio Romano. 187. — *W. Doberck.* Formulae for some double stars. 191. — Berichtigungen. 191.

Nr. 2317.

August Weiler. Das Problem der drei Körper in der neuen Störungstheorie. (Schluss). 193.

Nr. 2318.

Abel Souchon. Sur un point de la théorie analytique du système du Monde. 209. — *Paul Neugebauer.* Oppositions-Ephemeride der (37) Fides. 219. — *Ralph Copeland* und *J. Gerh. Lohse.* Observations of Comet *b* 1880 (Schäberle). 221. — *D. P. Todd.* Berichtigungen zu Crelle's Rechentafeln. 223.

Digitized by Google

Nr. 2319.

Th. v. Oppolzer. Einige Bemerkungen über die anomalen Bewegungserscheinungen einiger Kometen und über das Widerstand leistende Medium. 225. — *C. Bruhns.* Elemente und Ephemeride des Cometen Schäberle 235 — *C. A. Young.* Observations on Comet *b* 1880, made at Princeton Observatory U. S. A. 237. — *S. W. Burnham.* The double star 85 Pegasi. 239. — Berichtigungen. 239.

Nr. 2320.

C. L. Doolittle. Observations of Jupiter's Satellites made at the Sayre Observatory. 241. — *J. Palisa.* Zur Auffindung der Planeten (152) und (137). 253. — *v. Oppolzer.* Ueber den von Wartmann im Jahre 1831 gesehenen Planeten. 253. — *H. A. Gould.* Vergleichsterne für den Encke'schen Cometen. 255. — Berichtigungen. 255. — Notice. 255.

Nr. 2321.

Robert Luther. Kreismicrometer-Beobachtungen am Siebenfüsser zu Düsseldorf $18^{h}7^{m}$ 257. — *Wilh. Luther.* Oppositions-Ephemeride von (84) Klio 1880. 263. — *Th. Bredichin.* Schreiben an den Herausgeber. 265. — *J. M. Schaeberle.* Elemente und Ephemeride des Cometen *b* 1880. 265. — *John Tebbutt.* Observations of Pallas at Windsor N. S. Wales. 269. — Berichtigungen. 271. — Literarische Anzeigen. 271.

Nr. 2322.

H. A. Howe. A new approximate Solution of Kepler's Problem. 273. — *C. Bruhns.* Ableitung der Elemente des Kometen I. 1878. 277. — *P. Tacchini.* Osservazioni di pianeti e ultime osservazioni della cometa *b* 1880. 279. — *W. Doberck.* Elements of ζ Caneri. 283. — *W. Doberck.* Formulae for some double stars. 285. — *B. A. Gould.* Observations of Tempel's Periodic Comet of six years. 287. — Literarische Anzeige. 287.

Nr. 2323.

H. Seeliger. Wahrscheinlichkeitsbetrachtungen über die Vertheilung zufälliger Fehler. 289. — Literarische Anzeige. 303.

Nr. 2324.

M. Jedrzejewicz. Mesures micrométriques des étoiles doubles. 305. — *A. Hall.* Observations of the Companion of Sirius. 319. — *W. Cerasky.* Schreiben an den Herausgeber. 319.

Nr. 2325.

J. Palisa. Beobachtungen auf der Sternwarte von Pola. 321. — *J. Kortazzi.* Beobachtungen des Cometen *b* 1880 (Schäberle). 335. — *O. Lohse.* Schreiben desselben an den Herausgeber. 335. — Berichtigungen. 335.

Nr. 2326.

v. Oppolzer. Elemente und Ephemeride des Winnecke'schen Kometen (III. 1819). 337. — *M. Wilhelm Meyer.* Bahnbestimmung des grossen Cometen 1880 *a*. 343. — *C. Strasser.* Beobachtungen von Planeten an der Sternwarte Kremsmünster. 347.

Nr. 2327.

Rudolf Lehmann-Filhés. Ueber die Vertheilung der Radiationspunkte an der Himmelskugel. 353. — Anzeige. 367.

Nr. 2328.

Rudolf Lehmann-Filhés. Ueber die Vertheilung der Radiationspunkte an der Himmelskugel. (Schluss.) 369. — *A. Marth.* Ephemerides of the five inner Satellites of Saturn. 1880—1881. 371.

Digitized by Google

Astronomische Nachrichten.

Expedition auf der Königlichen Sternwarte bei Kiel.
Herausgeber: Prof. Dr. C. A. F. Peters.

Band 97. **Nr. 2305.** 1.

Resultate aus Pendelbeobachtungen.

Erste Abtheilung.

Bestimmung der Länge des einfachen Sekundenpendels in Altona.

Von *C. F. W. Peters.*

Das Lohmeier'sche Reversionspendel, mit welchem von Herrn Dr. Neumayer während seines Aufenthaltes in Melbourne die Länge des einfachen Sekundenpendels bestimmt ist, wurde im Jahre 1866 der Altonaer Sternwarte überliefert, und ist seitdem in den Besitz derselben übergegangen. Es war wünschenswerth, um zu ermitteln, ob vielleicht constante Fehler in der Pendellänge durch den Apparat entstehen, an einigen Orten in Europa, an welchen vermittelst anderer Apparate bereits die Intensität der Schwere bestimmt war, ebenfalls Beobachtungen anzustellen. Die erste Beobachtungsreihe wurde in Altona während des Sommers 1869 ausgeführt. Ein vorläufiger Bericht über dieselbe befindet sich in Nr. 1810 der Astronomischen Nachrichten.

Die Länge des einfachen Sekundenpendels war in Altona im September und October 1828 von Sabine ermittelt worden. Die Bestimmung geschah vermittelst eines unveränderlichen Pendels, welches vorher und nachher, und zwar im Juli 1828 und August 1829 in Greenwich beobachtet wurde. Die Resultate dieser Untersuchungen sind in den Phil. Trans. of the Roy. Soc. of London, Jahrg. 1830 Part. II mitgetheilt worden.

Sabine beobachtete in Altona in einem nach Süden gelegenen Parterrezimmer des Wohnhauses der Sternwarte. An der südlichen Wand dieses Zimmers wurde eine sehr massive Console von Mahagonyholz befestigt, an welcher die Achatlager, die das Pendel während der Schwingungsbeobachtungen unterstützen, angeschraubt waren. Es wurden Coincidenzen zwischen dem unveränderlichen Pendel und dem Pendel der Breguet'schen Pendeluhr Nr 3405 beobachtet, indem der Beobachter von dem Nebenzimmer aus durch eine Oeffnung in der Wand, also ohne den Raum, in dem sich die zu vergleichenden Pendel befanden, zu betreten, ein Fernrohr auf beide Pendel richtete.

Es fand sich, nach Reduction der Schwingungszeiten auf das Meeresniveau, dass ein Pendel, welches in Greenwich 85970,33 Schwingungen während 24 Stunden mittlerer Zeit ausführt, bei gleicher Temperatur und gleichem Barometerstande in Altona 85978,54 Schwingungen, also 8,21 mehr als in Greenwich ausführte.*)

In Greenwich ist eine absolute Bestimmung der Pendellänge meines Wissens bisher nicht ausgeführt, wohl aber in London, im Hause des verstorbenen Henry Browne, auf Portland Place. Für diesen Platz ist die Pendellänge, auf das Meeresniveau reducirt, = 994,1288.**)

Zwischen Greenwich und dem oben erwähnten Hause in London ist die Differenz der Pendellängen von Sabine zweimal ermittelt; als Resultat fand sich, dass ein und dasselbe Pendel in London 85971,70, und in Greenwich 85972,37 während 24 Stunden mittlerer Zeit machte.***) Diese Schwingungszahlen sind auf die Meeresoberfläche reducirt.

Demnach würde das unveränderliche Pendel in Altona, auf die Meeresoberfläche reducirt, 8,88 Schwingungen in 24 Stunden mittlerer Zeit mehr ausgeführt haben, als in London. Die Länge des einfachen Sekundenpendels für Altona wird demnach = 994,3342.

Das Lohmeier'sche Reversionspendel wurde im Sommer 1869 an derselben Console aufgehängt, welche Sabine bei seinen Beobachtungen benutzt hatte, und die seitdem unverändert an derselben Stelle geblieben war. Das Pendel befand sich während des Schwingens in einem mit Glasthüren versehenen Schranke. Unmittelbar hinter dem untersten Theile des Pendels befand sich die Scale zur Ablesung der Schwingungsweiten, an

*) Mem. of the R. Astr. Soc. Vol VII. P 89.

**) Listing, Neue geom. und dynam. Constanten des Erdkörpers. Göttingen. 1878. P. 51.

***) Mem. of the R. Astr. Soc. Vol. VII P. 88.

Digitized by Google

welcher ein Stück weisses Glanzpapier, das zur Beobachtung der Coincidenzen diente, befestigt war. In der dem Pendel gegenüber liegenden Wand des Zimmers wurde eine quadratische Oeffnung angebracht und durch eine Spiegelscheibe verschlossen, durch welche von nebenliegenden Raume aus die Coincidenzen beobachtet wurden. In diesem Raum, welcher sich durch ganz besonders geringe Temperaturschwankungen anszeichnet, war über der erwähnten Oeffnung an der Wand die Pendeluhr von Ellicott aufgehängt, so dass der unterste, für die Beobachtungen der Coincidenzen eingerichtete Theil ihres Pendels sich nahezu in der Mitte der Wandöffnung befand. Zwischen dem Reversionspendel und dem Uhrpendel befand sich das Objectiv eines Cometensuchers, durch welches dem Beobachter, der ein Fernrohr auf das Uhrpendel eingestellt hatte, der untere Theil des Reversionspendels nebst der Scale zur Ablesung der Schwingungsweiten deutlich sichtbar gemacht wurde.

Vor dem Beginne der Beobachtungen wurden das Reversionspendel, das Objectiv des Cometensuchers, das Uhrpendel und das Fernrohr des Beobachters so gestellt, dass der weisse Fleck an der Skale des Reversionspendels, der Schlitz an dem Uhrpendel, sowie die optischen Achsen des Cometensucherobjectivs und des Beobachtungsfernrohres in eine gerade Linie fielen. Dadurch wurde erreicht, dass bei ruhig hängendem Uhrpendel, wenn das Reversionspendel aus seinen Lagern genommen war, der weisse Fleck an der Skale gerade hinter dem Schlitze am Uhrpendel erschien; wurde dagegen das Reversionspendel eingehängt, so wurde durch den untersten, für die Beobachtung der Coincidenzen bestimmten Theil derselben der weisse Fleck genau verdeckt.

I. Anordnung der Beobachtungen.

Jede Beobachtungsreihe begann mit einer Messung der Entfernung der Schneiden. Um diese auszuführen, wurde der Maassstab in den Comparator gehängt, und nach Verlauf von ungefähr einer Stunde der Werth eines Theils jeder der beiden Mikrometerschrauben, sowie die Entfernung der Nullpunkte der Mikrometer durch je viermalige Einstellung auf je vier verschiedene Striche des Maassstabes ermittelt. Darauf wurde das Pendel in den Comparator gebracht, und wieder nach Verlauf einer Stunde die Entfernung der Schneiden an vier zu diesem Zwecke markirten Stellen durch je viermalige Einstellung gemessen. Nachdem dies geschehen, wurde die Messung am Massstabe wiederholt.

Hierauf wurden die Schwingungen des Pendels, in derselben Lage des schweren Gewichts, wie bei der vorhergehenden Messung, in zwei verschiedenen Stellungen des Pendels, d. h. „Firma dem Beobachter zugekehrt“ und „Firma vom Beobachter abgekehrt“ beobachtet.

Nach Vollendung dieser beiden Beobachtungsreihen wurde wieder eine Messung des Maasstabes, und mit ihr verbunden eine erneute Bestimmung der Entfernung der Schneiden ausgeführt, welche sich von der ersten dadurch unterschied, dass, wenn vorher die Bezeichnung der Firma rechts gewesen war, sie jetzt nach links gebracht wurde, und umgekehrt. Dann wurde das Pendel umgekehrt, sodass der vorher oben befindlich gewesene Theil nach unten kommt, und die Entfernung der Schneiden wieder ermittelt. Zum Schluss wurde wieder der Maassstab eingestellt.

Darauf wurden in derselben Lage des Pendels zwei Reihen von Schwingungsbeobachtungen (Firma vorn und Firma hinten) angestellt, und zum Schluss wieder die Entfernung der Schneiden ermittelt.

Solcher vollständiger Beobachtungsreihen wurden vier angestellt, und zwischen der ersten und zweiten, sowie zwischen der dritten und vierten eine Vertauschung der Schneiden vorgenommen; sodass die Schneiden sich beim Schluss der gesammten Beobachtungen in derselben Lage wie am Anfange befanden. Da nach der Anschraubung der Schneiden dieselben sich möglicherWeise durch das Gewicht des Pendels noch etwas fester in ihre Lage eindrücken können, so wurde nach jeder neuen Befestigung das Pendel an jeder Schneide eine Zeit lang in Schwingungen versetzt, ehe die Beobachtungen begannen. Im Anfange sowie im Verlauf der Messungen und am Schlusse derselben wurde die Horizontalität der Achatplatten, auf denen die Schneiden während der Schwingungen ruhten, durch Aufsetzen eines Niveaus geprüft.

II. Beobachtung der Coincidenzen.

Das Pendel wurde, ohne Oeffnung des Kastens, in dem es sich befand, in Schwingungen von solcher Grösse versetzt, dass seine grössten Ausweichungen gegen die Verticale etwas über 2 Grad betrugen. Darauf wurden drei in verschiedener Höhe bei dem Pendel befindliche Thermometer abgelesen, deren Kugeln in kleine dünnwandige Gefässe voll Quecksilber tauchten, welche an einer neben dem Pendel vertical hängenden Messingstange fest anlagen. Nachdem dies geschehen, wurde der Barometerstand und der Stand des Thermometers am Barometer notirt

Wenn der Schwingungswinkel sich bis auf 1°30′ verringert hatte, begann die Beobachtung der Coincidenzen. Es wurde jede Secunde, bei welcher der weisse Fleck

Digitized by Google

an der Scale völlig durch das Reversionspendel verdeckt erschien, sobald das Uhrpendel sich durch die Verticale bewegte, auf einem Knoblich'schen Chronographen markirt.

Unmittelbar nachdem der weisse Fleck zuerst wieder sichtbar wurde, geschah unter Notirung der Uhrzeit die Ablesung des Schwingungsbogens. Die Scale, an welcher derselbe abgelesen wurde, war genähert in Millimeter getheilt, und zwar wurde durch Messung ermittelt, dass 80 Theile der Scale gleich 80,38 Millimetern waren. Die Ablesungen der Scale sind demnach, um sie in Millimetern zu erhalten, mit $\frac{80.38}{80}$ zu multipliciren. Die Entfernung der oberen Schneide bis zu dem Zeiger, an welchem die Schwingungsweite abgelesen wurde, betrug 1500 Millimeter.

Bezeichnet man nun mit t die Zeit einer auf unendlich kleinen Schwingungsbogen reducirten Schwingung und mit μ die Entfernung der Grenzen der Bewegung des Pendels, sowie sie an der Scale direct abgelesen wurde, so wird die dieser Schwingungsweite entsprechende Schwingungszeit

$$= t\left\{1 + \frac{1}{16}\frac{\mu^2}{\left(3000.\frac{80}{80.38}\right)^2}\right\}$$

$$= t(1 + \alpha\mu^2) \text{ wo } \alpha = \frac{1}{16\left(3000.\frac{80}{80.38}\right)^2}, \text{ und}$$

$\log\alpha = 1.84576-10$ ist.

Hiernach erhalten wir folgende Tabelle für $\alpha\mu^2$:

μ	$\alpha\mu^2$	μ	$\alpha\mu^2$	μ	$\alpha\mu^2$	μ	$\alpha\mu^2$
92	0.0000593	74	0.0000384	56	0.0000220	38	0.0000101
91	581	73	373	55	212	37	096
90	568	72	363	54	204	36	091
89	555	71	354	53	197	35	086
88	543	70	344	52	190	34	081
87	531	69	334	51	182	33	076
86	519	68	324	50	175	32	072
85	507	67	314	49	168	31	067
84	495	66	305	48	162	30	063
83	483	65	296	47	155	29	059
82	471	64	287	46	148	28	055
81	460	63	278	45	142	27	051
80	449	62	269	44	136	26	047
79	438	61	260	43	130	25	044
78	427	60	252	42	124	24	040
77	416	59	244	41	118	23	037
76	405	58	236	40	112	22	034
75	394	57	228	39	107	21	031

Die Schwingungszeit ist ferner abhängig von der Temperatur des Pendels. — Bezeichnet man mit t die auf eine mittlere Temperatur ϑ reducirte Schwingungsdauer, so wird die Schwingungsdauer bei einer andern Temperatur θ sein

$$t\,[1 + (\theta - \vartheta).\tau],$$

wo τ die Zunahme der Schwingungszeit für einen Grad der Temperatur bezeichnet. Diese Grösse τ wurde durch Versuche gefunden, für

Schweres Gewicht unten $\tau = +\ 0.00000964$

Leichtes Gewicht unten $\tau = +\ 0.00001050.$

Für $(\theta - \vartheta)\ \tau$ erhalten wir somit folgende Tabelle.

$\theta - \vartheta$	Schweres Gewicht unten	Leichtes Gewicht unten
$\pm 0°1$ C	+0.0000010	+0.0000011
0.2	19	21
0.3	29	32
0.4	39	42
0.5	48	53
0.6	58	63
0.7	67	74
0.8	77	84
0.9	87	95

1*

Digitized by Google

Bezeichnet demnach t die Dauer einer Schwingung für einen unendlich kleinen Schwingungsbogen und die mittlere Temperatur ϑ, und t_1 die Dauer einer Schwingung für den der Skalenablesung μ entsprechenden Schwingungsbogen und die Temperatur Θ, so ist

$$t_1 = t\,(1 + x\mu^2)\,[1 + (\Theta - \vartheta).\varepsilon],$$

oder mit ausreichender Genauigkeit

$$t_1 = t + t\,[\alpha\mu^2 + (\Theta - \vartheta).\varepsilon], \text{ also}$$

$$\frac{t_1 - t}{t} = \alpha\mu^2 + (\Theta - \vartheta).\varepsilon$$

Der rechte Theil dieser Gleichung wird aus den oben stehenden Tabellen genommen, und so für die Zeit einer jeden Coincidenz die Grösse $\frac{t_1-t}{t}$ ermittelt, wobei Θ gleich dem arithmetischen Mittel der Angaben der drei bei dem Pendel befindlichen Thermometer zur Zeit der Coincidenz und ϑ gleich der mittleren Temperatur während des ganzen Verlaufs der Schwingungsbeobachtung angenommen wurde.

Der Einfluss der Grösse $\frac{t_1-t}{t}$ auf die Schwingungszeit sowie die Ableitung der Grösse t wurde nach bekanntem Verfahren abgeleitet.*)

In der folgenden Zusammenstellung finden sich in der Columne unter der Ueberschrift: „Beobachtete Coincidenzen" die Mittel für die beobachteten Uhrzeiten und die entsprechende Anzahl der von dem Reversionspendel seit der ersten Coincidenz ausgeführten Schwingungen. In den folgenden beiden Columnen giebt μ den Schwingungsbogen in Theilen der Scale, sowie Θ das Mittel der Ablesungen der Thermometer. Alles auf die Zeiten der Coincidenzen reducirt, an. In der vierten Columne ist die aus allen Beobachtungen hervorgehende, wahrscheinlichste Dauer einer Schwingung nach Uhrzeit, auf unendlich kleinen Schwingungsbogen und die mittlere Temperatur reducirt, und die berechneten Zeiten der Coincidenzen gegeben. Die letzte Columne enthält endlich die übrigbleibenden Fehler der berechneten Zeiten.

*) Siehe Bessel, Unters. über die Länge des einf. Secundenpendels § 12, sowie C. A. F. Peters, Astr. Nachr. No. 938 § 6.

1869 Juni 27. Leichtes Gewicht unten. Firma vorn. Barometer = 338.23 Par. L., Therm. am Bar. 15°8 C. — Mittlere Temperatur des Pendels = 15°12 C.

Beobachtete Coincidenzen	μ	Θ	Rechnung 1°0041923	Fehler
0 $23^h\ 4^m30^s5$	73.1	15.11	$23^h\ 4^m30^s5046$	+ 46
473.5 12 26.0	63.1	15.11	12 26.0051	+ 51
709.0 16 22.5	61.0	15.11	16 22.4988	− 12
948.0 20 22.5	58.0	15.11	20 22.5067	+ 67
1184.0 24 19.5	52.1	15.12	24 19.5011	+ 11
1421.0 28 17.5	49.7	15.12	28 17.4990	− 10
1654.5 32 12.0	48.1	15.12	32 11.9819	−181
1898.0 36 16.5	44.1	15.12	36 16.5064	+ 64
2608.5 48 10.0	38.1	15.12	48 9.9937	− 63
2849.5 52 12.0	35.1	15.12	52 12.0063	+ 63
3558.5 0 4 4.0	30.1	15.13	0 4 3.9841	−159
3797.0 8 3.5	28.1	15.13	8 3.4855	−145
4278.0 16 6.5	26.1	15.13	16 6.5045	+ 45
4520.5 20 10.0	24.1	15.13	20 10.0223	+223

1867 Juni 28. Leichtes Gewicht unten, Firma hinten. Barometer = 337.96 Par. L., Therm. am Bar. 16°2 C. — Mittlere Temperatur des Pendels = 15°24 C.

Beobachtete Coincidenzen	μ	Θ	Rechnung 1°0041948	Fehler
0 $1^h38^m53^s5$	68.8	15.20	$1^h38^m53^s5169$	+169
234.0 42 48.5	64.1	15.20	42 48.5056	+ 56
472.0 46 47.5	60.9	15.21	46 47.5104	+104
1175.0 58 33.5	51.4	15.22	58 33.4748	−252
1411.5 2 2 31.0	48.2	15.23	2 2 30.9709	−291
1648.0 6 28.5	44.2	15.23	6 28.4665	−335
2375.5 18 39.0	37.5	15.24	18 39.0268	+268
2611.5 22 36.0	36.0	15.25	22 36.0190	+190
2846.0 26 31.5	34.0	15.25	26 31.5047	+ 47
3088.0 30 34.5	32.0	15.25	30 34.5217	+217
3320.5 34 28.0	30.0	15.26	34 27.9986	− 14
3559.0 38 27.5	29.0	15.26	38 27.5005	+ 5
3796.5 42 26.0	27.4	15.27	42 25.9982	− 18
4035.0 46 25.5	26.0	15.27	46 25.4999	− 1
4271.5 50 23.0	24.0	15.28	50 22.9931	− 69
4509.5 54 22.0	23.0	15.28	54 21.9924	− 76

Digitized by Google

1869 Juni 29. Schweres Gewicht unten, Firma hinten. Barometer = 338,88 Par. L., Therm. am Bar. 16°1 C. Mittl. Temperatur des Pendels = 15°09 C.

Beobachtete Coincidenzen			μ	Θ	Rechnung $1{+}0039424$			Fehler
0	22h	8m31s0	77.6	15°06	22h	8m30s9995	—	5
252.0		12 44.0	74.2	15.06		12 44.0031	+	31
502.5		16 55.5	71.1	15.07		16 55.4999	—	1
753.5		21 7.5	68.5	15.07		21 7.4980	—	20
1005.0		25 20 0	64.1	15.08		25 19.9972	—	28
1257.5		29 33.5	63 0	15.08		29 33.4997	—	3
1511.0		33 48.0	57.1	15 09		33 48.0055	+	55
1761.0		37 59.0	56.0	15.09		37 58.9967	—	33
2014.5		42 13.5	53.5	15.10		42 13.5015	+	15
2265 5		46 25.5	50.5	15.10		46 25.8958	—	42
2518.0		50 39.0	48.6	15.11		50 38.9956	—	44
2771 5		54 53.5	46.0	15.11		54 53.4991	—	9
3024.0		59 7.0	44.0	15.11		59 6.9981	—	19
3533.5	23	7.38 5	40.6	15.12	23	7 38.5133	+	133
3784 0		11 50.0	39.1	15.13		11 50.0038	+	38
4036.0		16 3.0	36.6	15.13		16 2.9999	—	1
4289.5		20 17.5	36.0	15.14		20 17.5018	+	18
4542 0		24 31.0	34.1	15.14		24 30 9995	—	5
4793.5		28 43.5	34.0	15.15		28 43.4932	—	68
5048.0		32 59 0	32.1	15.15		32 58.9987	—	13

1869 Juni 30. Schweres Gewicht unten. Firma vorn. Barometer = 338,79 Par. L., Therm. am Bar. 16°6 C. Mittl. Temperatur des Pendels = 15°32 C.

Beobachtete Coincidenzen			μ	Θ	Rechnung $1{+}0039428$			Fehler
0	0h	48m21s5	74.5	15°28	0h	48m21s4998	—	2
755.0	1	0 59.5	64.5	15.30	1	0 59 5019	+	19
1006.0		5 11.5	61.1	15.31		5 11.4984	—	16
1258.0		9 24.5	58 5	15.31		9 24.4982	—	18
1510.5		13 38.0	55.5	15.32		13 37.9995	—	5
1763.0		17 51.5	53.5	15.33		17 51.5002	+	2
2014.5		22 4.0	51.5	15.33		22 3.9967	—	33
2268.5		26 19 0	49.0	15.34		26 19.0027	+	27
2522.0		30 33.5	45.6	15.35		30 33.5061	+	61
2773.5		34 46 0	44 5	15.36		34 46.0014	+	14
3025.0		38 58.5	42.5	15.36		38 58.4964	—	36
3279.0		43 13.5	42.5	15.37		43 13.5011	+	11
3531.0		47 26.5	40.0	15.38		47 26.4978	—	22
3784.5		51 41.0	38.0	15.38		51 41.0001	+	1
4037.0		55 54.5	36.5	15.39		55 54.4982	—	18
4291.0	2	0 9.5	35.0	15.40	2	0 9.5021	+	21
4543.5		4 23.0	33.0	15.40		4 22.9999	—	1
4796.5		8 37.0	32.5	15.40		8 36.9995	—	5

1869 Juli 3. Schweres Gewicht unten, Firma vorn. Barometer = 339,10 Par. L., Therm. am Bar. 19°1 C. — Mittlere Temperatur des Pendels = 17°42 C.

Beobachtete Coincidenzen			μ	Θ	Rechnung $1{+}0039633$			Fehler
0	22h	37m 6s0	79°5	17.37	22h	37m 5s9999	—	1
499.0		45 27.0	72.6	17.39		45 26.9973	—	27
1000.0		53 50.0	65.0	17.42		53 49.9991	—	9
1501.0	23	2 13.0	59.5	17.44	23	2 12.9980	—	20
1751.5		6 24.5	57 0	17.45		6 24.4966	—	34
2003.0		10 37.0	54.5	17.47		10 36.9988	—	12
2505.0		19 1.0	50.0	17.49		19 0.9979	—	21
3008.0		27 26.0	46.5	17.52		27 25.9997	—	3
3259.0		31 38.0	43.5	17.53		31 37.9981	—	19
3510.5		35 50.5	43.0	17.54		35 50.4983	—	17
3762.5		40 3.5	41.0	17.55		40 3.5003	+	3
4014.0		44 16.0	38.7	17.56		44 16.0000		0
4266.5		48 29.5	37.0	17.58		48 29.5035	+	35
4518.5		52 42.5	35.5	17.59		52 42.5048	+	48
4771.0		56 56.0	33.5	17.60		56 56.0079	+	79

1869 Juli 4. Schweres Gewicht unten, Firma hinten. Barometer = 339,00 Par. L., Therm. am Bar. 19°8 C. — Mittlere Temperatur des Pendels = 18°18 C.

Beobachtete Coincidenzen			μ	Θ	Rechnung $1{+}0039751$			Fehler
0	1h	34m39s5	66.5	18°13	1h	34m39s4998	—	2
499.5		43 1.0	60.1	18.15		43 0.9989	—	11
749.5		47 12.0	58.0	18.17		47 11.9986	—	14
1000.0		51 23.5	55.1	18.18		51 23.4998	—	2
1249.5		55 34.0	53.5	18.19		55 33.9967	—	33
1501.0		59 46.5	50.1	18.21		59 46.5011	+	11
1752.0	2	3 58.5	48.5	18.22	2	3 58.5030	+	30
2002.0		8 9.5	46.1	18.23		8 9.5007	+	7
2253.0		12 21.5	44.5	18.24		12 21.5021	+	21
2504.0		16 33.5	42.6	18.25		16 33.5032	+	32
2752.5		20 43 0	40.6	18.27		20 42.9941	—	59
3006.5		24 58.0	38.1	18.28		24 58.0066	+	66
3255 0		29 7.5	36.6	18.29		29 7.4970	—	30
3508.0		33 21.5	36.0	18.31		33 21.5052	+	52
4007.0		41 42.5	33.1	18.33		41 42.4933	—	67

Digitized by Google

1869 Juli 9. Leichtes Gewicht unten, Firma hinten. Barometer = 341,72 Par. L., Therm. am Bar. 20°2 C. — Mittlere Temperatur des Pendels = 18°78 C.

Beobachtete Coincidenzen			μ	θ	Rechnung 1*0042250		Fehler
0	22h20m39s5		62.5	18°73	22h20m39s5007		+ 7
471.0	28 32.5		55 0	18.75	28 32.5018		+ 18
942.0	36 25.5		49.0	18.77	36 25.5004		+ 4
1177.0	40 21.5		45.5	18.78	40 21.4968		— 32
1413.5	44 19.0		44.0	18.79	44 18.9992		— 8
1649.5	48 16.0		41.5	18.80	48 15.9993		— 7
1886.0	52 13.5		38.1	18 81	52 13 5011		+ 11
2122.0	56 10.5		37.0	18 82	56 10.5005		+ 5
2358.0	23 0	7.5	34.1	18.83	23 0	7.4997	— 3
2594.0	4	4.5	32.5	18 84	4	4.4987	— 13
2831.0	8	2.5	31.0	18.85	8	2.5018	+ 18
3066.5	11 59.0		29.5	18.86	11 58.9983		— 17
3303 0	15 56.5		27.1	18 87	15 56.4930		— 10
3540.5	19 55 0		26.5	18.88	19 55.0037		+ 37
3776.0	23 51.5		25.5	18 89	23 51.4999		— 1
4012 0	27 48.5		24.0	18.90	27 48.4983		— 17
4249.0	31 46 5		23.0	18.91	31 46.5007		+ 7

1869 Juli 10. Leichtes Gewicht unten, Firma vorn. Barometer = 341,58 Par. L., Therm. am Bar. 21°0 C. — Mittlere Temperatur des Pendels = 19°26 C.

Beobachtete Coincidenzen			μ	θ	Rechnung 1*0042256		Fehler
0	0h40m24s5		70.0	19°20	0h40m24s5028		+ 28
470.0	48 16.5		61.6	19.22	48 16.5030		+ 30
939.5	56 8.0		54.1	19.24	56 7.9978		— 22
1176.5	1 0	6.0	51.1	19.25	1 0	6.0038	+ 38
1410.5	4	1.0	48.1	19.26	4	0.9967	— 33
1645.5	7 57.0		46.0	19.26	7 56.9934		— 66
1881.0	11 53.5		43.1	19.27	11 53 4918		— 82
2119.5	15 53.0		40.1	19.28	15 53.0026		+ 26
2355.0	19 49.5		38.1	19.29	19 49.5003		+ 3
2592.0	23 47.5		36.0	19.30	23 47.5042		+ 42
2828.0	27 44.5		33.6	19.30	27 44 5035		+ 35

1869 Juli 12. Schweres Gewicht unten, Firma vorn. Barometer = 337,68 Par. L., Therm. am Bar. 20°8 C. — Mittlere Temperatur des Pendels = 19°54 C.

Beobachtete Coincidenzen			μ	θ	Rechnung 1*0039756		Fehler
0	21h57m35s5		75 6	19°43	21h57m35s5002		+ 2
249.0	22 1 45 5		72.6	19 44	22 1 45.4994		— 6
501.5	5 59.0		68.6	19.45	5 59 0118		+118
998.0	14 17.5		63.1	19.47	14 17.5004		+ 4
1246.0	18 26 5		59.1	19.48	18 26.4927		— 73
1498 0	22 39.5		57 1	19.50	22 39 5004		+ 4
1745.5	26 48.0		54.6	19.51	26 47.9897		—103
1999.0	31 2.5		52.6	19.52	31 2.5025		+ 25
2248.5	35 13.0		49.6	19.53	35 12.9989		— 11
2499 5	39 25.0		47.6	19 54	39 25.0009		+ 9
2750.0	43 36.5		46 5	19.55	43 36.5007		+ 7
3000.0	47 47.5		45.1	19.56	47 47.4983		— 17
3252.0	52 0.5		43.0	19.57	52 0.5036		+ 36
3501.5	56 11.0		41.1	19.58	56 10.7987		— 13
3752.0	23 0 22.5		39.0	19.60	23 0 22.4975		— 25
4003.0	4 34.5		37.1	19.61	4 34.4981		— 19
4255.5	8 48.0		36.0	19.62	8 48.0045		+ 45
4505.5	12 59.0		35.0	19.63	12 59.0008		+ 8
4756.5	17 11.0		33.0	19.64	17 11.0009		+ 9

1869 Juli 13. Schweres Gewicht unten, Firma hinten. Barometer = 337,56 Par. L., Therm. am Bar. 21°5 C. — Mittlere Temperatur des Pendels = 19°95 C.

Beobachtete Coincidenzen			μ	θ	Rechnung 1*0039793		Fehler
0	0h32m48s0		77.0	19°90	0h32m47s9897		—103
1499.5	57 53 5		58.6	19.93	57 53.5053		+ 53
1749.5	1 2 4.5		55.0	19.94	1 2 4.5058		+ 58
1999.0	6 15.0		53.6	19.94	6 15.0037		+ 37
2499.0	14 37.0		49.1	19.95	14 37.0026		+ 26
2749.0	18 48.0		46.0	19.96	18 48.0014		+ 14
2999.0	22 59.0		46.0	19.96	22 58.9999		— 1
3499.5	31 21.5		42.0	19.97	31 21.4985		— 15
3750.5	35 33.5		38.5	19.98	35 33.5002		+ 2
4000.5	39 44.5		37.5	19.98	39 44.4976		— 24
4501.5	48 7.5		35 1	19.99	48 7.4961		— 39
4753.0	52 20.0		34.0	20.00	52 19.9991		— 9

Digitized by Google

1869 Juli 14. Leichtes Gewicht unten, Firma hinten. Barometer = 337,75 Par. L., Therm. am Bar. 19°8 C. — Mittlere Temperatur des Pendels = 18°90 C.

Beobachtete Coincidenzen		μ	ω	Rechnung $1{,}0042236$	Fehler
0	21h14m10s0	81.2	18°89	21h14m10s0009	+ 9
234.5	18 5 5	76.1	18.89	18 5.5015	+ 15
938.5	29 52.5	63.6	18.89	29 52.4992	— 8
1174.5	33 49.5	59.1	18.90	33 49.5022	+ 22
1409.5	37 45.5	55.2	18.90	37 45.5002	+ 2
1645.0	41 42.0	53.0	18.90	41 41.9998	— 2
1880.0	45 38.0	49.1	18.90	45 37.9966	— 34
2117.0	49 36.0	46.5	18 90	49 36.0015	+ 15
2352.5	53 32.5	44.1	18.90	53 32.4996	— 4
2588.5	57 29.5	41.5	18.90	57 29.4994	— 6
2824.5	22 1 26.5	39.1	18 90	22 1 26.4989	— 11
3060.5	5 23.5	36.5	18 90	5 23.4981	— 19
3296.5	9 20.5	35.1	18.90	9 20.4971	— 29
3532.5	13 17.5	33.0	18.91	13 17.4958	— 42
3770.5	17 16.5	31.1	18.91	17 16.5028	+ 28
4007.0	21 14.0	29.5	18.91	21 14.0033	+ 33
4243.5	25 11.5	27.6	18.91	25 11.5036	+ 36
4479.0	29 8.0	26.5	18 91	29 7.9995	— 5

1869 Juli 15. Leichtes Gewicht unten, Firma vorn. Barometer = 338,0 Par. L., Therm. am Bar. 20°9 C. — Mittlere Temperatur des Pendels = 19°14 C.

Beobachtete Coincidenzen		μ	ω	Rechnung $1{,}0042225$	Fehler
0	23h41m15s5	70.1	19°06	23h41m15s5019	+ 19
470.0	49 7.5	62.1	19 08	49 7.5004	+ 4
704.5	53 3.0	58.1	19.09	53 2.9964	— 36
941.0	59 0.5	54.6	19.10	57 0.5001	+ 1
1413.0	0 4 54.5	47.7	19.11	0 4 54.5016	+ 16
1649.5	8 52.0	46.0	19.12	8 52.0038	+ 38
1884.0	12 47.5	42.6	19.13	12 47.4971	— 29
2120.0	16 44.5	40.0	19.14	16 44.4964	— 36
2357.5	20 43.0	38.1	19.15	20 43.0018	+ 18
2593 5	24 40.0	36.5	19.16	24 40.0006	+ 6
2829 0	28 36.5	33 6	19.17	28 36.4971	— 29
3066.0	32 34.5	32.5	19.18	32 34 4996	— 4
3302.5	36 32 0	30.1	19.19	36 31.9999	— 1
3540 0	40 30.5	28.0	19.19	40 30 5043	+ 43
4012.0	48 24.5	26.0	19.21	48 24.4999	— 1
4248.5	52 22.0	24.6	19.22	52 21.9997	— 3
4485.0	56 19.5	23.5	19 23	56 19.4994	— 6

1869 Juli 16. Leichtes Gewicht unten, Firma vorn. Barometer = 337,40 Par. L., Therm. am Bar. 18°2 C. — Mittlere Temperatur des Pendels = 17°48 C.

Beobachtete Coincidenzen		μ	ω	Rechnung $1{,}0042123$	Fehler
0	21h22m54s0	75 2	17°49	21h22m54s0024	+ 24
236.5	26 51.5	70.2	17.49	26 51.5074	+ 74
470.0	30 46.0	66.6	17.49	30 45.9987	— 13
704.0	34 41.0	62.2	17.49	34 40.9911	— 89
943.0	38 41.0	57 2	17.48	38 41.0039	+ 39
1178.0	42 37.0	56.1	17.48	42 36.9990	— 10
1414.5	46 34.5	52.1	17.48	46 34.5001	+ 1
1650.5	50 31.5	48 2	17.48	50 31 4983	— 17
2122.5	58 25.5	43.6	17.48	58 25.4935	— 65
2360.0 22	2 24.0	42.1	18.47	22 2 23.9970	— 30
2599.0	6 24.0	38.3	17.47	6 24.0064	+ 64
2836.0	10 22.0	35.2	17.47	10 22.0069	+ 69
3067.5	14 14.5	34.1	17.47	14 14.4840	—160
3309.0	18 17.0	33.1	17 47	18 17.0032	+ 32
3546.5	22 15.5	32.1	17.47	22 15.5053	+ 53
3783.5	26 13.5	29.4	17.46	26 13.5052	+ 52
4020.5	30 11.5	27.2	17.46	30 11.5047	+ 47
4253 5	34 5 5	26.1	17.46	34 5.4873	—127
4495 0	38 8.0	24.6	17.46	38 8.0056	+ 56

1869 Juli 17. Leichtes Gewicht unten, Firma hinten. Barometer = 337,53 Par. L., Therm. am Bar. 18°5 C.—Mittl. Temperatur des Pendels = 17°54 C.

Beobachtete Coincidenzen		μ	ω	Rechnung $1{,}0042206$	Fehler
0	23h46m56s5	73.7	17°52	23h46m56s4955	— 45
471.0	54 49.5	64.1	17.52	54 49.4990	— 10
716.0	58 55.5	60.1	17.52	58 55.5396	+396
937.0	0 2 37.5	57.2	17.53	0 2 37.4776	—224
1176.5	6 38.0	53.1	17.53	6 37.9935	— 65
1414.0	10 36.5	50.1	17.53	10 36.5003	+ 3
1649.0	14 32.5	47.1	17.53	14 32.4960	— 40
1885.5	18 30.0	43.2	17.53	18 29 9976	— 24
2121.5	22 27.0	43.0	17.53	22 26.9967	— 33
2357.7	26 24.0	39.2	17.54	26 23.9955	— 45
2595.0	30 22.5	37.5	17.54	30 22.5004	+ 4
3068.0	38 17.5	34.0	17.54	38 17.5009	+ 9
3542.5	46 14.0	29.1	17.54	46 14.0069	+ 69
3777.0	50 9.5	28.0	17.55	50 9.4979	— 21
4015.0	54 8.5	27.0	17.55	54 8.5037	+ 37
4250.5	58 5.0	25.1	17.55	58 4.9988	— 12
4487 5	1 2 3.0	25.0	17.55	1 2 3.0001	+ 1

Digitized by Google

1869 Juli 18. Schweres Gewicht unten, Firma hinten. Barometer = 337.73 Par. L., Therm. am Bar. 18°5 C. — Mittlere Temperatur des Pendels = 17°32 C.

Beobachtete Coincidenzen		μ	θ	Rechnung $1°0036594$		Fehler
0	21h48m46s5	76.1	17°28	21h48m46s5019		+ 19
249.5	52 57.0	72.1	17.28	52 56.9993		— 7
500.5	57 9.0	68.7	17.29	57 9.0016		+ 16
751.5	22 1 21.0	65.6	17.29	22 1 21.0032		+ 32
1000.0	5 30.5	62.9	17.30	5 30.4942		— 58
1254.5	9 46.0	60.1	17.30	9 46.0080		+ 86
1501.0	13 53.5	56.6	17.31	13 53.4904		— 96
1754 0	18 7.5	55.1	17.31	18 7.4976		— 24
2006.0	22 20.5	52.0	17.32	22 20.5004		+ 4
2256.5	26 32.0	50.1	17.32	26 31.9967		— 33
2761.0	34 58.5	46.1	17.33	34 58.5024		+ 24
3012.0	39 10.5	44.1	17.33	39 10.4997		— 3
3264.0	43 23.5	42.1	17.34	43 23.5008		+ 8
3516.0	47 36.5	40.1	17.34	47 36.5016		+ 16
3768.0	51 49.5	38.6	17.35	51 49.5021		+ 21
4020.0	56 2.5	36.5	17.35	56 2.5024		+ 24
4272.5	23 0 16.0	36.0	17.36	23 0 16.0045		+ 45
4521.5	4 26.0	34.0	17.36	4 25.9926		— 74

1869 Juli 19. Schweres Gewicht unten, Firma vorn. Barometer = 337.61 Par. L., Therm. am Bar. 19°6 C. — Mittlere Temperatur des Pendels = 17°84.

Beobachtete Coincidenzen		μ	θ	Rechnung $1°0036527$		Fehler
0	0h49m42s5	63.1	17°73	0h49m42s4999		— 1
503.0	58 7.5	57.1	17.76	58 7.5004		+ 4
1006.5	1 6 33.0	53.1	17.79	1 6 33.0010		+ 10
1509.5	14 58.0	47.6	17.82	14 57.9979		— 21
2014.0	23 24.5	44.7	17.85	23 24.4995		— 5
2518.5	31 51.0	40.6	17.88	31 51.0002		+ 2
2771.0	36 4.5	38.0	17.89	36 4.5011		+ 11
3023.0	40 17.5	37.0	17.91	40 17.4998		— 2
3276.0	44 31.5	35.0	17.92	44 31.5023		+ 23
3527.5	48 44.0	34.2	17.94	48 43.9988		— 12
3780.0	52 57.5	33.0	17.95	52 57.4991		— 9

III. Messungen der Entfernung der Schneiden.

Der Comparator ist mit einigen Abänderungen derselbe, welcher in Melbourne benutzt war. An der nördlichen Wand des Zimmers, an welchem das Pendel sich während der Schwingungen befand, wurde ein starkes Brett von altem Eichenholz, von 1,8 Meter Höhe, 0,22 Meter Breite und 0,06 Meter Dicke mit eisernen Klammern befestigt. An dem oberen Theile desselben wurde die Aufhängungsvorrichtung des Pendels und Maassstabes angeschraubt; und 0,5 Meter tiefer befand sich ein Apparat, welcher dazu diente, durch Unterstützung des Maassstabes in der Mitte, seine, wenn auch nur geringe, Ausdehnung durch das eigene Gewicht zu beseitigen, in ähnlicher Weise wie dies bei der zu dem Bessel'schen Fadenpendel gehörigen Toise geschieht.

Der Träger, an welchem die zur Messung der Entfernung der Schneiden dienenden Mikroskope angebracht sind, ist so eingerichtet, dass beide Mikroskope zusammen, aber auch jedes für sich vertical bewegt werden können; durch passend angebrachte Klemmschrauben kann aber der ganze Apparat im Verlaufe einer Messungsreihe zu grosser Stabilität gebracht werden.

Die Mikroskope haben eine 20fache Vergrösserung und sind mit Fadenmikrometern versehen, durch welche man den 60. Theil einer Umdrehung der Schraube direct ablesen kann. Da die scheinbare Grösse der Bewegung der zur Messung dienenden Spinnefäden bei 1 maliger Umdrehung der Mikrometerschraube gleich einem durch das Mikroskop geschenen Millimeter ist, so entspricht ein Theil der Mikrometerschraube dem 660. Theil eines Millimeters

Vor und nach jeder Messung der Entfernung der Schneiden wurde der Maassstab in den Comparator gebracht und daran die Entfernung der Nullpunkte der Mikroskope sowie der Werth eines Theiles der Mikrometerschrauben ermittelt.

Beides geschah auf die Weise, dass an jedem Mikroskope zwei Millimeterstriche des Maassstabes zwischen die parallelen Spinnefäden des Mikrometerapparates gestellt und die Trommel abgelesen wurde. Bei dem untern Mikroskope wurde hierzu stets der Null- und Einstrich, bei dem oberen Mikroskope der Tausend- und Tausendundeinsstrich des Maasstabes benutzt.

(Fortsetzung folgt.)

Inhalt:

Zu Nr. 2305. *C. F. W. Peters.* Resultate aus Pendelbeobachtungen. I.

Kiel. März 31. 1880. — Druck von C. F. Mohr in Kiel.

Digitized by Google

Astronomische Nachrichten.

Expedition auf der Königlichen Sternwarte bei Kiel.
Herausgeber: Prof. Dr. C. A. F. Peters.

Band 97. **Nr. 2306.** 2.

Resultate aus Pendelbeobachtungen.

Erste Abtheilung.

Bestimmung der Länge des einfachen Sekundenpendels in Altona.

Von *C. F. W. Peters.*

(Fortsetzung.)

Der gefundene Werth eines Theils der Mikrometerschraube ist ohne Zweifel abhängig von der Temperatur, welche in geringem Grade die Entfernung der in den Mikroskopen befindlichen Linsen und somit die Vergrösserung der Mikroskope beeinflusst. Einen erheblich grösseren Einfluss, in Anbetracht der geringen Temperaturveränderungen während der ganzen Beobachtungsreihe kann man indessen wohl zufälligen durch erneutes Einhängen des Maassstabes und Pendels in den Comparator bewirkten Distanzverschiedenheiten der Mikroskope von den eingestellten Gegenständen zumessen, selbst wenn die möglichst grösste Sorgfalt auf genaue Focaleinstellung der letzteren gelegt wird. In Folge dessen werden die kleinen im Verlaufe der Messung gefundenen Differenzen in dem Werthe eines Trommeltheils als zufällige Fehler angesehen, und das Mittel aus allen Bestimmungen als wahrscheinlichster Werth für die ganze Dauer der Beobachtungen angenommen werden können. Es fanden sich, in Theilen der eingestellten Intervalle des Maasstabes ausgedrückt, folgende Zahlen für den Werth eines Theils der Mikrometerschraube:

Oben	Unten
0P0015031	0P0015094
15006	15086
15021	14992
15084	14877
15103	15207
15019	15134
14962	14925
14944	14988
14968	15117
14967	14912
14946	14939
14947	14976
15000	15059
15008	15271
15032	14971
14990	14971
14982	14978
14980	14962
14884	14971
15014	15156
Mittel = 0P0014993	Mittel = 0P0015029

Die zu der Bestimmung des Werthes eines Theils der Mikrometerschraube benutzten Intervalle auf der Theilung des Maasstabes wurden durch gütige Vermittelung des Herrn Professor Förster auf dem Bureau der Normaleichungscommission zu Berlin ermittelt, und zwar fand sich das Intervall

oben zu 1.020 Millimeter unten zu 1.034 Millimeter.

Mit diesen Zahlen sind demnach die vorhin gefundenen Grössen 0P0014993 und 0P0015013 zu multipliciren, um den Werth eines Theiles der Schraube, in Theilen des Millimeters ausgedrückt, zu erhalten. Es findet sich auf diese Weise

oben 1P = 0.0015293 Millimeter unten 1P = 0.0015540 Millimeter.

Die Entfernung der Nullpunkte der Mikrometer von dem Null- resp. Tausendstriche des Maasstabes wurde nun folgendermassen gefunden, wobei das Vorzeichen + dahin zu verstehen ist, dass der Null- resp. Tausendstrich sich über dem Nullpunkt des Mikrometers befand (im umkehrenden Mikroskope scheinbar unter demselben).

Digitized by Google

		Oben	Unten
Juni	27	+ 305°64	+ 655°09
		279.02	624.92
	29	325.40	665.09
		332.04	674.62
Juli	1	391.74	734.75
		282.60	619.50
	3	273.16	610.86
		337.66	687.71
	5	340.35	696.92
		279.06	629.49
	11	260.48	616.76
		234.45	583.60
	14	232.59	585.25
		285.56	634.76
	16	289.70	641.44
		209.91	566.54
	18	214.08	572.10
		222.50	571.57
	20	249.05	609.55
		+ 226.81	+ 582.21

In metrischem Maasse ausgedrückt, werden dieselben Entfernungen folgendermassen gefunden:

		Oben	Unten
Juni	27	+ 0mm 4674	+ 1mm 0180
		0 . 4268	0 . 9711
	29	0 . 4976	1 . 0335
		0 . 5078	1 . 0484
Juli	1	0 . 5991	1 . 1418
		0 . 4322	0 . 9627
	3	0 . 4177	0 . 9493
		0 . 5164	1 . 0687
	5	0 . 5205	1 . 0830
		0 . 4268	0 . 9782
	11	0 . 3984	0 . 9584
		0 . 3585	0 . 9069
	14	0 . 3557	0 . 9095
		0 . 4367	0 . 9864
	16	0 . 4430	0 . 9968
		0 . 3210	0 . 8804
	18	0 . 3274	0 . 8890
		0 . 3403	0 . 8882
	20	0 . 3809	0 . 9472
		+ 0 . 3469	+ 0 . 9048

Bezeichnet nun L die Entfernung des Nullstriches vom Tausendstriche auf dem Maassstabe, so wird die Entfernung der Nullpunkte der Mikrometer

			Temp.
Juni	27	L + 0.5506	14°3
		0.5434	14.9
	29	0.5359	14.7
		0.5406	15.7
Juli	1	0.5427	15.2
		0.5305	16.0
	3	0.5316	17.0
		0.5523	17.7
	5	0.5625	17.0
		0.5514	18.5
	11	0.5600	18.6
		0.5484	19.5
	14	0.5538	19.1
		0.5497	19.7
	16	0.5538	18.1
		0.5594	18.4
	18	0.5616	16.9
		0.5479	18.1
	20	0.5663	17.2
		0.5579	17.5

und wir erhalten für dieselbe folgende Mittelwerthe:

			Temp.
Juni	27	L + 0.5474	14°6
	29	0.5382	15.2
Juli	1	0.5366	15.6
	3	0.5420	17.4
	5	0.5570	17.8
	11	0.5542	19.0
	14	0.5518	19.4
	16	0.5566	18.2
	18	0.5548	17.5
	20	0.5621	17.4

Die Entfernung der Schneiden wurde an 4 verschiedenen, symmetrisch gegen die Mitte liegenden und durch Striche markirten Stellen gemessen. Im Nachfolgenden sind die Mittel dieser Messungen gegeben, und zwar bedeutet das Vorzeichen +, dass der Mittelpunkt des Mikrometers sich scheinbar über, also in Wirklichkeit unter der Schneide befand.

Digitized by Google

	In Theilen der Mikrometerschraube		In Millimetern		Temperatur
	Oben	Unten	Oben	Unten	
Juni 27	+740°26	+714°32	+1mm 1321	+1mm 1101	14°5
29	746.34	714.21	1 . 1413	1 . 1099	15.2
29	760.20	732.25	1 . 1626	1 . 1379	15.5
Juli 1	763.38	729.80	1 . 1674	1 . 1341	15.6
3	726.48	705.21	1 . 1110	1 . 0959	17.3
5	737.11	703.99	1 . 1273	1 . 0940	17.4
5	764.20	741.48	1 . 1687	1 . 1523	18.0
11	745.08	712.98	1 . 1394	1 . 1080	18.8

	In Theilen der Mikrometerschraube		In Millimetern		Temperatur
	Oben	Unten	Oben	Unten	
Juli 11	+729°36	+705°68	+1mm 1154	+1mm 0966	19°3
14	724.03	693.04	1 . 1073	1 . 0770	19.2
14	719.82	689.48	1 . 1008	1 . 0715	19.4
16	720.35	692.70	1 . 1016	1 . 0765	18.3
16	679.42	671.98	1 . 0390	1 . 0443	18.4
18	704.93	698.06	1 . 0780	1 . 0848	17.2
18	715.76	708.96	1 . 0945	1 . 1017	17.7
20	711.28	703.67	1 . 0878	1 . 0935	17.4

Für die Entfernung der Schneiden entstehen daher folgende Ausdrücke:

Entfernung der Schneiden.

Juni 27	$L +$	0mm 5474 +	1mm 1321 −	1mm 1101 =	$L +$ 0mm 5694
29		0 . 5382	1 . 1413	1 . 1099	0 . 5696
29		0 . 5382	1 . 1626	1 . 1379	0 . 5629
Juli 1		0 . 5366	1 . 1674	1 . 1341	0 . 5699
3		0 . 5420	1 . 1110	1 . 0959	0 . 5571
5		0 . 5570	1 . 1273	1 . 0940	0 . 5903
5		0 . 5570	1 . 1687	1 . 1523	0 . 5734
11		0 . 5542	1 . 1394	1 . 1080	0 . 5856
11		0 . 5542	1 . 1154	1 . 0966	0 . 5730
14		0 . 5518	1 . 1073	1 . 0770	0 . 5821
14		0 . 5518	1 . 1008	1 . 0715	0 . 5811
16		0 . 5566	1 . 1016	1 . 0765	0 . 5817
16		0 . 5566	1 . 0390	1 . 0443	0 . 5513
18		0 . 5548	1 . 0780	1 . 0848	0 . 5480
18		0 . 5548	1 . 0945	1 . 1017	0 . 5476
20	$L +$	0 . 5621 +	1 . 0875 −	1 . 0935 =	$L +$ 0 . 5564

Nach jeder Einhängung des Pendels oder Maassstabes in den Comparator wurde etwa eine Stunde bis zum Beginne der Messungen gewartet, damit die Temperaturen sich völlig ausglichen. Letztere wurden an drei in verschiedener Höhe angebrachten Thermometern abgelesen, und ausserdem war dadurch, dass der ganze Comparator mit alleiniger Ausnahme der Mikrometer an den Miskroskopen in einem Kasten verschlossen war, jede schädliche Einwirkung der Körperwärme des Beobachters auf den Apparat im Verlaufe der Messungen vermieden.

Das Pendel sowohl, als der Maassstab und der ganze Comparator bestehen aus Messing, und es ist anzunehmen, dass bei geringen Temperaturdifferenzen die Messungen unverändert bleiben. Aber auch eine Reihe von Messungen, die bei nicht unerheblichen Temperaturdifferenzen angestellt sind, lassen keine Spur einer verschiedenen Wärmeausdehnung der drei genannten Apparate erkennen, und somit wird man innerhalb nicht zu weiter Grenzen die Ausdehnungscoefficienten als gleich annehmen können. Da nun die Temperaturen des Pendels während der Schwingungsbeobachtungen nur wenig von den während der Messung der Entfernung der Schneiden abgelesenen abweicht, so werden die oben gefundenen Ausdrücke für die Entfernung der Schneiden auch für diejenigen Temperaturen des Pendels, bei welchen die Schwingungsbeobachtungen stattfinden, ihre Gültigkeit behalten.

IV. Zeitbestimmungen.

Die Ermittelung des Ganges der Ellicott'schen Pendeluhr geschah mit Hülfe des der Sternwarte gehörenden fest im Meridian aufgestellten Repsold'schen Universalinstrumentes, von welchem zu diesem Zwecke die Mikroskope und beim Umlegen störenden Theile abgenommen waren. Südlich von dem Instrument befand

Digitized by Google

sich, gegen rasche Temperaturänderungen durch eine mächtige Strohumhüllung wohl verwahrt, ein Collimator, welcher zur Bestimmung des Collimationsfehlers und in den Fällen, wo kein nördlicher Stern beobachtet werden konnte, auch zur Bestimmung des Azimuths des Universalinstruments dienen sollte. Die Sterndurchgänge wurden auf einem Knoblich'schen Chronographen registirt, die Secundensignale wurden von der Ellicott'schen Uhr selbst gegeben.

Die Resultate der Zeitbestimmungen sind folgende:

Stern	Richtung des Oculars	Zahl der Fäden.	Mittel aller Fäden, auf den Mittelfaden reducirt	Correctionen des Instruments i	k	c	Correction der Durchgangszeit	Corrigirte Durchgangszeit	Mittlere Zeit der Culmination	Uhrfehler
Juni 26.										
α Bootis	O	16	$7^h 49^m 41^s.40$	$+ 0^s.265$	$- 0^s.231$	$- 0^s.124$	$-0^s.05$	$7^h 49^m 41^s.35$	$7^h 49^m 56^s.11$	$+ 14^s.76$
α Cor. bor.	O	16	9 8 56.13				-0.10	9 8 56.03	9 9 10.81	$+ 14.78$
α Serpentis	O	16	9 17 35.45				-0.19	9 17 35.26	9 17 49.96	$+ 14.70$
ϑ Ophiuchi	O	16	9 47 10.70				-0.24	9 47 10.46	9 47 25.21	$+ 14.75$
Juni 27.										
α Bootis	O	16	7 45 45.54	$+ 0.194$	$+ 0.267$	$- 0.194$	$+0.05$	7 45 45 59	7 46 0.20	$+ 14.61$
Juni 28.										
α Cor. bor.	O	16	9 1 4.08	$+ 0.131$	$+ 0.662$	$- 0.129$	$+0.27$	9 1 4.35	9 1 18.98	$+ 14.63$
Juni 29.										
α Bootis	O	16	7 37 52.88	$+ 0.163$	$+ 1.091$	$- 0.135$	$+0.62$	7 37 53.50	7 38 8.35	$+ 14.85$
α Cor. bor.	O	16	8 57 7.70				$+0.54$	8 57 8.24	8 57 23.06	$+ 14.82$
α Serpentis	O	16	9 5 46.76				$+0.76$	9 5 47.52	9 6 2.22	$+ 14.70$
ϑ Ophiuchi	O	16	9 35 22 01				$+0.86$	9 35 22.87	9 35 37.48	$+ 14.61$
η Draconis	O	16	9 50 5.78				-0.30	9 50 5.48	9 50 20.71	$+ 15.23$
ζ Herculis	O	16	10 4 9.67				$+0.50$	10 4 10.17	10 4 24.79	$+ 14.62$
$\varkappa$ Ophiuchi	O	16	10 19 14.16				$+0.74$	10 19 14.90	10 19 29.57	$+ 14.67$
β Draconis	W	16	10 55 9.19	$+ 0.232$		$+ 0.135$	$+0.62$	10 55 9.81	10 55 24.41	$+ 14.60$
μ Herculis	W	16	11 8 57.73				$+0.92$	11 8 58.65	11 9 13.31	$+ 14.66$
γ Draconis	W	16	11 21 10.40				$+0.51$	11 21 10.91	11 21 25.67	$+ 14.85$
Juni 30										
α Bootis	O	16	7 33 57.49	$+ 0.083$	$+ 0.275$	$- 0.123$	$+0.09$	7 33 57.58	7 34 12.44	$+ 14.86$
$\varkappa$ Cor. bor.	O	16	8 53 12.30				$+0.07$	8 53 12.37	8 53 27.15	$+ 14.78$
α Serpentis	O	16	9 1 51.52				$+0.12$	9 1 51.64	9 2 6.32	$+ 14.68$
ϑ Ophiuchi	O	16	9 31 26.80				$+0.14$	9 31 26.94	9 31 41.58	$+ 14.64$
η Draconis	O	11	9 46 9.66				-0.20	9 46 9.46	9 46 24.79	$+ 15.33$
ζ Herculis	O	16	10 0 14.16				$+0.05$	10 0 14.21	10 0 28.89	$+ 14.68$
$\varkappa$ Ophiuchi	O	16	10 15 18.91				$+0.11$	10 15 19.02	10 15 33.67	$+ 14.65$
β Draconis	W	16	10 51 13.47	$+ 0.038$		$+ 0.123$	$+0.25$	10 51 13.72	10 51 28.51	$+ 14.79$
μ Herculis	W	16	11 5 2.36				$+0.31$	11 5 2.67	11 5 17.41	$+ 14.74$
γ Draconis	W	16	11 17 14.75				$+0.26$	11 17 15.01	11 17 29.85	$+ 14.84$
Juli 1.										
α Cor. bor.	O	15	8 49 16.42	$+ 0.138$	$+ 0.308$	$- 0.127$	$+0.13$	8 49 16.55	8 49 31.22	$+ 14.67$
α Serpentis	O	14	8 57 55.61				$+0.19$	8 57 55.80	8 58 10.39	$+ 14.59$
ϑ Ophiuchi	O	16	9 27 30.99				$+0.20$	9 27 31.19	9 27 45.66	$+ 14.47$

Digitized by Google

Stern	Richtung des Oculars	Zahl der Fäden	Mittel aller Fäden, auf den Mittelfaden reducirt	Correctionen des Instruments i	k	e	Correction der Durchgangszeit	Corrigirte Durchgangszeit	Mittlere Zeit der Culmination	Uhrfehler.
Juli 2.										
α Bootis	O	16	7h26m 5s87	+ 0s099	+ 0s693	− 0s086	+0s34	7h26m 6s21	7h26m 20s59	+ 14s38
α Cor. bor.	O	16	8 45 20.78				+0.29	8 45 21.07	8 45 35.30	+ 14.23
α Serpentis	O	16	8 53 59.89				+0.41	8 54 0.30	8 54 14.48	+ 14.18
δ Ophiuchi	O	6	9 23 35.09				+0.46	9 23 35.55	9 23 49.74	+ 14.19
η Draconis	O	12	9 38 18.23				−0.18	9 38 18.05	9 38 32.90	+ 14.85
ζ Herculis	O	14	9 52 22.58				+0.24	9 52 22.82	9 52 37.05	+ 14.23
β Draconis	W	16	10 43 22.00	+ 0.054		+ 0.086	+0.23	10 43 22.23	10 43 36.66	+ 14.43
μ Herculis	W	16	10 57 10.84				+0.43	10 57 11.27	10 57 25.58	+ 14.31
γ Draconis	W	16	11 9 23.33				+0.24	11 9 23.57	11 9 38.02	+ 14.45
Juli 3.										
α Bootis	O	15	7 22 10.42	+ 0.058	+ 0.249	− 0.142	+0.04	7 22 10.46	7 22 24.65	+ 14.19
α Cor. Bor.	O	16	8 41 25.30				+0.01	8 41 25.31	8 41 39.39	+ 14.08
α Serpentis	O	15	8 50 4.45				+0.06	8 50 4.51	8 50 18.55	+ 14.04
δ Ophiuchi	O	16	9 19 39.70				+0.09	9 19 39.79	9 19 53.82	+ 14.03
η Dracon.	O	16	9 34 22.49				−0.29	9 34 22.20	9 34 36.96	+ 14.76
ζ Herculis	O	16	9 48 27.10				−0.01	9 48 27.09	9 48 41.13	+ 14.04
κ Ophiuchi	O	16	10 3 31.76				+0.06	10 3 31.82	10 3 45.92	+ 14.10
β Draconis	W	16	10 39 26.41	+ 0.167		+ 0.142	+0.49	10 39 26.90	10 39 40.73	+ 13.83
μ Herculis	W	16	10 53 15.36				+0.44	10 53 15.80	10 53 29.67	+ 13.87
γ Draconis	W	16	11 5 27.66				+0.49	11 5 28.15	11 5 42.09	+ 13.94
Juli 4.										
α Bootis	O	16	7 18 14.68	+ 0.147	+ 0.574	− 0.069	+0.38	7 18 15.06	7 18 28.75	+ 13.69
α Cor. bor.	O	16	8 37 29.48				+0.35	8 37 29.83	8 37 43.46	+ 13.63
α Serpentis	O	16	8 46 8.60				+0.44	8 46 9.04	8 46 22.64	+ 13.60
Juli 5.										
α Cor. bor.	O	16	8 33 33.84	+ 0.070	+ 0.499	− 0.049	+0.25	4 33 34.09	8 33 47.50	+ 13.41
α Serpentis	O	16	8 42 13.00				+0.36	8 42 13.36	8 42 26.72	+ 13.36
η Draconis	O	16	9 26 31.41				−0.13	9 26 31.28	9 26 45.10	+ 13.82
ζ Herculis	O	16	9 40 35.68				+0.23	9 40 35.91	9 40 49.29	+ 13.38
κ Ophiuchi	O	16	9 55 40.36				+0.34	9 55 40.70	9 55 54.10	+ 13.40
β Draconis	W	15	10 31 35.20	+ 0.145		+ 0.049	+0.32	10 31 35.52	10 31 48.91	+ 13.39
μ Herculis	W	16	10 45 24.05				+0.44	10 45 24.49	10 45 37.85	+ 13.36
γ Draconis	W	16	10 57 36.48				+0.32	10 57 36.80	10 57 50.27	+ 13.47
Juli 9.										
α Bootis	O	16	6 58 33.84	− 0.104	+ 0.422	− 0.087	+0.05	6 58 33.89	6 58 49.13	+ 15.24
δ Ophiuchi	O	16	8 56 3.14				+0.19	8 56 3.33	8 56 18.33	+ 15.00
η Draconis	O	15	9 10 46.05				−0.56	9 10 45.49	9 11 1.37	+ 15.88
ζ Herculis	O	16	9 24 50.58				−0.05	9 24 50.53	9 25 5.62	+ 15.09
κ Ophiuchi	O	16	9 39 55.25				+0.12	9 39 55.37	9 40 10.44	+ 15.07

Digitized by Google

Stern	Richtung des Oculars	Zahl der Fäden	Mittel aller Fäden, auf den Mittelfaden reducirt	Correctionen des Instruments i	k	c	Correction der Durchgangszeit	Corrigirte Durchgangszeit	Mittlere Zeit der Culmination	Uhrfehler
β Draconis	W	12	10h15m50s32	— 0s059		+ 0.087	+0s04	10h15m50s36	10h16m 5s22	+ 14.86
μ Herculis	W	16	10 29 38.98				+0.22	10 29 39.21	10 29 54.20	+ 14.99
γ Dracon.	W	16	10 41 51.56				+0.05	10 41 51.61	10 42 6.59	+ 14.98
Juli 10.										
α Bootis	O	7	6 54 37.95	— 0.063	+ 0.121	— 0.157	—0.17	6 54 37.78	6 54 53.20	+ 15.42
δ Ophiuchi	O	15	8 52 7.18				—0.10	8 52 7.08	8 52 22.43	+ 15.35
η Draconis	O	15	9 6 49.78				—0.53	9 6 49.25	9 7 5.43	+ 16.18
Juli 11.										
α Bootis	O	15	6 50 34.39	— 0.008	— 0.118	— 0.090	—0.19	6 50 34.20	6 50 57.28	+ 23.08
δ Ophiuchi	O	16	8 48 3.84				—0.20	8 48 3.64	8 48 26.50	+ 22.86
β Draconis	O	15	9 2 45.92				—0.20	9 2 45.72	9 3 9.48	+ 23.76
Juli 17.										
δ Ophiuchi	O	16	8 24 27.59	— 0.066	+ 0.103	— 0.037	—0.00	8 24 27.59	8 24 51.00	+ 23.41
η Draconis	O	16	8 39 10.13				0.27	8 39 9.86	8 39 33.84	+ 23.98
Juli 18.										
δ Ophiuchi	O	16	8 20 31.19	— 0.079	+ 0.333	— 0.083	+0.14	8 20 31.33	8 20 55.07	+ 23.74
η Draconis	O	16	8 35 14.12				—0.47	8 35 13.65	8 35 37.89	+ 24.24
Juli 21.										
δ Ophiuchi	O	16	8 8 41.72	— 0.095	+ 0.536	— 0.189	+0.20	8 8 41.92	8 9 7.33	+ 25.41
η Draconis	O	16	8 23 24.77				—0.79	8 23 23.98	8 23 50.07	+ 26.09

Die in obiger Tabelle bei der Berechnung der mittleren Zeit der Culmination zu Grunde gelegten Rectascensionen wurden aus dem Nautical Almanac entnommen. Dieselben bedürfen indessen zum Theil nicht ganz zu vernachlässigender Correctionen; letztere wurden aus dem Verzeichniss der Pulcowaer Hauptsterne (Obs. P. Vol. I. pag 120 ff) abgeleitet, und es fanden sich für die aus den einzelnen Sternen hervorgehenden Uhrstände folgende Verbesserungen:

α Bootis....	—0s07
α Cor. bor. .	+0.05
α Serpentis .	+0.08
δ Ophiuchi .	+0.10
η Draconis. .	—0.63
ζ Herculis . .	+0.03
$\varkappa$ Ophiuchi .	—0.05
β Draconis .	+0.06
μ Herculis .	+0.06
γ Draconis .	+0.03

Werden diese Correctionen an die oben gefundenen Uhrstände angebracht, und wird aus den Beobachtungen jedes Tages mit Rücksicht auf die Gewichte der einzelnen Sterne, welche gleich der Anzahl der beobachteten Fäden angenommen wurden, das Mittel genommen, so entstehen folgende Uhrstände gegen mittlere Altonaer Zeit:

		Uhrzeit	Stand
Juni	26	9h 1m	+ 14s79
	27	7.46	14.54
	28	9. 1	14.68
	29	9.53	14.72
	30	9.49	14.77
Juli	1	9. 5	14.65
	2	9.39	14.33
	3	9.38	14.05
	4	8.14	13.66
	5	9.49	13.40
	9	9.27	15.08

Digitized by Google

		Uhrzeit	Stand
Juli	10	8h18m	+ 15s47
	11	8.14	23.03
	17	8.32	23.43
	18	8.28	23.72
	21	8.16	25.48

Es ist zu bemerken, dass zwischen Juli 10. und Juli 11, als eine Veränderung am Stromunterbrecher vorgenommen wurde, der Secundenzeiger der Uhr sich verstellte.

Wir erhalten nun folgende Uhrgänge für die daneben stehenden Zeiten:

		Tgl. Gang.
Juni	26.85	— 0s27
	27.85	+ 0.13
	28 90	+ 0.04
	29.91	+ 0.05
	30.90	— 0.12
Juli	1.89	— 0.31
	2.90	— 0.28
	3.87	— 0.41
	4.88	— 0.24
	7.40	+ 0.42
	9.87	+ 0.41
	14.35	+ 0.07
	17.86	+ 0.29
	19.84	+ 0.59

und für die Zeiten der Schwingungsbeobachtungen:

		Tgl. Gang.	Correctionszeit der Schwingungen
Juni	27.99	+ 0s12	+ 0s0000014
	28.10	+ 0.11	+ 0.0000013
	29.95	+ 0.04	+ 0.0000005
	30.06	+ 0.02	+ 0.0000002
Juli	3.97	— 0.39	— 0.0000045
	4.09	— 0.37	— 0.0000043
	9.96	+ 0.40	+ 0.0000046
	10.04	+ 0.40	+ 0.0000046
	12.94	+ 0.18	+ 0.0000021
	13.05	+ 0.17	+ 0.0000020
	14.91	+ 0.11	+ 0.0000013
	15.01	+ 0.11	+ 0.0000013
	16.92	+ 0.23	+ 0.0000027
	17.02	+ 0.24	+ 0.0000028
	18.94	+ 0.46	+ 0.0000053
	19.06	+ 0.47	+ 0.0000054

V. Einfluss der Temperatur auf die Schwingungszeit.

Um die zusammengehörigen Beobachtungen des Pendels auf eine gleiche Temperatur reduciren zu können, wurden im December 1872 einige Beobachtungen bei verschiedenen Temperaturen ausgeführt. Es wurde zu diesem Zwecke das Zimmer, in welchem sich das Reversionspendel befand, abwechselnd durch Heizung erwärmt und durch Oeffnen der Fenster abgekühlt. Die im Jahre 1869 zur Ermittelung der Schwingungszeiten benutzte Ellicott'sche Pendeluhr war unterdessen an einen andern Platz gebracht, und es wurden daher Coincidenzen zwischen dem Reversionspendel bei seinem Durchgange durch die Verticale und den Schlägen eines Chronometers (Krille Nr. 1663) beobachtet. Die erhaltenen Resultate waren folgende:

1872 December 18. Schweres Gewicht unten. Mittlere Temperatur = + 3°28 C.

Beobachtete Coincidenzen		μ	Rechnung $1^s0038450$		Fehler
0	23h 1m22s	74.4	23h 1m21s9322	—	678
278	6 1	70.3	6 1.0114	+	114
527	10 11	67.2	10 10.9770	—	230
808	14 53	64.3	14 53.0660	+	660
1066	19 12	60.4	19 12.0650	+	650
1557	27 25	57.0	27 24.9648	—	352
1821	31 50	53.6	31 49.9855	—	145
2095	36 25	51.1	36 25.0443	+	443
2339	40 30	48.8	40 29.9868	—	132
2598	44 50	47.1	44 49.9868	—	132
2859	49 12	45.1	49 11.9943	—	57
3116	53 30	43.4	53 29.9860	—	140

1872 December 19. Schweres Gewicht unten. Mittlere Temperatur des Pendels = + 24°90 C.

Beobachtete Coincidenzen		μ	Rechnung $1^s0040542$		Fehler
0	22h 6m38s	76.1	22h 6m37s9820	—	180
254	10 53	71.6	10 53.0216	+	216
504	15 4	68.2	15 4.0438	+	438
734	18 55	65.5	18 54.9832	—	168
978	23 0	62.3	22 59.9794	—	206
1228	27 11	60.0	27 10.9996	—	4
1470	31 14	57.3	31 13.9864	—	136
1716	35 21	55.0	35 20.9892	—	108
1964	39 30	52.1	39 29.9992	—	8
2208	43 35	50.0	43 34.9928	—	72
2458	47 46	48.2	47 46.0106	+	106
2701	51 50	46.6	51 49.9996	—	4
2950	56 0	44.2	56 0.0127	+	127

Digitized by Google

1872 December 20. Leichtes Gewicht unten. Mittlere Temperatur des Pendels = + 24°58 C.

Beobachtete Coincidenzen			μ	Rechnung	Fehler
0	0h19m18s		70.5	0h19m17s9984	— 16
231	23 10		66.8	23 10 0047	+ 47
691	30 52		58.8	30 52.0060	+ 60
921	34 43		55.4	34 43.0055	+ 55
1147	38 30		52.3	38 29.9871	— 129
1378	42 22		50.0	42 21.9900	— 100
1608	46 13		47.1	46 12.9880	— 120
1846	50 12		43.7	50 12.0204	+ 204

1872 December 20. Leichtes Gewicht unten. Mittlere Temperatur des Pendels = + 5°12C.

Beobachtete Coincidenzen			μ	Rechnung	Fehler
0	21h43m 5s		74.5	21h43m 5s0184	+ 184
236	47 2		69.6	47 1.9965	— 35
479	51 6		65.8	51 6.0028	+ 28
715	55 3		61.7	55 2.9790	— 210
959	59 8		58.2	59 7.9876	— 124
1205	22 3	15	54.4	22 3 15.0039	+ 39
1450	7	21	50.3	7 21.0153	+ 153
1682	11	14	48.7	11 13.9722	— 278
1937	15	30	45.6	15 30.0242	+ 242

Die Correctionen, welche an die gefundenen Schwingungszeiten wegen des Ganges des benutzten Chronometers anzubringen sind, sind folgende:

December	18 23h27m	+ 0s0000728
	19 22 31	+ 0.0000721
	20 0 35	+ 0.0000721
	20 21 59	+ 0.0000823

Dieselben wurden durch vor- und nachherige Vergleichung des Chronometers mit einer nach Sternzeit gehenden Pendeluhr ermittelt.

Wir erhalten somit folgende Resultate:

	Temp.	Schwingungszeit
Schweres Gewicht unten	+ 3°28	1s0039178
Schweres Gewicht unten	+24.90	1.0041126
Leichtes Gewicht unten	+24.58	1.0043950
Leichtes Gewicht unten	+ 5.12	1.0041909

Demnach ändert sich die Schwingungszeit bei einer Zunahme der Temperatur des Pendels um 1° C bei

Schwerem Gewicht unten um + 0s00000964
Leichtem Gewicht unten um + 0.00001050.

VI. Einfluss des Luftdrucks auf die Schwingungszeit.

Nach Bessel (Unters. über die Länge des einf. Secundenpendels S. 98) erhält man durch Beobachtungen am Reversionspendel die Länge des einfachen Secundenpendels durch folgende Formel:

Es bezeichne:

γ die Länge des einfachen Secundenpendels;

t, t_1 die Schwingungszeiten des Pendels in seinen beiden Lagen, in Secunden mittlerer Zeit ausgedrückt;

s, s_1 die Entfernungen des Schwerpunkts des Pendels vom Aufhängepunkte in beiden Lagen;

M, M', M''. . . . die Massen der einzelnen Theile des Pendels.

δ, δ', δ''. . . . die specifischen Gewichte der einzelnen Theile des Pendels;

m die Masse des Pendels;

$$m' = \left\{\frac{M}{\delta} + \frac{M'}{\delta'} + \frac{M''}{\delta''} + \ldots\ldots\right\} . \Delta'$$

Δ, Δ_1 die Dichtigkeiten der Luft, die bei der Berechnung von m' zu Grunde gelegte als Einheit genommen;

so hat man

$$\lambda = \frac{s + s_1 + \frac{m'}{m} . K \frac{\Delta - \Delta_1}{s - s_1}}{\frac{t^2 + t_1^2}{2} + \frac{1}{2} \frac{s + s_1}{s - s_1} \left\{ t^2 \left(1 - \frac{m'}{m} . \Delta\right) - t_1^2 \left(1 - \frac{m'}{m} . \Delta_1\right) \right\}}$$

Hier bezeichnet K eine Constante, welche durch die Beobachtungen zu bestimmen ist.

Das Pendel besteht zum Theil aus Messing und zum Theil aus Stahl, in folgendem Verhältniss:

	Gewicht in Grammen.	Spec. Gewicht.
1) Theile aus Messing	4992.9721	8.1
2) Theile aus Stahl	105.5055	7.7
3) Theile aus Messing u. Stahl	1 405.7109	8.1
	2 18.7216	7.8

Masse des Pendels = m = 5432.9101

(Schluss folgt.)

Inhalt:

Zu Nr. 2306. *C. F. W. Peters.* Resultate aus Pendelbeobachtungen. (Fortsetzung.) 17.

Kiel. April 4 1880. — Druck von C. F. Mohr in Kiel.

Digitized by Google

Astronomische Nachrichten.

Expedition auf der Königlichen Sternwarte bei Kiel.
Herausgeber: Prof. Dr. C. A. F. Peters.

Band 97. Nr. 2307. 3.

Resultate aus Pendelbeobachtungen.

Erste Abtheilung.

Bestimmung der Länge des einfachen Sekundenpendels in Altona.

Von *C. F. W. Peters.*

(Schluss.)

Demnach haben wir

$$m' = \left\{\frac{4902.9721}{8.1} + \frac{105.5055}{7.7} + \frac{405.7109}{8.1} + \frac{18.7216}{7.8}\right\} \cdot \frac{1}{773.282}$$
$$= 0.868376 \text{ Gramm.}$$
$$\frac{m'}{m} = \frac{0.868376}{5432.9101} = 0.000159836; \log\frac{m'}{m} = 6.203675-10.$$

Nach Regnault ist die Dichtigkeit der Luft bei 760^{mm} Barometerstand und 0° C $= \frac{1}{773.282}$. Die Ausdehnung der Luft für 1° C beträgt nach Magnus und Regnault 0.003665. Für die auf 0° C reducirte Barometerhöhe (b) und die Temperatur ϑ haben wir demnach die Dichtigkeit der Luft

$$= \frac{1}{773.282} \cdot \frac{b}{760} \cdot \frac{1}{1+0.003665\vartheta}.$$

Wenn der Barometerstand in Pariser Linien ausgedrückt ist, und das Thermometer am Barometer Grade nach Celsius angiebt (t), so wird

$$b = \frac{\beta\,[1+(t-16°25)\,0.000018782]}{0.4433\,(1+0.00180180)}.$$

Es wird demnach die Dichtigkeit der Luft

$$\Delta = \frac{\beta}{337.006 \times 773.282\,(1+0.0001614\vartheta)\,(1+0.003665\vartheta)};$$

und nehmen wir diejenige Dichtigkeit der Luft, welche bei der Berechnung von m zu Grunde gelegt wurde, als Einheit an, so wird

$$\Delta = \frac{\beta}{337.006\,(1+0.0001645\vartheta)\,(1+0.003665\vartheta)}.$$

VII. Ableitung der Pendellänge.

Wir haben also für die Zeiten der Schwingungsbeobachtungen nachstehende Daten zur Ableitung der Pendellänge erhalten:

			Bar.	Therm. am Bar.	ϑ	Δ	t red. auf 17°65 C.	$s+s_1$
Juni	27	Leichtes Gewicht unten, Firma v.	338'23	15°8	15°1	0.9480	1°.0042203	1001^{mm}0938
	28	- - - - h.	337.96	16.2	15.2	0.9473	1.0042214	0940
	29	Schweres - - - h.	338.88	16.1	15.1	0.9503	1.0039676	0873
	30	- - - - v.	338.79	16.6	15.4	0.9481	1.0039655	0943
Juli	3	- - - - v.	339.10	19.1	17.5	0.9427	1.0039610	0815
	4	- - - - h.	339.00	19.8	18.2	0.9399	1.0039657	1147

Digitized by Google

			Bar.	Therm. am Bar.	θ	Δ	t red. auf 17°65 C.	$s+s_1$
Juli	9	Leichtes Gewicht unten, Firma h.	341'72	20°2	18°8	0.9454	1°0042177	1001mm 0978
	10	- - - - v.	341.58	21.0	19.3	0.9435	1.0042133	1100
	12	Schweres - - - v.	337.68	20.8	19.5	0.9319	1.0039595	0974
	13	- - - - h.	337.56	21.5	20.0	0.9302	1.0039591	1065
	14	Leichtes - - - h.	337.75	19.8	18.9	0.9343	1.0042118	1055
	15	- - - - v.	337.97	20.9	19.2	0.9339	1.0042081	1061
	16	- - - - v.	337.40	18.2	17.5	0.9381	1.0042168	0757
	17	- - - - h.	337.53	18.5	17.5	0.9382	1.0042246	0724
	18	Schweres - - - h.	337.73	18.5	17.3	0.9395	1.0039679	0720
	19	- - - - v.	337.61	19.6	17.8	0.9373	1.0039562	0808

Hierbei ist die Länge des Maassstabes bei 17°65 C zu 1000mm 5244 angenommen*). Zu definitiver Reduction der Pendellänge bedarf man noch der Grösse $s-s_1$; d. h. der Differenz der Entfernungen des Schwerpunktes des Pendels von den beiden Schneiden. Dieselbe wurde durch directe Messung zu 183mm 75 ermittelt.

Ziehen wir diejenigen Beobachtungen zu einer Reihe zusammen, welche bei derselben Lage der Schneiden und nach derselben Seite gerichteten Firma angestellt sind, und nehmen aus den bei zusammengehörigen Versuchen gefundenen Entfernungen der Schneiden das Mittel, so haben wir für die Ableitung der Pendellänge folgende Daten:

	I. Reihe Firma vorn	II. Reihe Firma hinten	III. Reihe Firma vorn	IV. Reihe Firma hinten	V. Reihe Firma vorn	VI. Reihe Firma hinten	VII. Reihe Firma vorn	VIII. Reihe Firma hinten
$s+s_1$ =	1001mm 0940	1001mm 0906	1001mm 0958	1001mm 1062	1001mm 1018	1001mm 1060	1001mm 0782	1001mm 0722
t =	1°0039655	1°0039676	1°0039610	1°0039657	1°0039595	1°0039591	1°0039562	1°0039679
t_1 =	1.0042203	1.0042214	1.0042133	1.0042177	1.0042081	1.0042118	1.0042168	1.0042246
Δ =	0.9481	0.9503	0.9427	0.9399	0.9319	0.9302	0.9373	0.9395
Δ_1 =	0.9480	0.9473	0.9435	0.9454	0.9339	0.9343	0.9381	0.9382

$$s-s_1 = 183^{mm}75;\ \frac{m'}{m} = 0.000159836;\ \log\frac{m'}{m} = 6.203675-10.$$

Hieraus entstehen nach der im Cap. VI angegebenen Formel folgende Werthe für λ:

$\lambda =$

I. Reihe,	Firma vorn	994mm3237	$+0.00000000009K$
II. -	- hinten	994 . 3118	$+0.00000000261K$
III. -	- vorn	994 . 3234	$-0.00000000070K$
IV. -	- hinten	994 . 3232	$-0.00000000478K$
V. -	- vorn	994 . 3161	$-0.00000000174K$
VI. -	- hinten	994 . 3392	$-0.00000000357K$
VII. -	- vorn	994 . 3518	$-0.00000000070K$
VIII. -	- hinten	994 . 3063	$-0.00000000113K$
	Mittel:	994 . 3244	$-0.00000000046K$

*) Nach einer im Jahre 1872 von Herrn Professor Foerster ausgeführten Bestimmung, welche für die Länge des Maassstabes die Formel ergab:

Meter—Lohmeier $= 0^{mm}212 - 17\ 7.\ t$ (Celsius).

Der Einfluss von K auf die Bestimmung der Pendellänge ist demnach als verschwindend anzusehen, und die Länge des einfachen Secundenpendels kann für den Ort der Beobachtung zu 994mm3244 angenommen werden.

Die Höhe der Beobachtungsstation über dem Niveau der Ostsee war 30,9 Meter. Nimmt man die Dichtigkeit des Terrains (Sandboden) zu 1,8 und die mittlere Dichtigkeit der Erde zu 5,67 an, so wird die Reduction der Pendellänge auf die Oberfläche des Meeres

$= +0^{mm}0074.$

Die Länge des einfachen Secundenpendels für Altona, auf das Meeresniveau reducirt, ist also nach der neuen Bestimmung = **994,3318 Millimeter.**

Kiel, 1880 Februar 20.

C. F. W. Peters.

Digitized by Google

Eclipses of Jupiter's Satellites,

observed at Windsor, N. S. Wales, July 1879 to January 1880.

Date of Obs.	Satellite	Phase	Observatory Mean Time of Phase	Concluded Correction to Nautical Almanac	Remarks
1879					
Juli 10	I	D	$10^h\ 2^m22^s6$	$-\ 0^m\ 4^s2$	Clear sky, but planet low and boiling violently.
Sept. 4	III	R	11 12 29.3	— 2 39.5	Definition excellent, but moon very bright.
„ 19	I	R	7 25 11.4	— 0 13.4	Planet occasionally rendered faint by haze, and boiling slightly. While thus momentarily faint I glimpsed the satellite.
„ 22	IV	D	6 57 42.7	— 5 21.1	Disappearance first noted at $6^h57^m21^s75$ but satellite occasionally glimpsed till $5^h57^m42^s75$ when it finally disappeared. Satellite III was seen on the disc as a dusky spot and again on 29th. The physical appearance of the planet was exceedingly beautiful at the time of the reappearance. In addition to two long dull red equatorial belts there was a large oval
„ 22	IV	R	11 4 30.2	— 3 56.6	bright pink patch south of the equator; it was edged with a narrow band of white of a brighter colour than the general ground of the disc. It was again seen on the 22nd and 29th and Nov. 7th and Dec. 20th, but it was gradually diminishing in brightness. The sky was beautifully clear, and the definition unusually good at both phases of the eclipse.
Oct. 10	III	R	7 18 29.9	— 3 17.9	Sky clear and definition very good.
„ 12	I	R	7 40 38.5	— 0 2.3	Sky beautifully clear, and definition excellent.
„ 17	III	D	8 1 57.3	— 1 7.5	Definition pretty fair, but the time of disappearance unsatisfactory owing to a thin haze.
„ 19	I	R	9 35 57.2	— 0 19.6	Definition good, but the planet alternately bright and faint owing to thin haze.
Nov. 7	II	R	7 21 14.9	— 1 0.9	Sky beautifully clear and definition pretty fair.
„ 11	I	R	9 52 24.7	+ 0 12.9	Brilliant sky, but definition not good.
„ 22	III	R	7 28 12.1	— 3 12.7	Sky clear about the planet, but definition bad. Moon a few degrees from the planet.
„ 27	I	R	8 12 58.2	+ 0 26.4	Definition fair, but moon above the horizon, and the planet seen through very thin cloud
„ 28	IV	D	8 9 14.1	— 5 43.7	Many clouds about, but planet in clear sky at disappearance. The satellite disappeared at $8^h8^m59^s15$, but was again glimpsed for a moment at $8^h29^m14^s15$
„ 29	III	D	8 17 15.7	— 0 35.1	Sky beautifully clear, and definition good, but moon above horizon. Noted to have disappeared $8^h17^m1^s25$ but again glimpsed for a moment at $8^h21^m15^s75$.
„ 29	III	R	11 29 57.8	— 2 51.0	Sky beautifully clear, but planet low and boiling slightly; Moon very bright.
Dec. 9	II	R	7 9 11.8	— 0 24.0	Definition fair, but twilight strong. Sky clear. Satellites distinctly visible at 7^h3^m.
„ 16	II	R	9 46 26.1	— 0 46.7	Sky clear, but images unstandy owing to wind. The planet's belts were rosy.
„ 20	I	R	8 28 20.4	+ 0 11.6	Definition good, but thin fleecy clouds near the planet.

Digitized by Google

Date of Observ.	Satellite	Phase	Observatory Mean Time of Phase	Conclued Correction to Nautical Almanac	Remarks
1880 Jan. 4	III	R	7h37m50s·0	— 3m 7s·8	Sky cloudless and observation made in twilight. Definition fair although images tremulous.
„ 11	III	D	8 39 28.2	— 2 3.6	Sky clear, but definition bad. The satellite disappeared during moments of bad definition and reappeared in moments of good definition. The satellite was last seen at the recorded time.
„ 12	I	R	8 44 0.6	+ 0 38.8	Sky slightly hazy. Planet low, but definition pretty fair.

All the observations were made with the 4¼ inch equatorial and a power of 180 diameters. The adopted longitude of the Observatory is 10h3m21s·8 *E.* of Greenwich.

Windsor, N. S. Wales, January 28th 1880. *John Tebbutt.*

Formulae for some double stars.

ζ	91	θ = 324°55	− 0°147	$(t-1850)$	+ 0″00036	$(t-1850)^2$	ϱ = 3″694	+ 0″0090 $(t-1850)$
ζ	113	339.35	+ 0.444	-	− 0.00207	-	1.225	+ 0.0057 -
ζ	367	272.00	− 0.790	-	− 0.01610	-	0.710	− 0.0145 -
ζ	412	257.80	− 0.687	-	− 0.00481	-	0.500	− 0.0035 -
ζ	567	309.40	+ 0.335	-	− 0.00175	-	1.585	+ 0.0083 -
ζ	963	55.10	+ 0.307	-	+ 0.00262	-	0.820	− 0.0070 -
ζ	1074	128.70	+ 0.590	-	− 0.00601	-	0.560	+ 0.0057 -
ζ	1348	331.60	− 0.220	-	− 0.00293	-	0.856	− 0.0114 -
ζ	1500	318.13	− 0.179	-	+ 0.00185	-	1.137	+ 0.0118 -
ζ	1639	288.90	− 0.390	-	− 0.00798	-	0.865	− 0.0177 -
ζ	1647	209.25	+ 0.352	-	− 0.00075	-	1.265	+ 0.0027 -
$o\ \zeta$	266	326.60	+ 0.385	-	− 0.00027	-	1.125	+ 0.0008 -
$o.\zeta$	273	107.60	+ 0.213	-	− 0.00242	-	0.775	+ 0.0088 -
ζ	1820	53.62	+ 0.429	-	+ 0.00079	-	2.336	− 0.0042 -
ζ	1825	182.50	− 0.172	-	+ 0.00017	-	3.825	+ 0.0037 -
ζ	1883	266.95	− 0.252	-	− 0.00250	-	1.047	− 0.0104 -
$o.\zeta$	287	282.40	+ 1.842	-	− 0.04831	-	0.407	+ 0.0107 -
ζ	1934	40.88	− 0.205	-	+ 0.00055	-	5.704	+ 0.0154 -
$o.\zeta$	303	116.10	+ 0.783	-	− 0.00791	-	0.634	+ 0.0064 -
ζ	2106	331.68	− 0.337	-	− 0.00481	-	0.785	− 0.0112 -
$o.\zeta$	337	304.20	− 0.388	-	− 0.00610	-	0.553	− 0.0087 -
$o.\zeta$	338	39.90	− 0.759	-	+ 0.00560	-	0.637	+ 0.0047 -
ζ	2315	268.91	− 0.785	-	− 0.00726	-	0.490	− 0.0045 -
$o\ \zeta$	368	318.57	− 0.353	-	+ 0.00667	-	0.715	+ 0.0135 -
ζ	2509	344.66	− 0.212	-	+ 0.00323	-	0.690	+ 0.0105 -
ζ	2525	251.04	− 0.480	-	− 0.01038	-	0.985	− 0.0213 -
ζ	3046	θ = 238°14	+ 0.265	-	− 0.00107	-	2.720	+ 0.0110 -

Markree 1880, March 9. *W. Doberck.*

Digitized by Google

Elemente und Ephemeride des Planeten (182) Elsbeth.

Von Dr. *J. Robbers* in Utrecht.

Epoche 1880.

$M = 251°57'\ 5''.35$
$\pi = 54\ 53\ 30.37$
$\Omega = 106\ 32\ 14.13$ } m. Aeq. 1880.0
$i = 2\ 0\ 17.02$
$\varphi = 10\ 49\ 24.89$
$\log a = 0.3830785$
$\mu = 944''.9068$

12h m. Zt. Berlin 1880	Sch. AR.	Sch. Decl.	log ϱ	log r
Juli 27	0h25m28s.63	+ 0° 8′ 44″.8	0.184948	0.344043
28	25 57.85	10 14.9		
29	26 25.60	11 34.7		
30	26 51.87	12 44.1		
31	27 16.65	13 43.1	0.171540	0.342455
August 1	27 39.91	14 31.5		
2	28 1.56	15 9.3		
3	28 21.66	15 36.4		
4	28 40.19	15 52.9	0.158193	0.340873
5	28 57.12	15 58.5		
6	29 12.42	15 53.2		
7	29 26.06	15 36.8		
8	29 38.02	15 9.3	0.144989	0.339297
9	29 48.30	14 30.6		
10	29 56.89	13 40.7		
11	30 3.78	12 39.7		
12	30 8.98	11 27.6	0.132025	0.337730
13	30 12.45	10 4.3		
14	30 14.19	8 30.2		
15	30 14.20	6 44.5		
16	30 12.48	4 47.8	0.119398	0.336170
17	30 9.01	2 40.2		
18	30 3.78	+ 0 0 21.4		
19	29 56.76	− 0 2 8.6		
20	29 47.97	4 49.8	0.107216	0.334620
21	29 37.42	7 42.1		
22	29 25.11	10 45.1		
23	29 11.01	13 58.8		
24	28 55.14	17 23.2	0.095600	0.333081
25	28 37.52	20 58.2		
26	28 18.16	24 43.8		
27	27 57.07	28 39.9		
28	27 34.26	32 46.5	0.084676	0.331553
29	27 9.74	37 9.2		
30	26 43.38	41 28.9		
31	26 15.34	46 9.3		
Sept. 1	25 45.63	50 48.1	0.074591	0.330038
2	25 14.33	− 0 55 41.4		
3	24 41.55	− 1 0 43.5		
4	24 7.21	5 53.4		
5	23 31.36	11 10.9	0.065497	0.328536
6	22 54.07	16 35.8		
7	22 15.36	22 7.5		

12h m. Zt. Berlin 1880	Sch. AR.	Sch. Decl.	log ϱ	log r
Sept. 8	0h21m35s.26	27 45.9		
9	20 53.87	33 30.4	0.057537	0.327049
10	20 11.25	39 20.2		
11	19 27.45	45 15.0		
12	18 42.55	51 14.9		
13	17 56.62	− 1 57 17.5	0.050842	0.325579
14	17 9.74	− 2 3 24.2		
15	16 21.99	9 33.8		
16	15 33.31	15 46.1		
17	14 43.78	22 0.5	0.045515	0.324125
18	13 53.64	28 16.5		
19	13 2.90	34 32.5		
20	12 11.57	40 49.2		
21	11 19.74	47 3.7	0.041831	0.322689
22	10 27.57	53 21.4		
♂ 23	9 35.08	− 2 59 34.6		
24	8 42.34	− 3 5 46.7		
25	7 49.48	11 55.6	0.039282	0.321273
26	6 56.55	18 1.2		
27	6 3.68	24 3.0		
28	5 10.96	30 0.2		
29	4 18.44	35 52.2	0.038476	0.319877
30	3 26.06	41 38.8		
Oct. 1	2 34.16	47 18.9		
2	1 42.84	52 51.7		
3	0 52.04	− 3 58 17.1	0.039225	0.318504
4	0 0 1.89	− 4 3 34.6		
5	23 59 12.52	8 43.6		
6	58 23.99	13 43.0		
7	57 36.30	18 32.6	0.041489	0.317153
8	56 49.73	23 13.9		
9	56 4.18	27 42.9		
10	55 19.81	32 1.5		
11	54 36.36	36 8.7	0.045199	0.315826
12	53 54.74	40 4.3		
13	53 14.17	43 48.3		
14	52 35.06	47 20.9		
15	51 57.39	50 41.4	0.050236	0.314525
16	51 21.20	53 48.3		
17	50 46.59	56 42.3		
18	15 13.61	− 4 59 23.5		
19	49 42.27	− 5 1 51.6	0.056480	0.313250
20	49 12.63	4 6.3		

Digitized by Google

12h m. Zt. Berlin 1880	Sch. AR.	Sch. Decl.	log ϱ	log r
Oct. 21	23h48m44s·72	−5° 6′ 7″5		
22	48 18.52	7 54.9		
23	47 54.04	9 28.7	0.063798	0.312002
24	47 31.34	10 48.8		
25	47 10.49	11 54.6		
26	46 51.62	12 46.3		
27	46 34.73	13 23.6	0.072062	0.310784

12h m. Zt. Berlin 1880	Sch. AR.	Sch. Decl.	log ϱ	log r
Oct. 28	23h46m19s·83	−5°13′47″2		
29	46 6.88	13 56.6		
30	45 55.85	13 51.8		
31	45 46.78	13 32.6	0.081132	0.309596
Nov. 1	45 39.66	12 59.3		
2	45 34.53	12 12.0		
3	45 31.44	11 10.7		

Opposition 23 September; Grösse 10.4.

Schreiben des Herrn Dr. Gould an den Herausgeber.

I wrote by the last mail, giving some account of the very remarkable comet which had appeared in our south-west, and regarding which I had telegraphed you. The northward motion of its enormous tail, together with the invisibility of its head in the vicinity of the sun, led me to apprehend that the comet itself might be moving northward and escape the notice of northern astronomers in the morning twilight. Just after sunset on the evening of Feb. 4 I succeeded in seeing the head, but only secured one pointing before it was lost in the horizon; the circles of the Equatorial giving a crude position. The next night's observation showed that the motion was southward and from the sun, and I so notified you by a second dispatch.

We have been much favored by the weather since then, and I have succeeded in obtaining observations on every night excepting the 10th, 13th and 16th. I have not yet had time to put the observations into proper form, but the following are very nearly correct:

	Cordoba M. T.	α	δ
1880 Feb. 6	8h37m56s	22h58m33s	− 32° 55′ 55″
8	8 29 32	23 33 22	33 36 4
9	8 29 45	23 50 38	33 45 43
12	8 23 41	0 39 51	33 6 15
14	8 34 22	1 9 28	32 2 31
15	9 8 38	1 23 21	31 22 4

Very remarkable features in its appearance are the inordinate length of the tail and the great faintness of both tail and head. I have seen a person who asures me that he saw the tail on the evening of Jan. 31. I first saw it myself Febr. 2, when it was visible through an arc of certainly 35°. Careful drawings of its position were independently made by two observers until Febr. 14, since when it has not been distinguishable. It was then seen with great difficulty; yet was not less than 37° in length, and scarcely brighter near the head than at the extremity of the tail. The greatest brilliancy seems to have been on Feb. 7 or 8, when its length was 40°, but its brightness nowhere superior to that of the Milky Way in Taurus. No nucleus has been discernible in the telescope from the beginning; the head always appearing cloudlike and filmy, and elongated in the direction of the tail, which it did not very much surpass in brilliancy. Throughout its length it has been narrow, scarcely attaining 1½° of width. I cannot but believe that a careful study of its position and appearance may lead to some definite and secure inferences regarding the formation and character of comets' tails, the perihelion-distance being here exceptionally small.

Through the places given by the uncorrected observations of Feb 6, 9 and 12 I have hurriedly drawn a parabola, which serves to give a general idea of the orbit. The small perihelion-distance is a characteristic feature, and reminded me of the great comet of 1843, even before I compared the other elements. But the whole orbit bears so very close a resemblance to that of the comet mentioned that there will be small doubt of the identity of the two comets, should the better determination of the elements confirm the similarity. Except for this circumstance, I should not send you so rough a determination as that now inclosed, and for which I hope to substitute a somewhat better one by the next mail. By its side I copy Hubbard's final elliptic elements for the comet of 1843, the longitudes being referred to the mean equinox at the beginning of their respective years.

Digitized by Google

τ	1880 Jan. 27.4185 Wash.	1843 Feb. 27.44773 Wash.
Ω	7°50′28″	1°14′55″
π	280 26 59	278 40 17
i	144 54 30	144 19 21
$\log q$	7.719160	7.743376

It will be seen that the perihelion-distance given by this first rough approximation is such that the comet's center of gravity would have passed at a distance from the solar surface equal to only one eighth of the suns own radius.

At the apparition of the comet of 1843, its possible identity with that of 1668 was so extensively discussed, and especially in vols. XX and XXI of the Astr. Nachr. that the valuable data then contributed may perhaps find a new use at the present time. Although Hubbard's discussion shows that the observations of 1843 can be best represented by an ellipse of more than 500 years, and although the intervals of 175 years, between 1668 and 1843 and 37 years from the perihelion of 1843 to the present time, are not commensurable, still this argument against identity does not seem very forcible. —

The apparent path is shown by the appended ephemeris; which is for 8h30m Cordoba mean time.

		α	δ
1880 Jan.	21	21h30m20s	— 30°30′ 6
	25	21 7 34	22 56 2
	29	20 57 32	23 18.1
Feb.	2	21 52 24	29 21.0
	6	22 58 26	32 55.9
	10	0 7 34	33 41.5
	14	1 9 27	32 3.2
	18	1 59 0	29 7.1
	22	2 36 52	27 55.0

Cordoba 1880, Feb. 17.

B. A. Gould.

Observations of Phobos and Deimos.

As these Satellites were observed here in 1877, some interest has been manifested among Astronomers, as to the capacity of our 12½ inch glass to show them at the late opposition. I, therefore, publish these observations, not to afford data for correcting the elements of the orbits, but simply to answer inquiries, and to show the work of the instrument on such tests. As much has recently been said, in connection with the Martial Satellites, on the comparative merits of Reflectors and Refractors, the observations may have additional interest, from their bearing on that question. Comparing only the dates, of the earliest and latest of these observations of Phobos, with the dates of the earliest and latest observation of that satellite, made with to finest European reflectors, it will be found that the comparison is by no means unfavorable to the Refractor. Perhaps, this may indicate, that for an object so faint, and so nearly lost in the light of the Primary, we need more sharp and clear definition, than an enormous quantity of light.

It is simple justice to say, that no effort was made to see these Satellites before Oct. 17; and that after the observations were begun, the weather entirely thwarted their continuity, and cut short their number.

I can not pretend that these observations were made with the precision which we attain in our measure of Double stars. The conditions forbid it. I had not the advantage of an eye-piece provided with a shade-glass, cutting off part of the field; but had to turn the planet out of the field by a motion of the eye-piece. The method of observing, was to place the fixed transverse thread of the Micrometer, on the center of Mars, and on the Satellite, thus determining the position angle. At the same time, one of the fixed cross threads was made to bisect the apparent disc of Mars, while the movable Micrometer thread was placed on the Satellite. This adjustment was first made approximately, and was corrected by alternately moving the eye-piece back and forth a mumber of times — the instrument being kept under the control of the driving-clock. This may explain, why the same time is assigned to both coordinates. —

For Phobos no artificial illumination was needed; but for Deimos, the Micrometer thread was first brought near the Satellite, and then fixed on it by a gradual and feeble illumination, which was changed by an assistant at the dictation of the observer.

The observations have been corrected for the Differential-Refraction and for Figure of Disc.

Digitized by Google

Phobos.

Date 1879	Wash. M.T.	No. Obs.	Pos. Ang.	Dist.	sot.	Remarks
Oct. 19	10h+28m	1	232°86	23"80	1	Excessively faint
20	9 +29	5	231 97	23.95	3	" "
Nov. 6	10 +15	3	52.53	24.94	3	Plainer
7	12 +57	4	226.79	26.17	4	Well seen, and Measures better
7	13 +16	2	226.29	25.43	4	
12	8 +54	3	201.42	19.13	4	Easily Measured
12	11 +44	3	49.60	23.41	4	"
18	13 + 6	1	47.00		1	Seeing poor
22	8 +47	2	43.48	19.98	2	Well seen
24	10 +41	1	227.38	20.53	2	Quite faint

Deimos.

Oct. 20	13h+41m	3	232°11	64"87	4	Quite plain
25	unrecorded	1	231.0	58.00	1	Angle uncertain
27	11h+40m	1	20.14	47.80	1	
Nov. 3	9 +55	6	231.99	62.42	4	Very plain
6	12 +48	3	52.21	63 07	3	Very plain. Clouds interfered with measures
12	8 +38	3	215.40	51.11	4	Very plain
18	12 +20	3	234.47	59.27	4	Very plain
22	8 +28	5	230.02	61.62	4	"
22	9 +11	1	220.04	49.87	4	"
30	12 +13					Seen not measured

The facility with which Deimos was seen from the 20 of Oct. to Dec. 3, assures me that I might have seen it earlier, if I had looked for it. In our Observations published in Ast. Nach. 2172, we noted that Deimos was brighter on the preceding side. We desire to repeat that remark for the late opposition; and think it will ultimately be fully confirmed.

Morrison Observatory, February 1880. *C. W. Pritchett*

Literarische Anzeige.

Berliner Astronomisches Jahrbuch für 1882 mit Ephemeriden der Planeten (1)—(199) für 1880. Herausgegeben von der Königlichen Sternwarte zu Berlin unter Redaction von W. Förster und F. Tietjen. Berlin. Ferd. Dümmler. 1880.

Den Schluss der Tafeln bildet eine Ephemeride für Faye's Kometen, mitgetheilt von Herrn Prof. Axel Moeller in Lund. Im Anhang findet sich die Fortsetzung der Abhandlung „Zur Theorie des Durchgangs-Instruments" von Herrn Professor Förster.

L.

Inhalt:

Zu Nr. 2307. *C. F. W. Peters.* Resultate aus Pendelbeobachtungen. 33. — *J. Tebbutt* Eclipses of Jupiter's Satellites. 37. — *W. Doberck* Formulae for some double stars. 39. — *J. Robbers.* Elemente und Ephemeride des Planeten (182) Elsbeth. 41. — *Comd.* Schreiben an den Herausgeber. 43. — *C. W. Pritchett.* Observations of Phobos and Deimos 45. — Literarische Anzeige 47.

Kiel April 8. 1880. Druck von C. F. Mohr

Digitized by Google

Astronomische Nachrichten.

Expedition auf der Königlichen Sternwarte bei Kiel.
Herausgeber: Prof. Dr. C. A. F. Peters.

Band 97. **Nr. 2308.** 4.

Beobachtungen von Planeten am Meridiankreise der Hamburger Sternwarte,

mitgetheilt von Herrn Dir. *G. Rümker.*

Venus.

Datum	Mittl. Hbg. Zeit	Scheinb. AR.	Faden	Scheinb. Decl.	Parall. oder log f. par.	B.—R. $\Delta\alpha$	B.—R. $\Delta\delta$	Grösse	Beob.	Bemerkungen
1879 Nov. 10	20h55m42s	12h16m 6s.55	7	— 1°32′ 1″.5	+14″.3	+0s.03	+1″.2		S	IIO zitterndes Bild

Mars.

1879 Oct. 14	14 12 34	3 45 27 14	5	+18 29 52 5	+ 9.8	−0.41	− 0.3		S	I M
Nov. 12	11 43 30	3 10 16.46	5	17 54 38.1	10.5	0.55	3.8		S	II M
„ 18	11 11 6	3 1 26.82	6	17 38 13.4	10.3	0.39	2.0		S	II M
„ 19	11 5 47	3 0 3.83	6	17 35 32 5	10.3	0.37	2.8		S B	II M
Dec. 1	10 5 13	2 46 39.55	5	17 10 34.7	9.4	0.42	2.1		S	I M
„ 3	9 55 48	2 45 6.33	7	17 8 14.7	9.2	0.62	3.4	Unsicher	S	II M—13° Cels.
„ 9	9 28 54	2 41 46.20	7	17 5 29.2	8 8	0.30	2.2		S B	II M
„ 16	9 0 0	2 40 23.53	6	+17 10 48.5	− 8.2	−0.37	− 1.0		S	II M

① Ceres.

1878 Nov. 6	11 18 38	2 22 39.41	5				+7.25		S	
„ 7	11 13 49	2 21 45.69	7	+ 2 25 21.2	+ 3.7	7.18	+63.6		S	
„ 9	11 4 11	2 19 59.56	7	2 23 31.8	3.7	7.13	61.0		S	
„ 20	10 12 0	2 11 2.29	7	+ 2 23 35.5	+ 3.7	+7.07	+56.4		S B	

② Pallas.

1878 Aug. 28	12 48 17	23 16 34.36	4	+ 2 29 43.6	+ 3.1	−0.70	(+ 2.3)	9	S B	Decl. unsicher
Sept. 22	10 51 36	22 58 8.08	7	− 3 0 33.0	3.4	0.78	+ 0.7		S	
Oct. 23	8 35 12	22 43 33.79	5	−11 59 54.0	3.3	0.76	− 0.1	9	S	
Nov. 11	7 21 10	22 44 14.99	5	−11 12 31.8	+ 3.1	−0.60	− 2.1		S	

③ Juno.

1878 Aug. 28	11 53 40	22 21 47.87	6	− 3 53 1.2	+ 5.4	+6.45	(+13.2)	9	S B	Decl. unsicher
Sept. 22	9 58 24	22 4 47.81	6	8 29 6.8	5.6	6.06	+ 9.6		S	
„ 27	9 35 59	22 2 41.24	6	− 9 18 25.7	+ 4.3	+5.76	+ 7.8		S	

④ Vesta.

1879 Jan. 22	10 47 52	6 55 22.69	7	+24 12 22.3	+ 2.7	+0.61	− 2.5	6.7	S	
Febr. 19	8 41 5	6 38 38.58	6	+25 31 10.8	+ 2.3	+0.71	− 1.8		S	

Digitized by Google

Datum	Mittl. Hbg. Zeit	Scheinb. AR.	Fäden	Scheinb. Decl.	Paral. oder log. f. par.	B.–R. $\Delta\alpha$	B.–R. $\Delta\delta$	Grösse	Beob.	Bemerkungen
1879 Febr. 22	8h28m58s	6h38m19s.45	7	+25°36′ 22″.7	+ 2″.2	+0s.44	+ 0″.6		S	
„ 23	8 25 0	6 38 17.32	7	25 37 59.3	2 2	0.57	+ 1.6		S	
März 7	7 39 53	6 40 21.62	7	25 52 36.4	2.0	0.40	+ 0.6		S	
„ 13	7 18 58	6 43 2.28	7	25 56 55.3	2 0	0.35	− 0.3		S	
„ 17	7 5 34	6 45 22.73	6	25 58 43.3	1.9	0.28	+ 0.1		S	
„ 18	7 2 17	6 46 1.88	7	25 59 1.1	1.9	0.31	− 0.7		S	
„ 19	6 59 2	6 46 42.56	7	25 59 17.5	1.9	0.32	+ 0.4		S	
„ 20	6 55 48	6 47 24.78	7	25 59 30.2	1 9	0.36	+ 1.4		S	
„ 23	6 46 16	6 49 40.25	4	25 59 45.8	1.9	0.26	+ 2.0		S	Durch Wolken
„ 25	6 40 1	6 51 17.93	7	+25 59 37.7	+ 1.9	+0.32	+ 1.2		S	
				(6) Hebe.						
1878 Nov. 7	12 26 56	3 35 4.54	7	−10 12 6.4	+ 7.5	+6.63	+27.7		S	
„ 9	12 17 17	3 33 17.58	7	−10 18 8.9	7.5	6.49	29.3		S	
„ 20	11 24 10	3 23 23.99	7	−10 23 13.1	+ 7.3	+6.38	+23.6		S B	
				(9) Metis.						
1879 Nov. 12	11 50 19	3 17 8.27	7	+14 49 36.6	+ 4.9	−7.32	−39.3	7.5	S	
„ 18	11 20 22	3 10 44.75	7	14 47 0.4	4.9	−7.26	−38.9		S	
„ 19	11 15 23	3 9 42.09	7	14 46 43.5	4.9	−7.14	−38.6		S B	
Dec. 1	10 16 53	2 58 20.83	4	14 49 24.0	4.7	−6.87	−34.0		S	Unsicher
„ 3	10 7 26			14 50 11.4	+ 4.7		−42.4		S	Unsicher −13° C.
„ 9	9 39 48	2 52 42.28	6	+14 57 25.0	0.740				S B	
				(13) Egeria.						
1879 Oct. 14	13 11 39			+11 29 59.8	+ 3.7		+13.7	9.5	S	
				(16) Psyche.						
1879 Aug. 4	11 12 36	20 5 3.77	4	−18 8 58.1	+ 4.8	−5.02	−11.6		S	
				(19) Fortuna.						
1879 Oct. 16	12 18 41	1 59 7.26	6	+12 21 24.8	+ 5.5	+15.59	+73.6	8.5	S	
„ 31	11 6 49	1 46 12.01	5	10 52 18.9	+ 5.6	+15.29	+74.6		S	
Nov. 19	9 40 13	1 34 16.16	6	+ 9 23 40.7	0.788				S B	
				Jupiter.						
1878 Aug. 3	11 24 5	20 13 34.92	10				−0.21		S	I und II
„ 5	11 15 11	20 12 32.89	10				0.29		S	„
„ 6	11 10 45	20 12 2.31	14				0.27		S	„
„ 7	11 6 19	20 11 32.05	14				0.20		S	„
„ 8	11 1 53	20 11 1.97	6				0.24		S	„
„ 16	10 26 39	20 7 14.82	12	−20 56 8.5	+ 2.0	0 13	− 0.6		S	I und II U
Oct. 23	5 56 16	20 4 13.48	7	−21 5 20.3	+ 1.7	−0.16	− 0.3		S	I U

Digitized by Google

Datum	Mittl. Hbg. Zeit	Scheinb. AR.	Fäden	Scheinb. Decl.	Parall. oder log f. par.	B.—R. $\Delta\alpha$	B.—R. $\Delta\delta$	Grösse	Beob.	Bemerkungen
1879 Aug. 21	12h44m42s	22h44m27s·32	7	— 9°29′23″·8	+ 1·9	—0s·08	— 1″·1		S I	Mitte
„ 24	12 31 31	22 43 0.88	7	9 38 27.6	2.0	0.10	— 0.8		S II	„
„ 26	12 22 37	22 42 2.52	7	9 44 30.4	2.0	0.02	+ 1.0		S I	„
Sept. 3	11 47 18	22 38 5.82	7	10 8 44.9	2.0	0.13	— 1.7		S II	„
„ 4	11 42 49	22 37 36.26	7	10 11 43.0	2.0	0.14	— 3.1		S B I	„
„ 5	11 38 27	22 37 6.86	7	10 14 41.6	2.0	0.07	— 2.1		S B II	„
„ 6	11 33 59	22 36 37.50	7	10 17 38.6	2.0	0.05	— 2.7		S I	„
„ 7	11 29 37	22 36 8.17	7	10 20 35.8	2.0	0.13	— 4.1		S II	„
„ 12	11 7 34	22 33 44.42	7	10 34 44.9	1.9	0.14	— 2.5		S II	„
„ 15	10 54 20	22 32 21.03	7	10 42 51.2	1.9	0.15	— 1.9		S B I	„
„ 16	10 50 0	22 31 53.86	7	10 45 28.1	1.9	0.13	— 1.2		S II	„
„ 17	10 45 34	22 31 27.12	7	10 48 2.1	1.9	0 03	— 0.3		S B I	„
„ 20	10 32 28	22 30 8.66	7	10 55 33.5	1.9	0.18	— 3.1		S B I	„
„ 22	10 23 50	22 29 18.57	7	11 0 14.1	1.9	0.12	+ 0.7		S II	„
„ 24	10 15 6	22 28 30.27	7	11 4 47 0	1.9	0.10	— 0.3		S I	„
Oct. 3	9 36 33	22 25 18.65	5	11 22 19.9	1.8	0.14	— 1.9		S I	„
„ 8	9 15 30	22 23 52.90	7	11 29 50 5	1.8	0.28	— 1.8		S B II	„
„ 10	9 7 9	22 23 23.38	7	11 32 21 8	1.8	0.16	— 1.4		S B II	„
„ 15	8 46 25	22 22 21.52	7	11 37 26.6	1.8	0 21	— 2.0		S B I	„
„ 18	8 34 12	22 21 53.37	7	11 39 33.4	1.8	0.02	+ 1.0		S II	„
Nov. 6	7 19 10	22 21 32.98	7	11 37 42.2	1.8	0.25	— 0.3		S II	„
„ 18	6 34 4	22 23 41.65	7	—11 22 50.3	+ 1.7	—0.30	+ 3.2		S I	„
				Saturn.						
1878 Sept. 22	11 55 23	0 2 5.74	7	— 2 33 49.4	+ 0.8	+0.75	—12.1		S I	und II U
„ 28	11 30 5	0 0 23.91	6			0.81			S I	Unsicher
Oct. 12	10 31 16	23 56 36.18	5	3 9 0.7	0.8	0.51	9.7		S I	U
„ 14	10 22 54	23 56 6.19	7	3 12 7.3	0.8	0.82	9.7		S I	U
„ 15	10 18 44	23 55 51.06	7	3 13 37.4	0.8	0.55	8.8		S II	O
„ 21	9 53 44	23 54 26.20	7	3 22 10.4	0.8	0.58	10.4		S B II	O
„ 23	9 45 25	23 53 59.69	7	3 24 45.5	0.8	0.52	9.5		S I	U
„ 28	9 24 45	23 52 58.24	7	3 30 43.1	0.8	0.61	11.6		S II	O
Nov. 3	9 0 4	23 51 53.78	7	3 36 37.7	0.8	0.38	10.8		S I	U
„ 7	8 43 44	23 51 17.31	7	3 39 47.0	0.8	0.34	8.9		S I	Mitte
„ 9	8 35 36	23 51 1.17	7	3 41 10.0	0.8	0.42	10.6		S I	„
„ 11	8 27 30	23 50 46.43	7	3 42 23.3	0.8	0.49	12.2		S I	„
„ 12	8 23 28	23 50 39.45	7	3 42 53.3	0.8	0.38	10.1		S II	„
„ 13	8 19 26	23 50 32.98	7	3 43 25.9	0.8	0 44	13.0		S II	„
Dec. 11	6 28 52	23 50 5.44	7	3 39 45.8	0.8	0.42	9.2		S I	„
„ 20	5 54 25	23 51 1.59	7	— 3 31 20.2	0.8	0.47	10.5		S I	„
1879 Sept. 15	13 16 48	0 55 11.19	7	+ 2 57 44.7	0.8	0.90	6.3		S I	„
„ 16	13 12 38	0 54 55.91	7	2 55 58.6	0.8	1.06	7.1		S II	„
„ 20	12 55 49	0 53 52.28	7	2 48 49.3	0.8	0.85	8.0		S I	„
Oct. 8	11 39 59	0 48 46.55	7	2 15 41.9	0.8	0.71	7.6		S B II	„
„ 15	11 10 27	0 46 46.40	7	+ 2 3 8.8	+ 0.8	+0.75	9.7		S B I	„

Digitized by Google

Datum	Mittl. Hbg. Zeit	Scheinb. AR.	Fäden	Scheinb Decl.	Parall. oder log t. par.	B.—R. $\Delta\alpha$	B.—R. $\Delta\delta$	Grösse	Beob.	Bemerkungen
Oct. 16	11h 6m16s	0h46m29s.76	7	+ 2° 1 26".1	+ 0".8	+1s.01	— 8".3		S B	II Mitte
„ 31	10 3 20	0 42 32.74	7	1 37 49.1	0.8	0.88	9.4		S	I „
Nov. 18	8 48 57	0 38 55.96	7	1 18 15.4	0.8	0.65	4.5		-	I „
„ 27	8 12 26	0 37 46.79	7	1 12 58.0	0.8	0.76	9.3		-	II „
Dec. 12	7 12 39	0 36 58.92	7	1 11 57.8	0.8	0.73	6.5		-	I „
„ 27	6 14 22	0 37 40.67	7	1 20 40.2	0.8	0.77	6.4		-	I „
„ 30	6 2 54	0 37 59.52	7	+ 1 23 31.6	+ 0.8	+0.59	— 7.5		-	II „
				Uranus.						
1879 Feb. 22	12 7 48	10 17 35.60	7	+11 28 39.0	+ 0.3	+0.13	— 1.8		S	Mitte
März 6	11 18 29	10 15 37.18	5	11 39 45.9	0.3	0.03	+ 0.6		-	(Unsicher)
„ 7	11 14 24	10 15 27.61	7	11 40 38.9	0.3	0 06	— 2.8		-	
„ 9	11 6 13	10 15 8.71	7	11 42 21.0	0.3	0.13	2.8		-	
„ 13	10 49 52	10 14 31.58	7	11 45 46.9	0.3	0.08	1.6		-	
„ 17	10 33 33	10 13 55.88	7	11 49 2.3	0.3	0.09	2.1		-	
„ 18	10 29 29	10 13 47.24	7	11 49 49.8	0.3	0.13	2.0		-	
„ 19	10 25 24	10 13 38.69	7	11 50 37.2	0.3	0.16	1.3		-	
„ 20	10 21 20	10 13 30.14	7	11 51 22.5	0.3	0.07	2.1		-	
„ 23	10 9 8	10 13 5.53	7	11 53 37.6	0.3	0.16	1.0		-	
„ 24	10 5 4	10 12 57.45	7	11 54 20.2	0.3	0.08	1.6		-	
„ 25	10 1 0	10 12 49.65	7	11 55 3.2	0.3	0.15	1.0		-	
„ 30	9 40 43	10 12 12.34	7	11 58 22.3	0.3	0.12	1.8		-	
April 20	8 16 16	10 10 19.26	6	+12 8 6.9	+ 0.3	+0.10	— 2.2		-	Durch Wolken
				Neptun.						
1878 Oct. 27	12 2 13	2 26 56.57	6	+12 36 19.1	+ 0.2	+0.17	— 2.4		S B	
Nov. 1	11 42 1	2 26 23.82	7	12 33 39.8	0.2	0.05	— 0.2		S	
„ 7	11 17 47	2 25 44.71	7	12 30 29.5	0.2	0.03	+ 1.0		-	
„ 9	11 9 43	2 25 31.90	7	12 29 25.0	0.2	0.13	— 0.7		-	
„ 20	10 25 19	2 24 23.04	7	12 23 53.0	0.2	0.18	— 2.2		S B	
1879 Dec. 9	9 18 46	2 31 37.22	7	12 59 56.9	0.2	0.13	+ 1.6		S B	
„ 16	8 50 43	2 31 5.06	7	+12 57 39.5	+ 0.2	0.14	+ 0.7		S	

Sämmtliche obigen Beobachtungen sind „Auge—Ohr" erhalten. Die Vergleichungen beziehen sich bei den grossen Planeten auf die Transit-Ephemeriden des Nautical Almanac, bei Psyche, Fortuna, Egeria und Metis auf das Berliner Jahrbuch, bei Hebe auf A. N. 2218 (Luther), jedoch ist für die Parallaxe auch beim Nautical Alm. immer der Werth $\pi = 8''.85$ zu Grunde gelegt. — Mars ist wegen Phase corrigirt.

In der letzten Columne bedeutet I und II den ersten und zweiten Rand der Planetenscheibe, ebenso O und U den scheinbar obern und untern Rand und M die Mitte.

Bei den mit S B bezeichneten Beobachtungen sind die Mikroskopablesungen von Herrn Dr. Boeddicker angestellt, sonst sind sämmtliche Beobachtungen von mir ausgeführt.

Hamburg 1880, März 8. *C. Schrader.*

Digitized by Google

On the Great Comet.

By *B. A. Gould.*

The Cordoba observations of the comet extend from the 5th to the 19th of February, during which period the weather was exceptionally favorable. The head was not visible in the mists of the horizon until Febr. 4, on which evening I saw it for a few moments in the twilight, but could not compare it with any star. On the 19th it could only be recognized as a scarcely perceptible whiteness in the field of the large equatoreal of 28½ centimeters aperture; and although I made a series of comparisons, the result is not entitled to much confidence. On the 20th it could not be detected notwithstanding the ephemeris was good and the comet must have been in the field. No nucleus was at any time to be seen.

In my letter of Febr. 17 I mentioned the remarkable characteristics of the tail, which was about 40° long, comparatively faint, and of nearly the same brightness throughout its whole length. Careful drawings of its position were independently made by two observers on every night while it remained visible. It faded gradually, beeing seen through some 35° of length, up to Febr. 14, only five days before the head was lost to sight in the equatorial.

The observations are as follows; those of Febr. 9 and 17 having been made by Mr. Thome, and the others by myself.

Date	Cordoba M. T.	No. Comp.	Star	☄ — * $\Delta\alpha$	$\Delta\delta$	Comet's apparent α	δ		
1880 Febr. 5	8h30m26s8	3	z	— 0m11s67	+ 7′ 36″6				
6	8 37 56.3	7	x	+ 2 15.07	— 1 29.0	22h58m32s9	—32°55′ 55″0	— 0s7	+42′ 2
7	8 51 27.1	6	a	+ 2 18.25	— 7 48.5				
8	8 28 9.7	11	b	— 0 36.81	— 1 25.2				
	29 32.3	8	y	— 0 8.45	—12 11 3				
9	8 47 37.8	17	d	— 1 6.09	+ 2 25.8	23 50 51.4	33 45 41.7	— 0.4	—20.8
	8 56 0.2	10	c	— 0 29.36	+ 5 48.2	50 57.2	45 43.3	— 0.5	—20.1
11	8 45 9.7	10	e	+ 1 30.75	— 1 53.0				
	9 4 14.9	18	f	+ 0 1.06	— 4 11.1				
12	8 23 40.8	10	g	— 0 50.17	— 0 48.7				
	23 40.8	10	h	— 2 0.15	+ 0 36.4	0 39 51.0	33 6 15.3	— 0.8	— 7.2
	9 0 26.5	5	i	— 1 55.10	— 6 10.2	40 14.9	5 12.8	— 1.0	—30.2
14	8 24 49.3	14	j	+ 0 29.56	— 4 1.0	1 9 21.8	32 2 48.0	— 0.4	— 3.4
	9 2 22.8	5	k	— 0 49.10	— 0 11.3	44.5	1 48.3	— 1.3	— 4.6
	9 2 22.8	5	l	— 1 26.00	+ 0 42.0	44.2	1 49.1	— 1.0	— 3.8
15	8 27 38.9	5	m	+ 3 28.90	— 5 42.3	1 22 58.1	31 23 19.1	— 1.2	— 6.3
	9 8 37.5	6	n	— 3 20.00	+ 8 33.9	23 20.5	22 4.5	— 1.1	—10.2
17	8 37 51.8	11	O.A1107	+ 3 36 74	— 1 46.1	1 47 43.9	29 54 32.5	+ 1.2	— 2.4
18	8 34 4.5	12	O.A1291	— 0 58.00	+ 0 48.9	1 58 55.2	29 7 12.8	— 0.2	— 6.5
19	9 0 26.8	10	O.A1416	+ 0 36.90	+10 14.7	2 9 34.4	—28 17 44 8	— 1.7	—19.1

Adopted Mean Places of Comparison-Stars. Mean Equinox of 1880.0.

Star	Mag.	α	δ
z	9	22h41m(40)s	—38°27′
x	9	23 0 47s7	—32 54 24″1
a	10	23 13 (49)	33 18
y	9½	23 33 (28)	33 28
b	9½	23 34 (4)	33 34
c	7½	23 51 26.2	33 51 27.7
d	9½	23 51 57.1	33 48 3.8
e		0 22 (52)	33 26
f		0h24m(33)s	—33°23′
g	9	0 40 (42)	33 8
h	8¾	0 41 50 7	33 6 48″1
i	8½	0 42 9.5	32 59 24.8
j	9	1 8 51.8	31 58 43.4
k	8½	1 10 33.0	32 1 33.2
l	8½	1 11 9.6	32 2 27.5
m	9½	1h19m28s6	—31 17 32.7
n	9	1 26 39.9	31 30 34.4
O.A1107	9	1 44 6.5	29 52 42.0
O.A1291	7½	1 59 52.5	29 7 54.7
O.A1416	8	2 8 56.7	28 27 56.3

Digitized by Google

From the positions observed Febr. 6, 12 and 18, I have deduced the following parabolic elements:

$T = 1880$ Jan. 27_d 4048 Wash. m. t.
$\Omega = 6°10\ 29'6$ M. Eq. 1880.0
$\omega = 86\ 18\ 19.0$
$i = 144\ 39\ 38.8$
$\log q = 7.739364.$

The similarity of this orbit to that of the Great Comet of 1843 is palpable. The elaborate and exhaustive discussion of the observations of that comet, published by Hubbard in vols I and II of the Astron. Journal, resulted in an ellipse corresponding to a period of 532.66 years; but although the sum of the squares of the differences between the calculated and the observed positions was thus reduced to a minimum, Hubbard called especial attention to the large changes in the major axis, which might be made without doing violence to the observations. He also gave, with the final values for each of the elements and each residual, the coefficient of its variation for a given change in the eccentricity. Applying these to the case of a period of 175 years, upon the hypothesis of its identity with the comet of 1668, he found that this only implied an increase of the probable error of a single observation from $+\ 8''.44$ to $\pm\ 11''.32$.

If the same coefficients be used with the variation of the eccentricity corresponding to a period of 37 years, the probable error of a single observation is increased to $\pm\ 39''.05$; and furthermore the distribution of the residuals becomes unsatisfactory and the discordances clearly systematic. Yet this does not appear to me a fatal objection; for it is far from certain that the point observed was the comet's center of gravity; and if it was not, systematic discordances ought to be expected.

A very remarkable result is obtained by introducing, in Hubbard's expressions for the variation of the elements, that value of Δe which represents a 37-year period. Assuming for the semi-axis major $a = 11.0867$, we have $\log \Delta e = 6.697639$, Δe being of course negative. The employment of this value renders the elements in every instance less similar to those deduced for the present comet. But if we reverse the signs of Hubbard's coefficients for all the terms except q, and refer the node to the mean equinox of 1880.0, his elements become as follows:

$T = 1843$ Febr. 27.52452 Berlin m. t.
$\Omega = 6°\ 9'\ 10''.5$
$\omega = 86\ \ 9\ 39.4$
$i = 145\ \ 4\ 32.7$
$\log q = 7.810286$
$e = 0.999417248$

or almost the same as those deduced from 12 days' observations of the present comet. I have not been able to undertake the solution of Hubbard's final equations, from which the coefficients are deduced. They are given in the Astr. Journal, II 57. A superficial examination has not disclosed any error in the signs.

The suggestions made, in 1843, by many astronomers, relative to the identity of the great comet of that year with those which appeared in 1668 and 1702, now acquire new force. As for the former, Petersen's ephemeris (Astr. Nachr. XX, 404), calculated with Argelander's elements of the Comet of 1843 upon the assumption of a perihelion-passage 1668 Febr. 29, shows that very small changes would be requisite to satisfy the places marked upon Gottignies's chart, within the limits of their probable errors. As for the latter, it would seem that at the time of its apparition Cassini held it to be identical with that of 1668, which he himself had observed; an opinion repeated in 1843 by Cooper, with his own indorsement. Schumacher considered that the orbit determined in 1843 was incompatible with Maraldi's description of the position of the tail on 1702 March 2, as also with the observation by Marten Brouwer, cited by Struyck. But, while the interval between the perihelia of 1668 and 1702 was a few days less than 34 years, the average time of revolution between 1702 and 1843 would be $35\frac{1}{4}$ years, and the period has now increased to 36 years 11 months. Influences which could so largely modify the major axis, and which I suppose chiefly referable to actual friction of one side of the comet against the sun itself, or the dense portion of its atmosphere, cannot but manifest themselves to some extent in the other elements.

If we suppose the increase of the period to have been regular, and no other serious perturbation to have existed, the corresponding returns to perihelion would have occurred about 1736 July 8, 1771 June 6 and 1806 Dec. 18. But it need cause no surprise that even so brilliant a phenomenon should have passed unrecorded, since the very small portion of the orbit which lies on the northern side of the ecliptic is traversed within a very few hours of the moment of perihelion, and the tail would point southwardly both before and after the perihelion-passage. In 1736 I find no comet recorded, and the comet of 1771 moved in an orbit totally different from this. But the same does not appear certain as regards the second comet of 1806, which passed its perihelion on Dec. 28 of that year. In No. 1374 of the Astr. Nachr. is a determination by Hensel who found

Digitized by Google

the inclination to be 144°57'. The other elements are totally discordant, the orbit being hyperbolic, and the perihelion-distance 2.175. The series of observations extends through three months, a fact which also seems adverse to the hypothesis of identity; but I have here no means of reference to the observations themselves, since Hensel gives only a table of residuals between the observed positions and those deduced from Bessel's provisional elements. A very slight examination would show whether the observed geocentric path was compatible with such an orbit as the present one. Finally Pingré mentions a comet with a tail 36° long, observed by Apian and Gemma Frisius in January 1538, and there are several records of earlier comets which favor the hypothesis of identity with the recent one and a gradually increasing period.

Cordoba 1880, Febr. 26.

Untersuchungen über den grossen südlichen Cometen von 1880.

Circular der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften in Wien.
Von Prof. Dr. *E. Weiss*.

Der Umstand, dass die von Ralph Copeland aus den ersten, allerdings nur genäherten Beobachtungen, welche die Cap-Sternwarte von dem grossen südlichen Cometen mittheilt, abgeleiteten Elemente eine entfernte Aehnlichkeit mit den Elementen des grossen Märzcometen von 1843 aufweisen, wie dies auch der Herr Berechner bemerkt, verbunden mit dem Umstande, dass der jetzige Comet in seiner ganzen Erscheinung eine überraschende Aehnlichkeit mit dem ebengenannten Cometen zeigte, veranlasste mich zu untersuchen, ob der Lauf des neuen Cometen nicht etwa mit den Elementen des damaligen darstellbar sei. Zu diesem Zwecke reducirte ich die letzten Elemente von Hubbard auf das mittlere Aequinoctium 1880.0, vernachlässigte die Excentricität, die bei dieser vorläufigen Untersuchung nicht in Betracht kommen kann, und legte den Periheldurchgang auf Jan. 27.6 mittl. Berliner Zeit, mit anderen Worten, ich ging von den Elementen aus:

T = 1880 Januar 27.600 mittl. Berl. Zeit.
π = 84°20' 42"
ϑ = 1 45 59 } mittl. Aeq. 1880.0
i = 144 19 39
$\log q$ = 7.743377.

Damit gestaltet sich der Lauf des Cometen zwischen Februar 10—15:

9 Uhr mittl. Berl. Zeit	α	δ
Febr. 10	0h 5m1	— 33°34'
„ 11	0 21.8	33 21
„ 12	0 37.8	33 1
„ 13	0 53.1	32 33
„ 14	1 7.8	31 58
„ 15	1 21.4	— 31 20

während die Beobachtungen vom Cap lauten:

Cap Mean Time	α	δ
Febr. 10 $9^1/_4$	0h 4m	— 33°40'
„ 11 $8^3/_4$	0 21	33 31
„ 12 9	0 37	33 11
„ 13 $8^1/_2$	0 52	32 44
„ 14 $8^3/_4$	1 6	32 10
„ 15 $8^1/_2$	1 20	— 31 34

Nach diesen Resultaten kann es wohl kaum einem Zweifel unterliegen, dass die beiden Himmelskörper identisch sind. Geht man übrigens mit einer Umlaufszeit von 36.9 Jahren um 21 Umläufe zurück, so stösst man auf den grossen Cometen von 1106, dessen Identität mit dem Märzcometen von 1843 schon damals von vielen Seiten vermuthet wurde.

Hält man nun an der Identität der beiden Cometen fest, so müsste der Comet jetzt in unseren Gegenden sichtbar sein, falls er nicht bereits zu lichtschwach geworden ist; sein Lauf in den nächsten Wochen wäre nämlich der folgende:

1889 12 Uhr mittl. Berl. Zeit	α	δ	Lichtst.
April 4.5	5h 4m23s	— 7°42'2	0.013
„ 8.5	11 16	6 59.5	
„ 12.5	17 46	6 21.9	
„ 16.5	23 59	5 48.8	
„ 20.5	29 56	5 19.9	
„ 24.5	5 35 41	— 4 54.6	0.006

Der Lichtstärke liegt als Einheit die vom 10. Februar zu Grunde.

Nachtrag.

Seit dem Erscheinen des Circulares habe ich noch die genäherte Beobachtung des Cometen von Gould: Febr. 4. 5h27m55s Cordoba Sternzeit = 11h52m50s mittl. Berl. Zt.: α = 22h24m10s δ = — 31°29'1 mit den

Digitized by Google

oben angeführten Elementen von Hubbard vorglichen. Sie ergeben für diese Zeit $\alpha = 22^h 23^m 36^s$ $\delta = -31°17'8$, also dem beobachteten Orte wieder so nahe, dass sie eine weitere Bestätigung der Identität dieses Cometen mit dem von 1843 gewähren.

Zur Beurtheilung der Frage, ob der Comet noch hinreichend lichtstark sein dürfte, um ihn in unseren Breiten aufzufinden, ist die Notiz von D. Gill von Wichtigkeit, dass er am 23. Februar (also 2 Tage vor Vollmond) des hellen Mondscheines wegen keine Spur von ihm sehen konnte. Damals hatte der Comet eine Helligkeit von 0.22, wenn man die vom 10. Februar als Einheit beibehält, war also beiläufig 17 mal heller als am 4. April. Bedenkt man nun, dass allen unseren bisherigen Erfahrungen zufolge Cometen mit kleiner Periheldistanz viel rascher an Helligkeit abnehmen, als die gebräuchliche Formel ergiebt, so ist die Hoffnung, ihn jetzt noch auf der nördlichen Halbkugel zu sehen, wohl eine sehr geringe, wie denn auch in der That von einer Auffindung desselben bisher nichts verlautete.

Nachdem, wie ich glaube, die Identität des Cometen mit dem Märzcometen von 1843 nicht mehr hezweifelt werden kann, bietet von den verschiedenen, seinerzeit für diesen Cometen angegebenen Umlaufszeiten die von Boguslawski vermuthete mit 147¼ d. h. sehr nahe gleich 4×36.9 Jahren das meiste Interesse dar. Er wurde dadurch auf sie geführt, dass er durch Zurückrechnen mit derselben fast bei jedem Umlaufe bis zurück zum Jahre 371 v. Chr. G. auf Cometen stiess, bei denen sich die freilich meist sehr unvollkommenen und dürftigen uns überlieferten Nachrichten ganz gut mit dem Cometen von 1843 vereinigen lassen. (Verhandlungen der schlesischen Gesellschaft für vaterländische Cultur 1845, S. 87). Die viermal kürzere Umlaufszeit fügt aber den schon von Boguslawski angegebenen, nur noch wenige Cometen-Erscheinungen hinzu, welche mit einiger Wahrscheinlichkeit auf den unsrigen zurückgeführt werden können, wie mir eine Durchsicht von Pingré's Cométographie und Williams Observations of Comets, extracted from the Chinese Annals zeigte. Dies bei einem so auffallenden Himmelskörper für den ersten Augenblick überraschende Resultat ist aber nur eine natürliche Folge seiner aussergewöhnlichen Bahn. Denn nach derselben kann er auf der nördlichen Halbkugel, die für frühere Jahrhunderte allein in Betracht zu ziehen ist, nur dann auf kurze Zeit dem freien Auge sichtbar werden, wenn or sein Perihel im Februar und März oder October und November passirt. Bei einer Umlaufszeit von 36 Jahren 11 Monaten bleibt er daher nach jeder beobachteten Erscheinung, die zwei bis drei folgenden unsichtbar.

Von den oben erwähnten, neu hinzutretenden Erscheinungen des vorliegenden Cometen will ich vorläufig nur auf zwei Tagbeobachtungen von Gestirnen aus früheren Jahrhunderten aufmerksam machen, von denen ihm wenigstens die eine wohl zweifellos angehört. Es sind nach Pingré's Cométographie die nachstehenden:

1179. Vers la sixième heure du jour le 1er Août, on vit une étoile près du soleil (I, 395).

1511. Cardan dit avoir vu en 1511 à Milan, en plein jour et par un ciel fort serein, une étoile extrêmement éclatante (I, 483).

Die erste Beobachtung liegt bis auf wenige Wochen genau gerade um 19 Umläufe zurück, und kann um so eher auf den Cometen gedeutet werden, als er ja auch im Jahre 1843 zur Zeit des Perihels sehr bequem mit freiem Auge gesehen wurde. Bei der zweiten Beobachtung ist weder die Zeit, noch auch die Lage des Gestirnes gegen die Sonne angeführt. Es kann daher auch wohl eine Tagbeobachtung der Venus gewesen sein, doch bleibt es immerhin beachtenswerth, dass das Jahr 1511 um 10 Umläufe zurückliegt.

Pingré führt noch eine dritte Tagbeobachtung an, welche ebenfalls unserem Cometen angehören könnte, wenn man sich erlauben dürfte, die Jahreszahl 1364 statt 1363 zu lesen, was aber ohne eingehendere Discussion nicht zu entscheiden ist. Die Stelle lautet (I, 440):

La veille de la Trinité (27. Mai) avant midi, vers la troisième heur du jour, on vit à Paris une étoile très-petite vers le lieu du ciel où le soleil est à midi; on la distingua durant quelques jours.

Pingré hält dies sonderbarer Weise für Beobachtungen der Venus, wenige Tage nach ihrer unteren Conjunction mit der Sonne.

Währing, den 6 April 1880.

Edmund Weiss.

Entdeckung eines Cometen.

Telegraphische Depesche der K. Akademie der W. in Wien an den Herausgeber.

Comet Schäberle, 6. April 11^h p. m; $\alpha = 7^h 20^m$, $\delta = +84°25'$; $-30^m - 48'$; tail, 3'.*)

*) Der Wortlaut der vorstehenden, theilweise verstümmelten und nicht in der gebräuchlichen Form abgefassten Depesche lässt nicht erkennen, ob die Rectascension in Zeit oder Bogen gegeben ist. Der Ort der Entdeckung ist vermuthlich Ann Arbor. Die Red.

Kiel. April 17. 1880. — Druck von C. F. Mohr in Kiel.

Digitized by Google

Astronomische Nachrichten.

Expedition auf der Königlichen Sternwarte bei Kiel.

Herausgeber: Prof. Dr. C. A. F. Peters.

Band 97. **Nr. 2309.** 5.

Ueber ein Spectrotelescop.

Von *P. Glan.*

Seitdem man die Protuberanzen der Sonne zu jeder Zeit beobachten gelernt hat, und zwar zunächst auf einmal nur für kleine Theile des Randes, sind die Bemühungen der Physiker und Astronomen darauf gerichtet gewesen, grössere Theile des Sonnenrandes auf einmal in homogenem Lichte übersehen zu können. Diese Bestrebungen haben eine erhöhte Wichtigkeit erlangt, seitdem man bemerkt hat, dass der Eintritt eines Gestirns in den Sonnenrand zu verschiedener Zeit beobachtet wird, je nachdem man die Sonne im weissen Licht in der üblichen Weise beobachtet oder spectral im homogenen. Die letztere Art der Beobachtung geschieht bekanntlich in der Weise, dass man mit dem Objectiv des Fernrohrs ein Bild der Sonne auf dem Spalt eines Spectralapparates entwirft und einen kleinen Theil des Spectrums des auf den Spalt fallenden Theiles des Sonnenbildes im Fernrohr des Spectralapparates beobachtet. Man übersieht hierbei auch bei Apparaten mit starker Dispersion und möglichst erweitertem Spalt nur einen kleinen Theil der Sonne auf einmal. Ich werde in Folgendem eine Methode der Beobachtung beschreiben, die erheblich grössere Theile der Sonne auf einmal im homogenen Licht zu beobachten gestattet und die vor Allem die Benutzung des Fernrohres in der gewöhnlichen Weise mit Fadenkreuz und Ocular erlaubt, so dass z. B. Messungen des Sonnendurchmessers in den verschiedenen Farben des Spectrums leicht ausführbar sind. —

Die Methode ist folgende. Ich schraube auf das Ocular eines Fernrohres ein kleines Spectroscop mit gerader Durchsicht, mit Collimatorrohr und Beobachtungsfernrohr: in letzterem befindet sich an der Stelle, an der das Spectrum entworfen wird, eine verschiebbare Blendung mit spaltförmigem Ausschnitt. Das Spectroscop ist so eingestellt, dass die Fraunhofer'schen Linien mit den Rändern der Blendung zugleich deutlich gesehn werden können. Das Ocular des Spectroscops wird abgeschraubt und das Auge unmittelbar hinter den spaltförmigen Ausschnitt der Ocularblendung gehalten, nachdem er und der Spalt am Collimatorrohr auf etwa $^1/_3$ Millimeter erweitert werden ist; das Ocular des Fernrohrs mit angeschraubtem Spectroscop wird dann so lange verschoben, bis das Bild der Sonne deutlich erscheint. Von dem durch das Objectiv des Fernrohrs entworfenen Bilde der Sonne wird hierbei von dem Ocular des Fernrohrs und der Collimatorlinse des Spectroscops ein zweites Bild entworfen, bei meinem Apparat unmittelbar vor dem Prismenkörper, und dies wird durch die Objectivlinse des Beobachtungsfernrohrs, die hierbei als Lupe wirkt, vergrössert beobachtet und zwar in der Farbe, die der Ausschnitt der Ocularblendung von dem auf ihr entworfenen Spectrum des Spaltes am Collimatorrohr durchlässt. Ich benutzte ein terrestrisches Fernrohr von Schmidt und Haensch von 50^{mm} Oeffnung und konnte hierbei fast die Hälfte der Sonne auf einmal im homogenen Licht übersehn. Mit blossem Auge betrachtet sah hierbei die Sonne fast in allen Theilen des Spectrums weiss aus, mit Ausnahme des rothen, in dem sie einen gelb weissen Ton annahm. Es ist das in Uebereinstimmung mit der Erfahrung, dass alle Farben bei hinlänglich gesteigerter Helligkeit in Weiss übergehn. Das Bild war hierbei an den Stellen des Randes senkrecht zum Spalt in einer Ausdehnung von etwa 40° beiderseits vollkommen scharf begränzt, in den übrigen Theilen des Sonnenrandes weniger scharf. Diese geringen Ueberreste von seitlicher Zerstreuung haben ihren Grund wohl hauptsächlich darin, dass von jedem Punkt des Sonnenbildes durch den Prismenkörper ein lineares Spectrum entworfen wird, von dem der spaltförmige Ausschnitt am Auge nicht nur einen einzigen Punkt, sondern eine kleine Linie übrig lässt. Indess ist diese übrigbleibende Zerstreuung nur gering und ich hoffe, sie bei weiterer Vervollkommnung des Apparates noch beseitigen zu können. Uebrigens kann man jeden Theil des Sonnenrandes in vollkommener Schärfe sehn; man braucht nur das Spectroscop ∞^o zu drehen, dass

Digitized by Google

sein Spalt senkrecht zu der betrachteten Stelle ist. Eine solche Stellung des Spaltes wäre z. B. vortheilhaft, wenn man den Eintritt eines Planeten in die Sonne zu betrachten wünscht. Die Diffraction, die die Spalte des Spectroscops hervorrufen können, habe ich hinlänglich beseitigt gefunden, wenn man ihnen eine Breite von $\frac{1}{4}^{mm}$ oder höchstens $\frac{1}{3}^{mm}$ giebt. Macht man sie enger als $\frac{1}{4}^{mm}$, so erscheinen die Ränder parallel dem Spalt sehr verwaschen und bei ganz engem Spalt ist das Sonnenbild völlig in die Breite gezogen. Eine schwache Zerstreuung kann auch durch die Anwendung eines Prismenkörpers mit gerader Durchsicht bedingt sein, der das in diesem Falle in unendlicher Entfernung von ihm liegende Sonnenbild nicht homocentrisch bricht. In Zukunft würde sich daher die Benutzung eines gleichseitigen Prisma's empfehlen, in dem die Brechung im Minimum der Ablenkung stattfände; diese ist stets homocentrisch.

Bei meinen Beobachtungen der Sonne, die ich vom 29. Januar bis zum 10. Februar dieses Jahres anstellte, konnte ich protuberanzartige Erhöhungen am Sonnenrande nicht wahrnehmen. Bei der geringen Dispersion des Prismenkörpers war das von vornherein auch nicht zu erwarten. Dagegen habe ich Sonnenflecke in ihrer Entstehung und Veränderung gut beobachten können. Ich theile hier eine Beobachtung mit. Am 4. Februar sah ich einen grösseren Fleck dicht am oberen Rande, einen kleineren etwa mit demselben Durchmesser mehr nach der Mitte zu und eine Gruppe von dreien, zwei grösseren und einem kleinen schwach nebeligen Fleck, rechts von ihnen. Ich sah bei der Beobachtung ohne Spectroscop im weissen Licht bei den grösseren Flecken den tiefschwarzen Kernfleck und die Penumbra in ausgezeichneter Schärfe, mit dem Spectrotelescop ebenfalls sämmtliche Flecken und in einigen Kernflecken und Halbschatten, wenngleich nicht so scharf getrennt. Bei dem bisher beschriebenen Verfahren musste bei Hinzufügung des Spectroscops die Einstellung des Fernrohrs geändert werden, will man auch mit Benutzung des Spectroscop die Einstellung des Fernrohrs völlig ungeändert lassen, so wie es mit Fadonmikrometer in gewöhnlicher Weise eingestellt ist, so bedarf es der Einschaltung einer Hülfslinse, die unmittelbar zwischen Spalt und Augenblendung eingefügt wird. Bei dem von mir gebrauchten Fernrohr benutzte ich eine Linse von 67.5^{mm} Brennweite. Stellte ich das Fernrohr in üblicher Weise ein und brachte dann unmittelbar hintereinander die Convexlinse und das Spectroscop am Ocular an, so sah ich, ohne irgend etwas an der Einstellung des Fernrohrs ändern zu müssen, die Gegenstände im homogenen Licht so deutlich, wie vorhin im weissen. Für andere Fernröhre wären Linsen von anderer Brennweite auszuwählen.

Die bisherige Zusammenstellung des Apparates, die von Herrn Schmidt und Haensch in Berlin ausgeführt wurde, war nur eine provisorische. Die Prismen und Linsen des Spectroscops sind ohne besondere Untersuchung ihrer Flächen ausgewählt, und das kann dazu beigetragen haben, den homogenen Bildern ihre möglichste Schärfe zu nehmen. Ich hoffe, den Apparat in vollkommener Form ausführen lassen zu können.

Berlin, den 20. März 1880. *P. Glan.*

Ueber den rothen Streifen auf Jupiter. 1879.

Die Erscheinung von schwach röthlichen oder bräunlichen Farben, meist an den Rändern der grauen Streifen, ist seit Langem bekannt. Ich habe sie seit dem Jahre 1842 mehrmals gesehen, und öfter finde ich darüber schriftliche Angaben zu meinen Zeichnungen. Ein Roth jedoch von solcher Intensität und Ausdehnung, wie ein Südstreif im Jahre 1879 zeigte, hatte ich zuvor nicht gesehen, und auch vormals dürfte Aehnliches nicht bemerkt worden sein.

In meinen Zeichnungen von 1878 fehlt dieser Streif, und ich finde, dass ich an solchen Abenden, da er von Andern gesehen ward, Jupiter gar nicht beobachtet habe. Am 15. Aug. 1879 bemerkte ich den rothen Streifen zum ersten Male, und habe ihn dann bis zu Ende des Jahres noch einigemale in Bezug auf seine Passage etwas genauer geprüft. In Ermangelung eines passenden Micrometers habe ich nur Abstände der Ecken und der Mitte, vom Ostrande nach dem Augenmasse geschätzt, nach derselben Methode, die ich schon 1851 zu Bonn in Anwendung brachte. Ist aber ein Fleck, den man zur Bestimmung der Rotation benutzen will, von solcher Grösse wie diesmal, und haben die Streifen gegen den Horizont eine sehr starke Neigung, so sind derartige Schätzungen mit grossen (persönlichen) Fehlern behaftet, die gar nicht von dem schlechten Zustande der Luft, oder von der zu geringen Kraft des Fernrohrs abzuhängen scheinen. Will man durch solche Ocularschätzungen die Rotation bestimmen, so ist ein schwarzer

Digitized by Google

kleiner Fleck (von der Grösse der Trabantenschatten) sehr viel besser geeignet, wie ich namentlich an einem günstigen Beispiele im Jahre 1862 gefunden habe. Das Detail meiner Beobachtungen über den Streifen von 1879 werde ich bei anderer Gelegenheit mittheilen. Hier gebe ich vorläufige Resultate zur Unterstützung etwaiger Untersuchungen von anderer Seite, die hoffentlich erst dann als definitive gelten werden, nachdem man das Ende der Erscheinung und die Sammlung aller betreffenden Angaben abgewartet haben wird.

Die Zeiten sind mittlere von Athen, ohne Correction wegen der Lichtzeit. Es ward eine nahe 300malige Vergrösserung des 6füss. Refr. benutzt. Die Luft war nie günstig. x ist das westlich vorangehende Ende, m die Mitte, y das Westende des rothen Streifens, während des Durchgangs durch die Mitte.

Aug. 15 x..... $10^{h}0$ m .... y.....
Sept. 6 .... $10^{h}1$ } Näherungen, ohne Unterstützung durch wirkliche Beobachtungen.
Octbr. 7 ..... 7.8 ....

Nov. 10 $x = 6^{h}17^{m}9\ldots20\,B.$ $m = 6^{h}50^{m}5\ldots4\,B.$ $y = 7^{h}\ 9^{m}6\ldots13\,B.$ $(y-x) = 51^{m}7.$ $(m-x) = 32^{m}6.$
$(y-m) = 19^{m}1$ $p = 4$

Nov. 12 $x = 7^{h}17^{m}7\ldots19\,B.$ $m = 8^{h}24^{m}7.\ 5\,B$ $y = 8^{h}47^{m}6\ldots18\,B$ $(y-x) = 49^{m}9.$ $(m-x) = 27^{m}0.$
$(y-m) = 22^{m}9$ $p = 4$

Nov. 24 $x = 7^{h}52^{m}7\ldots14\,B.$ $m = 8^{h}23^{m}0\ldots3\,B.$ $y = 8^{h}50^{m}5\ldots12\,B.$ $(y-x) = 57^{m}8.$ $(m-x) = 30^{m}3.$
$(y-m) = 27^{m}5$ $p = 2$

Dec. 4 $x = 6^{h}\ 9^{m}3.\ .14\,B.$ $m = 6^{h}50^{m}6\ldots4\,B.$ $y = 7^{h}\ 0^{m}7\ldots\ 7\,B.$ $(y-y) = 51^{m}4.$ $(m-x) = 41^{m}3:$
$(y-m) = 10^{m}1:$ $q = 2$

Dec. 6 $x = 7^{h}5^{m}9\ldots\ 3\,B$ $m = 8^{h}18^{m}8\ldots2\,B.$ $y = 8^{h}52^{m}3\ldots\ 2\,B.$ $(y-x) = 53^{m}4.$ $(m-x) = 19^{m}9:$
$(y-m) = 33m3:$ $p = 1$

Dec. 26 $x = 4^{h}35^{m}2\ .\ 15\,B.$ $m = 4^{h}51^{m}5\ .\ 6\,B.$ $y = 5^{h}14^{m}1\ \ .16\,B.$ $(y-x) = 38^{m}9.$ $(m-x) = 16^{m}3.$
$(y-m) = 22^{m}6$ $p = 2$

Athen 1880, März 19.

J. F. Julius Schmidt.

Webb's Nebula im Schwan.

Nachdem ich durch Lord Lindsay's gefällige Mittheilung von dem neuen Nebel Kunde erhalten hatte, ward der Ort zuerst Dec. 5. (1879) am Sucher mit Hülfe der B. D. ermittelt. Am 6. Dec. beobachtete ich den Nebel am 6füss. Refr. An 300maliger und an noch stärkerer Vergrösserung fand ich ihn elliptisch, von W—O verlängert, sehr fein, eigenthümlich glühend, höchst verdichtet, sternartig gegen die Mitte hin. Ich schätzte ihn 8" bis 10" gross, und fand die Angabe 4' bis 5' viel zu klein. Er ist einigermaassen dem Nebel bei Piscium ähnlich. Am Kreismikrometer fand ich:

$N = 12^{m}5\ldots a + 28^{s}885 - 10'08.$ 4 Beob.
$N = 12.2\ldots b + 26.290 - 117.20.$ 4 „
$N = 12.5\ldots c + 11.826 - 33.00.$ 4 „
$N = 12\ 0\ .\ p - 26.973 - 74.90.$ 3 „

Vielleicht steht zwischen c und b noch ein Stern 13m.

Am Sucher schätze ich den Nebel von der 8. Grösse.

Athen 1880, März 19.

J. F. Julius Schmidt.

Micrometer Measures of the Diameter of Mars.

The following series of measurements of the Diameter of Mars was made with the 12.3 in. equatorial of this observatory during the opposition of 1879. Each observation consisted of four measures of the double distance. In each case a power of 250 was employed. Measures were made across the disc in four directions, parallel to the axis, perpendicular ot it and at the points midway between These directions correspouded to the following position angles on the disc 143°—323° (Polar), 8°—188°, 98.—278°, 53—233° (Equatorial). The ephemeris of Mr. Marth published in the Monthly Notices was used in setting the Positions Circle. The observations were all made by Prof. C. W. Pritchett. In the Columns „Observed Diameter", the correction for incomplete illumination has been applied.

Digitized by Google

1879	Gl. m t.	Obsd. Diam. 53—233°	Gl. m. t.	Obsd. Diam. 8—188°	Gl. m. t.	Obsd. Diam. 98—278°	Gl. m. t.	Obsd. Diam. 143—323°
Oct. 27	8h58m	21″16	9h 8m	19″78			9h18m	19″41
27	17 32	18.74	17 26	19.32			17 18	19.22
28	9 40	19.80			9h50m	19″89	10 0	19.47
28	17 35	19.91			17 27	19.72	17 19	19.48
29	8 42	19.75			8 50	19.86	9 0	19.41
30	10 20	19.89			10 27	19.74	10 37	19.12
Nov. 3	9 52	19.90	10 2	19.42			10 6	19.55
5	10 48	19.63	10 55	19 04			11 2	19.04
6	10 0	19.90			10 7	19.42	10 14	19.73
7	9 17	19.09			9 25	19.59	9 32	19.14
7	12 41	19.65			12 45	19.19	12 52	19.47
12	10 3	19.83	10 9	19.31			10 16	19.07
15	8 56	19.56	9 1	18.85			9 7	19.57
18	10 39	19.13	10 46	19.42			10 52	18.58
19	10 6	19.87			10 13	19 01	10 19	18.68
21	12 21	19.07	12 28	18.75			12 34	19.15
24	8 33	18.68	8 53	18.67			9 13	18.12

These observations give the following values of the diameter when reduced to distance unity. The Hour Angle given corresponds to the mean of the times of observation of each day.

Date	Hour angle	Diam. 53—233°	Diam. 8—188°	Diam. 98—278°	Diam. 143—323°
Oct. 27	— 4h0	10″31	9″64		9″46
27	+ 4 3	9.12	9.40	9″67	9.36
28	— 3 3	9.62		9.58	9.46
28	+ 4 4	9.67		9.64	9.46
29	— 4 0	9.58		9.56	9.42
30	— 2 4	9.63			9.25
Nov. 3	— 2 5	9.60	9.37		9.44
5	— 1 4	9.47	9.19	9 39	9.19
6	— 2 1	9.66		9.43	9.53
7	— 2 8	9.23		9.28	9.25
7	+ 0 7	9.50			9.42
12	— 1 5	9.70	9.44		9.32
15	— 2 4	9.67	9.32		9.67
18	— 0 4	9.60	9.74	9.59	9.32
19	— 0 9	10.02			9.42
21	+ 1 6	9.74	9.58		9.77
24	— 1 7	9.73	9.72		9.44

These give in the mean the following results

Direction	Nr. obs.	Diam.	Prob. Error.
53—233°	17	9″638	+ 0″044
8—188	9	489	0.043
98—278	8	517	0.032
143—323	17	422	0.024

There seems to be a systematic difference between the measures of the Equatorial and Polar Diameters on each day which is apparently confirmed by the measures of the intermediate diameters — indicating an apparent elliptical disc. The fact that these measures were always made in the same order may partially account for

Digitized by Google

this difference. If they are considered independent measures of the same diameter and the weights determined from the probable errors there will result finally, Diameter = 9″486 + 0″033.

Although heliometer measures will no doubt give a value of the diameter of a planetary disc such as that of Mars nearer the truth than measures made with a filar micrometer the latter are not without value. In fact in the reduction of incomplete observations and other common astronomical operations the value deduced from the filar micrometer is the one needed. There is no doubt however that values obtained with a filar micrometer wire vary greatly with the state of the atmosphere, the observer and especially the definition of the telescope: smaller and poorer instruments giving values systematically larger than those whose definition is good.

Bessel's value from the heliometer is	9″328
Hartwigs value from the heliometer measures of Bessel, Kaiser, Main and himself	9.352
The value used in the Nautical Almanac and Jahrbuch for computing the apparent discs	11.10
Value used in the American Ephemeris	10.108

The last mentioned value was obtained from the observations of the Washington Mural Circle (Aperture 4.1 in.) during 1845—46 and is subject to the large probable error + 0″203. Both of the two latter values are probably larger than would be given by any good instrument of larger size and good definition.

Glasgow, Missouri, Apr. 1880.

Henry S. Pritchett,
Astronomer Morrison Observatory.

Ueber die Umkehrung der Bessel'schen Methode der sphäroidischen Uebertragung.

In Nr. 2294 der A. N. hat Herr Prof. Albrecht eine Lösung der Aufgabe mitgetheilt, aus den geographischen Coordinaten zweier Punkte auf dem Ellipsoid den geodätischen Bogen zwischen ihnen und die Azimuthe in den Endpunkten zu finden. Da das Wesentliche dieser Lösung in der Ermittelung eines brauchbaren Näherungwerthes für die Differenz zwischen dem sphärischen und dem ellipsoidischen Längenunterschied besteht, so ist es vielleicht nicht ohne Interesse eine andere einfache Herleitung derselben Näherungsformel mitzutheilen, welche ich bei meinen im Winter 1878/79 vor Mitgliedern des geodätischen Institutes gehaltenen Vorlesungen benutzt habe. Es seien A und A' die gegebenen Punkte auf dem Ellipsoid, P der Nordpol, ferner Z, Z' und P' die entsprechenden Zenithe an der Himmelskugel, endlich $BB'P$ das bekannte sphärische Hülfsdreieck. Die Azimuthe und Breiten des Hülfsdreiecks stimmen mit den Azimuthen und den reducirten Breiten von PAA' überein. Vergleicht man nun die bekannten Formeln für die Azimuthunterschiede der geodätischen Linie, der Normalschnitte und des Bogens ZZ' mit einander, so sieht man sofort, dass die Meridianconvergenzen längs ZZ' und AA' oder BB' sich nur um Grösseu höherer Ordnung von einander unterscheiden. Berechnet man nun ein neues sphärisches Dreieck $P'CC$, dessen Breiten mit denen von PBB' übereinstimmen, während die Meridianconvergenz längs CC' gleich der Länge ZZ' ist, so unterscheiden sich die Winkel $CP'C'$ und $BP'B'$ ebenfalls nur um Grössen höherer Ordnung. Die Durchführung der hier angedeuteten Entwicklungen, welche unter Benutzung allgemein bekannter Kunstgriffe sich sehr einfach gestaltet, führt dann zu einer Näherungsformel für den gesuchten Winkel $BP'B'$, welche sowohl in ihren massgebenden Gliedern als auch in den massgebenden Gliedern ihres Fehlers mit der Albrecht'schen identisch ist.

Berlin 1880, März 5.

H. Bruns.

Aus einem Schreiben des Herrn Dr. Seeliger an den Herausgeber.

Gestatten Sie mir, dass ich eine kurze Bemerkung zu meinem Aufsatze „Ueber Mädler's Doppelsternmessungen" (A. N. Nr. 2288) nachtrage.

Auf pag. 117 nehme ich an, dass die m. F. der Positionswinkel von *o. σ.* aus den cerrigirten Beobachtungen abgeleitet sind. Herr Director Thiele hatte die Freundlichkeit mich darauf aufmerksam zu machen, dass dies nicht der Fall, sondern *o. σ.* mit den uncorrigirten Werthen gerechnet hat. Danach wäre meine geäusserte Ansicht über die Unwahrscheinlichkeit einer Correction der Mädlerschen Positionswinkel, welche von der Neigung des Sternpaars gegen die Verticale abhängt, zunächst nur durch die Vergleichung mit den Beobachtungen von W. Struve gestützt. Aber auch

Digitized by Google

die Beobachtungen von *o. z.* sprechen nicht gerade dagegen und zwar deshalb, weil nach den Bemerkungen von *o. z.* auf pag. (106) der Einleitung seines Werkes anzunehmen ist, dass die Anwendung der Formel für die systematischen Correctionen den m. F. einer Beobachtung nicht merklich verkleinern wird *o. z.* hat nämlich (was bei Mädler anscheinend durchaus nicht der Fall war) denselben Doppelstern nur sehr selten in beträchtlich verschiedenen Stundenwinkeln beobachtet und auch waren diejenigen Beobachtungen, bei welchen dieser Ausnahmefall eintrat, bei der Bildung des m. F. ausgeschlossen. Es ist selbstverständlich nicht zu leugnen, dass eine Vergrösserung des m. F. bei *o. z.* durch dieses Verfahren eingetreten ist. Es kommt also darauf an, ob man zugeben will, dass die von mir a. a. O. angeführten Gründe, welche verursachen, dass die Tabelle (*A*) zu kleine Werthe giebt, nicht überwogen werden durch den Einfluss der ebengenannten Art. — Dies, sowie die Voraussetzung, auf welcher meine Auseinandersetzung auf pag. 117 beruht, dass nämlich Mädler an sich, nicht genauer beobachtet hat als W. und O. Struve, kann natürlich durch die beigebrachten Zahlen überhaupt nicht bewiesen werden. Es handelte sich vielmehr nur darum die geäusserte Auffassung der Sachlage plausibel zu machen.

Leipzig, den 22. April 1880. *H. Seeliger.*

Baxendell's Stern im kleinen Hunde.

Seit Dec. 1879 habe ich mit Hülfe einer Mittheilung des Herrn Copeland, den Ort des Sterns *x* ermittelt, und den nicht erheblichen Lichtwechsel bis jetzt am Sucher beobachtet. Den Ort bestimmte ich wie folgt: 1880 März 2. $9^m2\ x = 9^m2\ b + 31^s887 - 52'58\ldots4\ B.$

$$x = 8 \quad a - 4.186 - 179.92\ldots4\ B.$$

Es sind die in Monthly Not. XL Nr. 2. angegebenen Vergleichsterne *B.* Weisse 1029 u. 1014. Daselbst findet man die Messungen von Lord Lindsay u. Herrn Knott, die mit den meinigen sehr nahe übereinstimmen.

Athen 1880, März 19. *J. F. Julius Schmidt*

Notice of a Large Comet.

The tail of a very fine comet has been visible in the southwest throughout the Australian Colonies during the past fortnight. I first saw it on the evening of the 3rd instant when it extended about 25° above the horizon, the head being either behind a bank of clouds on the horizon or really below the horizon. I have kept a sharp lookout every evening since that date in order to obtain an observation of the nucleus but without success owing to the extraordinarily cloudy state of the horizon. The head was glimpsed for a few moments between clouds on the evening of the 14th, but there was not sufficient time to get a comparison observation. According to my judgment the comet's head would appear to have travelled from Capricornus to Apparatus Sculptoris from the 3rd to the 14th instant. I do not remember having before experienced such a long continuance of southerly winds and cloudy weather. When I saw the comet's head in the telescope on the 14th there was no sign of a nucleus or other condensation.

Observatory, Windsor. N. S. Wales, February 16th 1880. *John Tebbutt*

Elemente des Cometen *a* 1880.

Den in den A. N. 2307 veröffentlichten Beobachtungen dieses Cometen zu Cordoba Februar 6, 9, 15 habe ich folgende Bahn angeschlossen.

Das Olbers'sche *M* wurde, da die beobachteten Zwischenzeiten sehr ungleich waren, nach der Klinkerfues'schen Methode verbessert. Die Elemente sind:

$$\left.\begin{aligned} T &= 1880\ \text{Januar}\ 27.6112\ \text{mittl. Zt Berlin.} \\ \pi &= 82°17'35'' \\ \Omega &= 359\ 57\ 44 \\ \pi - \Omega &= 82\ 19\ 51 \\ i &= 143\ 34\ 5 \end{aligned}\right\} \text{w. A.}$$

$$\log q = 7.82236$$

Die Darstellung der mittlern Beobachtung wird: $d\lambda = -2'8'',\ d\beta = +52''$

Berlin 1880, April 13. Dr. *H. Oppenheim.*

Digitized by Google

Elemente und Ephemeride des Cometen b 1880,

berechnet von den Herren Dr. *J. Holetschek* und *K. Zelbr.*

Circular der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften in Wien.

Bis zum Schlusse der Rechnung waren die folgenden Beobachtungen eingelangt:

Ort	1880	mittl. Ortszt.	app. α ✱	app. δ ✱	Beobachter
1. Washington (?)	April 6	11h—m—s	7h20m —	+84°25′	
2. Pola	„ 10	8 41 48	6 41 7.00	81 43 11.6	J. Palisa
3. Strassburg	„ 11	10 37 2	6 35 27.73	80 51 23.8	Winnecke
4. Wien	„ 13	10 18 16	6 28 9.55	+79 19 48.5	Weiss

Aus den Positionen 2,3 und 4 ergaben sich folgende Elemente:

$T = 1880$ Juni 11.7666 mittl. Berl. Zeit.

$\left.\begin{array}{rl} \pi &= 25°51'19'' \\ \Omega &= 254\ 17\ 15 \\ i &= 123\ 40\ 13 \end{array}\right\}$ mittl. Aeq. 1880.0

$\log q = 0.28667$

Darstellung der mittleren Beobachtung (B.—R): $\Delta\lambda \cos\beta = +2''$

$\Delta\beta = +1.$

Ephemeride für 12h Berliner Zeit.

1880	α	δ	$\log\Delta$	$\log r$	Lichtstärke
April 14	6h25m 8s	+78°30 2	0.3102	0 3146	0.97
18	18 27	75 32 2	0.3202	0.3111	0.95
22	15 30	72 44.2	0.3303	0.3078	0.92
26	14 32	70 6.1	0.3408	0.3047	0.89
30	14 43	67 37 8	0.3513	0.3019	0.86
Mai 4	15 38	65 19.2	0.3616	0.2992	0.83
8	17 2	63 9.2	0.3718	0.2968	0.80
12	6 18 45	+61 7.6	0.3816	0.2946	0.77

Als Einheit für die Lichtstärke ist die vom 10. April genommen.

Osservazione della cometa b 1880,

fatta all' Equatoriale di Merz dell' Osservatorio del Collegio Romano.

Tempo medio di Roma 19 Aprile 1880 10h36m13s

α ✱ — α ☉ = — 2m31s07

α apparente ✱ corretta di tutti gli errori 6h17m47s8

δ ✱ — δ ☉ = — 12′ 19″

δ apparente ✱ coretta di tutti gli errori 74°49′ 5″

Stella di confronto: 256 + 75° Arg.

$\left.\begin{array}{rl} \alpha & 6h20m15s4 \\ \delta & 75°\ 1'\ 7'' \end{array}\right\}$ 1880.0

La cometa era difficilissima ad osservarsi colla presenze della luna, il diametro stimato era di 40″ con sospetto di nucleo. Le osservazioni in numero di 6 confronti furono fatte da me con micrometro circolare e le riduzioni si devono al Prof. Millosevich.

P. Tacchini.

Digitized by Google

Elemente und Ephemeride des Cometen *b* 1880,

berechnet aus Pola 10., Wien 13. und 16. April.

T = 1880 Juli 18.59817 mittl. Berl. Zt.
ω = 159°52′53″.4
Ω = 260 9 59.1 } mittl. Aequ. 1880.0
i = 122 29 17.2
$\log q$ = 0.213000

Darstellung des mittleren Ortes (B.—R.) $\Delta' \cos\beta$ = —20″.7
$\Delta\beta$ = — 6.9

Ephemeride für 12h m. B. Zt.

	α	δ	$\log\Delta$	$\log r$	H
April 22	6h15m41s	+ 72° 4 10.3	0.3101	0.3005	1.07
23	15 18	71 22.3			
24	15 1	70 41.1			
25	14 47	70 0.6			
26	14 39	69 20.7	0.3201	0.2942	1.04
27	14 38	68 41.5			
28	14 40	68 2.9			
29	14 44	67 24.9			
30	14 49	66 47.5	0.3302	0.2879	1.02

Wien, 1880 April 21.

	α	δ	$\log\Delta$	$\log r$	H
Mai 1	6h14m54s	+ 66°10 7			
2	15 12	65 34.4			
3	15 24	64 58.8			
4	15 42	64 23.7	0.3402	0.2817	1.00
5	16 2	63 15.2			
6	16 22	62 41.4			
7	16 43	62 8.7			
8	17 6	61 36.3	0.3501	0.2757	0.99
9	17 31	61 36.3			
10	17 56	61 4.5			
11	18 22	60 33.1			
12	18 49	60 2.4	0.3596	0.2698	0.97
13	19 17	59 31.0			
14	19 46	59 1.5			
15	20 15	59 31.5			
16	20 45	+ 59 1.5	0.3687	0.2640	0.96

Als Einheit der Helligkeit gilt die für April 10.

K. Zelbr

Beobachtung des Cometen *b* 1880.

1880 April 15. 10h35m43s m. Z. Leipzig 6h23m15s13 (0.242) + 77°46′48″.7 (0.087) 18:6
Mittlerer Ort des Vergl.-Sternes für 1880.0
6h29m54s86 + 77°33′24″.9 Arg. Oeltzen N. Z 7018

Der Kopf des Cometen zeigte einen scharfen sternartigen Kern von der Helligkeit eines Sternes 10. Grösse; der Schweif erschien 3′ lang.

Leipzig 1880, April 16. *B. Peter.*

Entdeckung zweier Planeten.*)

Planet (215) Knorre.

1880 April 7.12h Berlin 13h53m45s — 11°43′ } Grösse 12.5
12.12 „ 13 49 35 — 11 25

Planet (216) Palisa.

April 10 12 59 48 — 12 8 } Grösse 11.0
12. 3h Berlin 12 58 10 — 11 52

Berlin 1880, April 13. *V. Knorre.*

*) Der in Nr. 2304 als neu entdeckt angegebene Planet ist identisch mit (119) Althaea. Anm. der Red.

Inhalt:

Zu Nr. 2308. *C. Schrader* Beobachtungen von Planeten am Meridiankreise der Hamburger Sternwarte. 49 — *B. A. Gould*, On the Great Comet. 57. — *L. Weiss*, Untersuchungen über den grossen südlichen Cometen von 1880 64. — Entdeckung eines Cometen. 63

Zu Nr. 2309. *P. Glan*, Ueber ein Spectrotelescop. 65. — *J. F. Julius Schmidt*, Ueber den rothen Streifen auf Jupiter 1879. 67. — *J. F. Julius Schmidt*, Webb's Nebula im Schwan. 69. — *Henry S. Pritchett*, Micrometer Measures of the Diameter of Mars. 69. — *H. Bruns*, Ueber die Umkehrung der Bessel'schen Methode der sphäroidischen Uebertragung. 73. — *H. Seeliger*, Aus einem Schreiben desselben an den Herausgeber. 73. — *J. F. Julius Schmidt*, Baxendell's Stern im kleinen Hunde. 75. — *J. Tebbutt*, Notice of a Large Comet. 75. — *H. Oppenheim*, Elemente des Cometen *a* 1880. 75. — *J. Holetschek u. K. Zelbr*, Elemente und Ephemeride des Cometen *b* 1880. 77 — *P. Tacchini*, Osservazioni della cometa *b* 1880. 77. — *K. Zelbr*, Elemente und Ephemeride des Cometen *b* 1880. 79. — *B. Peter*, Beobachtungen des Cometen *b* 1880. 79. — *V. Knorre*, Entdeckung zweier Planeten. 79.

Kiel Mai 1. 1880. Druck von C. F. Mohr.

Digitized by Google

Astronomische Nachrichten.

Expedition auf der Königlichen Sternwarte bei Kiel.

Herausgeber: Prof. Dr. C. A. F. Peters.

Band 97. **Nr. 2310.** 6.

Helligkeit des Planeten Mars.

A. Marth's note referring to Obs. and Estim. of the brightness of Mars etc. in Monthly Not. XL Nr. 3 pag. 159 hat mich veranlasst, aus den jüngst hergestellten Abschriften meiner, die Helligkeit der Planeten betreffenden Beobachtungen denjenigen Theil im Auszuge mitzutheilen, der sich auf die Vergleichungen des Mars mit verschiedenen Sternen bezieht. Es sind nicht etwa directe photometrische Bestimmungen, sondern die gewöhnlichen Schätzungen nach Argelanders Methode. Ich beabsichtige weder, alle derartigen Vergleichungen des Mars hier anzuführen, noch auch mit wirklichen Endresultaten der Rechnung mich zu beschäftigen; ich wünsche nur eine Uebersicht zu geben, werde aber doch für einige genügend vollständige Beobachtungsreihen durch Curven die Zeiten ermitteln, da Mars mit gewissen Sternen dieselbe Helligkeit hatte. Durch eigene Erfahrung geleitet, war mir seit 1864 bekannt, innerhalb welcher Grenzen ich, bei ungleicher Höhe der Objecte, die Vergleichungen anstellen dürfte, ohne befürchten zu müssen, dass durch die Einwirkung der Extinction des Lichtes grössere Fehler als die ohnehin unvermeidlichen Beobachtungsfehler verursacht würden. Ich wusste überdies, dass alle meine Vergleichungen sehr heller Gestirne nur geringe Sicherheit haben. Es ist selbstverständlich, dass bei sehr geringen Höhen nur im Falle der nahen Gleichheit der letzteren beobachtet ward. Bei Höhen über 40° habe ich auf die Ungleichheit der Höhen keine Rücksicht genommen. Einige Sicherheit ist nur zu erwarten, wenn Mars nicht sehr hell ward, und wenn er mit Sternen von ähnlicher Farbe verglichen werden konnte, also mit α Tauri, α Orionis, α Scorpii. Auch fand ich (für mein Auge), die Vergleichungen mit gelbrothen und starkgelben Sternen wie α Aurigae, α Bootis etc. hinreichend sicher. Die weissgelben Sterne wie Sirius, α Virginis u. a. habe ich wegen anderer Interessen ebenfalls gelegentlich berücksichtigt. In 3 Abschnitten glaube ich Alles in Kürze darlegen zu können.

I. Grössere Beobachtungsreihen.

Von diesen gebe ich jedesmal nur einen kurzen Auszug, den Theil betreffend, da die Lichtcurve für Mars durch den Punkt der gleichen Helligkeit mit dem Vergleichsterne zieht. Fragen über den Einfluss der Dämmerung, des Mondlichtes, der Lage der Verbindungslinie beider Objecte, muss ich hier übergehen. Ich beschränke mich auf die Ermittelung des erwähnten Zeitpunktes durch die genäherte Curve. M bezeichnet den Mars.

1848. Bonn.

Febr.	23	7h0	M 1.5	α Tauri.	R — B.
	29	7.0	1.5		
März	1	6.5	1.0		
	4	7.5	1.0		+0.3
	5	6.5	1.0		+0.2
	12	6.5	1.0		—0.5
	22	7.2	0.0		—0.5
	26	8.5	—0.5		—0.3
	27	8.0	—1.5		+0.5
	31	7.0	—1.5		+0.1

1849. Bonn.

April	7	7h5	M —0.5	β Gemin.
	16	9.0	0.0	
	28	9.0	—1.0	
Mai	2	9.0	—1.0	
	7	8.5	—2.0	

1864. Athen.

Juli	9	15h0	M —1.0	α Aur.
	14	14.5	—1.0	
	28	12.5	0.5	
	31	13.2	0.0	
Aug.	1	13.0	0.0	
	2	12.5	—0.5	
	5	13.1	—1.0	
	7	14.5	—1.0	

Digitized by Google

Aug.	8	14h4	M	−0.5	« Aur.	
	9	14.5		−0.5		
	10	14.5		−1.0		
	11	12.5		−0.5		
	12	13.5		−1.0		
	13	15.5		−1.0		
	20	12.5		−1.0		
Sept.	8	11.3		0.0		
	9	12.4		−0.5		
	15	13.0		0.5		
	28	12.5		0.5		
Oct.	1	11.7		1.0		
	16	10.0		2.0		

1865. Athen.

Jan.	2	11h9	M	2.0	« Aur.	R−B.	
	6	9.5		1.0		+0.6	
	16	10.5		1.5		−0.8	
	19	10.2		1.5		−1.0	
	27	6.6		−0.5		+0.3	
	28	6.5		0.0		−0.3	
Febr.	1	7.5		−0.5		−0.1	
	12	8.0		−2.0		+0.6	
	20	10.5		−2.0		−0.1	
Febr.	20	10.5	M		« Tauri	M 2.5	« Orion.
März	7	7.0		1.7		2.0	
	8	6.7		1.0		1.0	
	14	9.0		0.0		0.0	
	16	7.0		0.0		0.0	
	26	7.5				1.0	
	27	7.6				0.5	
Mai	3	9.5	M	−0.5	β π.	M 0.0	« π.
	4	10.0		−0.5		0.0	
	7	8.5		−1.0		−0.5	
	8	8.5		−1.0		−0.5	

1866. Athen.

Juli	14	15h3	M	2.0	« Tauri.	R−B.
Aug.	1	15.5		0.5		−0.6
	8	14.5		0.0		+0.1
	10	15.0		−0.2		+0.4
	11	14.5		−0.2		+0.4
	30	14.0		1.0::		−0.3
Sept.	7	15.7		0.0		+0.9
	13	14.1		0.5		+0.5
	21	12.1		M 0.0	« Orion.	
Oct.	6	12.3		0.5		
Oct.	13	15h7	M	2.5	M 2.0	−0.2
	31	12.7		2.0	1.5	+0.7
Nov.	1	15.3		3.0	2.5	−0.6
	1	16.5		2.5	2.0	−0.1

1867. Athen.

Febr.	10	11h1	M	2.0	« Aur.	
	14	7.0		1.5		
	18	7.0		1.0		
	21	7.0		1.0		
	24	10.3		0.5		
	26	10.8		0.5		
	28	7.0		0.0		
	28	10.0		0.5		
März	7	7.3		−0.5		
	8	7.1		−0.5		
	20	9.0			M 3.0	β π.
	27	8.5		−3.5	0.5	
	29	7.7			0.5	
	30	7.4			1.0	
April	8	8.0			0.5	
	9	9.0			1.0	
	17	9.0			0.5	
	18	10.0			1.0	
	21	7.8		−2.5	0.5	
	24	8.5		−2.5	1.0	
	26	8.5			0.7	
Mai	2	8.1		−3.0	0.5	
	3	7.7			0.0	
	4	8.5			1.0	
	8	8.4			0.0	
	15	8.1			0.5	
	16	8.5			0.0	
	17	8.2			0.5	
	19	8.1			0.5	

1868. Athen.

Aug.	26	16h0	M	−4.0	« Or.	M	−3.0 « Tauri.
	29	15.5		−4.0			−3.0
Oct.	22	14.0		−1.0			0.0
Nov.	10	14.0					1.0
	12	16.0		−0.5			1.0

1869. Athen.

Febr.	7	13h5	M	2.0	« Boot.
	11	12.0		2.0	
	13	12.1		2.5	
	17	12.5		2.0	
April	8	11.0		−1.0	

Digitized by Google

April	15	10h1	M	−1.0	α Boot.
„	27	8.3		−0.5	
„	29	8.0		−1.0	
Mai	7	8.3		−2.0	

1871. Athen.

Jan.	19	12h5	M	0.0	α Boot.
März	1	10.5		3.5	
„	11	10.0		3.0	
April	7	10.0		2.5	
„	10	9.7		2.0	R − B
„	11	10.1		1.5	
„	13	8.8		1.5	
„	15	10.0		1.5	
„	16	9.7		1.0	−0.3
„	17	10.2		0.5	+0.1
„	18	10.0		0.5	+0.1
„	19	10.0		0.7	−0.2
„	20	10.5		1.0	−0.6
„	23	11.0		0.5	−0.2
„	25	11.0		0.5	−0.3
„	26	12.2		0.0	+0.1
„	28	10.5		0.0	+0.1
Mai	8	10.0		−0.5	0.0
„	12	10.4		−0.5	−0.2
„	14	8.5		−1.0	+0.2
„	17	8.6		−1.5	+0.4
„	20	9.3		−1.0	−0.2
„	31	8.7		−1.5	−0.3
Juni	4	8.5		−2.0	+0.1

1877. Athen.

Dec.	23	9h2	M		α Tauri	M	−0.5 α Aur.
„	24	6.5		0.5			−1.0
„	27	6.3		1.0			−1.5
„	30	5.9					−2.0
„	31	6.7		1.0			−2.0

1878. Athen.

Jan.	5	6h8	M	1.5	α Tauri.
„	7	7.3		1.5	
„	16	6.7		2.5	
„	22	6.2		2.0	R − B
„	29	6.5		2.0	0.0
Febr.	5	7.0		1.5	+0.2
„	14	6.7		1.5	−0.4
„	16	7.4		1.0	0.0
„	22	6.9		0.5	+0.1

						R − B
März	14	7h0	M	0.0	α Tauri	−1.0
„	15	7.2		−1.0		−0.1
„	17	8.2		−1.5		+0.3
„	18	7.3		−2.0		+0.7
„	27	7.2		−2.5		+0.2

1879. Athen.

Aug.	13	15h5	M	1.0	α Aur.
„	26	13.2		−0.2	„
Sept.	9	11.0		0.0	„
„	15	10.5		0.5	„
„	21	11.7		1.0	„
„	25	10.6		2.0	„
Dec.	10	10.0		2.5	„
	30	5.8		0.5	„
	30	10.7		1.0	„

1880. Athen.

Jan.	1	6h8	M	0.0	α Aur.	
	1	9.8		0.5	−0.3	(R − B)
	2	6.7		0.0	+0.1	
	2	9.2		0.5	−0.4	
	5	6.7		−0.5	+0.5	
	8	6.4		0.0	−0.2	
	9	9.2		−0.5	+0.3	
	15	5.8		−0.5	0.0	
	16	7.2		−1.0	+0.3	
	19	8.0		−1.5	+0.8	
	24	6.9		−0.5	−0.5	
	30	6.7		−1.0	−0.3	
Febr.	4	6.8		−1.5	−0.2	M 2.0 α Tauri
	9	7.0				1.0
	10	7.0				0.5
	12	7.0				0.5
	13	7.0				0.0
	16	7.0				0.0
	23	7.2			(Mond)	1.5 (R−R)
	27	7.1				0.5 +0.1
März	2	7.2				0.0 +0.4
	5	7.2				0.0 +0.2
	6	7.2				0.0 +0.2
	7	7.7				0.0 +0.1
	9	7.5				0.5 −0.5
	11	7.1				0.5 −0.7
	11	7.8				0.0 −0.2
	12	6.8				0.0 −0.2
	13	7.3				0.5 −0.8
	14	7.8				−0.5 +0.2

Digitized by Google

März	15	7^h5	M −3.5	M −0.5 +0.1
	16	7.2		−0.5 +0.1
	20	7.5	−3.5	−0.5 +0.3
	21	7.7	−4.0	−1.0 (Mond)
	22	7.3	−4.0	−1.0

Anm. zu 1880.

Will man die Curve den Vergl. mit α Tauri möglichst nahe anschliessen, so hat man für 7^h Abends:

Febr.	4	M 1.8 α Tauri.
	6	1.4
	8	1.1
	10	0.7
	12	0.4
	14	0.1
	16	0.0
	18	−0.1
	20	−0.1
	22	−0.1
	24	0.0
	26	0.1
	28	0.1
März	1	0.1
	3	0.2
	5	0.2
	7	0.2
	9	0.2
	11	0.1
	13	−0.1
	15	−0.3
	17	−0.5
	19	−0.7
	21	−0.9

Dann folgt: Mars = α Tauri:

Febr. 24.0 und
März 11.7

Ein mittlerer Zug der Curve giebt März 9.8.

Die Vergleichungen während des nahen und starken Mondlichtes sind ausgeschlossen.

Für einzelne Reihen habe ich R—B., die Unterschiede zwischen den Werthen der Curve und den Beobachtungen, beigefügt. Sie erweisen sich von derselben Ordnung wie die Schätzungsfehler, und sind geringer, als ich sie erwartet habe. Die zum Theil recht sicheren Resultate aus den Curven sind die Folgenden:

M = α Tauri	1848 März	17.2	Bonn.
„	1866 Aug.	5.0	Athen.
M = α Tauri	1878 März	3.0	Athen.
„	1880 März	9.9	„
M = α Bootis	1854 April	8.0	Olmütz.
„	1869 April	4.5	Athen.
„	1871 April	29.4	„
M = α Aurigae	1864 Sept.	2.0	Athen.
„	1865 Jan.	25.0	„
„	1867 März	6.5	„
„	1880 Jan.	5.5	„
M = α Gemin.	1849 April	10.5	Bonn.

II. Unvollständige Beobachtungsreihen.

1843. Hamburg.

Jan.	2	18^h2	M = β Leonis.
	22	17.0	= λ Ursae.
Febr.	13	18.0	M > α Scorp. < α Bootis.
März	2	17.3	M = α Bootis < α Scorp.
	19	16.5	= α „ oder kaum heller
April	15	13 3	M > α Bootis > α Lyrae.
Aug.	4	10.0	M = α Bootis.
Sept.	12	9.0	M = > α Bootis.
	16	9.0	M > α Bootis. > Saturn.
Oct.	12	7.5	M fast = α Aquilae.
Nov.	9	6.0	M < α Aquil. > α Andr.
	11		M = Saturn.
	12		M > Saturn und Fomalhaut.

1844. Hamburg.

Jan.	1	Abd.	M < α Aquil. und α Cygni.
	9	„	M = α Tauri.
	12	„	M < α Tauri.
	20	5.0	M wenig < α Tauri u. α Orionis.
	21	8.0	M < α Andromedae.
Febr.	6	8.0	M = α Andromedae.
	27.28		M > α Andromedae.
März	17	8.0	M = α Arietis.

1845.

April	12	15.0	M = α Aquilae. (Hamburg).
Dec.	14	4.5	M = α Aurigae. (Eutin).

1846.

Jan.	20—25		M 1.0 α Andr. (Hamburg).
April	28	8.5	M = β Tauri (Bonn).

1849 Bonn.

Febr.	25	6.2	M — 0.5 α Aurigae.
	26	7.0	— 1.5 „
„	27	7.0	— 2.0 „

Digitized by Google

April 7	7h5	M	— 0.5	β Gemin.
16	9.0		0.0	„
28	9.0		— 1.0	„
Mai 7	8.5		— 2.0	„

1850. Bonn.

April 7	8.5	M	—	β Tauri.

1853. Olmütz.

Nov. 12	15.0	M	—	α Tauri.

1854. Olmütz.

Febr. 4	11.0	M	=	Sirius.
März 27	11.0	M	1.0	α Bootis.
April 2	11.0		1.5	„
17	10.0		— 1.0	„

1856. Olmütz.

April 23	9.5	M	2.5	α Bootis.
25	8.5		4.0	„
Mai 26	10.5		0.0	„
28	10.0		0.0	„

1858. Athen.

Dec. 7	7.5	M	0.5	Formalhaut.

1860. Athen.

Jan 31	18.1	M	1.0	α Scorpii.
Febr. 6	17.0		0.0	„
9	17.0		0.0	„
April 4	15.3		2.5	„
Nov. 12	11.0	M	1.0	α Lyrae.
16	7.0		— 1.0	„
23	7.5		— 1.0	„
26	7.0		— 0.5	„
27	7.4		0.0	„
29	9.2	M	— 0.5	β Orion.

1861. Athen.

Febr. 4	7.0	M	0.0	α Orion.
5	7.0		— 0.5	„
8	7.3		— 0.5	„
4	7.0	M	0.0	α Tauri.
29	7.5		— 1.5	„

1863. Wien.

Mai 13	9.0	M	1.0	α Hydrae.
17	9.0		1.5	„
18	8.7		2.0	„

1864. Athen.

Juli 6	13.4	M	— 0.5	α Bootis.
9	15.0	M	— 1.0	α Aurig.
Juli 14	14h5		— 1.0	α Aur.
28	12.5		0.5	„
31	13.2		0.0	„

1864.

Aug. 1	13.0	M	0.0	„
2	12.7		— 0.5	„
5	13.1		— 1.0	„
Dec. 7	12.5	M	0.0	Sirius.
13	12.0		— 0.5	„
21	10.7		— 0.5	„

1865. Athen.

März 7	7.0	M	2.0	α Orion.
8	6.7		1.0	„
14	9.0		0.0	„
16	7.0		0.0	„
26	7.5		1.0	„
27	7.6		0.5	„
Juni 22	8.8	M	0.0	γ Leonis.
26	8.5		— 0.2	„
Juli 18	8.8		0.0	„
24			0.0:	„

1866. Athen.

Juli 14	14.5	M	0.5	β Ceti.
14	14.5	M	— 1.5	Fomalhaut.
Aug. 1	14.2		0.0	„
Sept. 21	12.1	M	0.0	α Orion.
Oct. 6	12.3		0.5	„
17	15.7		2.0	„
30	12.7		1.5	„
Nov. 1	16.5	M	0.0	α Aur.
30	10.0	M	— 1.0	Sirius.
Dec. 1	12.0		— 1.0	„
2	12.2		— 1.0	„
6	12.5		— 1.0	„
8	11.3		— 1.0	„
12	12.0		— 0.5	„
16	12.5		— 0.5	„
30	10.4		0.0	„
30	6.5	M	— 0.5	Jup

1867. Athen.

Jan. 1	9.5	M	0.0	Sirius.
2	9.2		0.0	„
7	11.7		0.0	„
13	10.0		0.0	„
20	11.1		— 0.5	„

Digitized by Google

Jan. 24	7.5		— 0.5	Sirius	
29	11.5		— 0.5	„	
31	11.2		— 1.5	„	

1868. Athen.

Juli 10	15.0	M	— 1.0	α Tauri	
20	15.2		— 2.0	„ M 0.5	β Taur.
20	15.5		— 3.0	„ 1.0	„
27	15.2		— 2.5	„ 0.0	„
27	15.5		— 3.0	„ 0.5	„
Aug. 19	15.5	M	— 0.5	γ Orion.	
20	15.5		— 0.5	„	
24	16.0		— 0.5	„	
26	16.0		— 0.5	„	
28	16.0		0.5	„	
29	15.5		0.0	„	
Oct. 22	14.0	M	0.0	α Tauri.	
Nov. 10	14.0		1.0	„	
12	16.0		1.0	„	
Dec. 12	17.0	M	0.0	α Aurig.	
12	17.0	M	— 0.5	α Bootis.	

1869. Athen.

Febr. 1	10.5	M	— 1.0	Sirius.
3	8.4		— 1.0	„
3	10.5		— 0.5	„
6	12.5		— 0.5	„
8	8.5		— 0.5	„
16	7.5		— 0.5	„
26	7.2		— 1.0	„
März 12	7.5		— 2.0	„
April 29	8.0	M	0.0	Procyon.
Juni 20	8.5	M	0.0	α Leonis.
Juli 27	8.5	M	8.5	β Leonis.
Aug. 22	8.5	M	0.0	α Virg.
23	9.2		0.0	„

1870. Athen.

Aug. 21	15.8	M	0.0	γ Gem.
Dec. 31	14.0	M	0.5	β Orion.

1871. Athen.

Jan. 17	11.5	M	0.5	β Orion.
19	12.5	M	0.0	α Bootis.
Febr. 5	11.0	M	— 3.0	Sirius.
März 1	10.5		— 1.0	„
10	9.5		0.0	„
11	10.0		— 0.5	„
14	9.3		0.0	„
51	9.2		— 0.2	„
März 16	9.4		0.5	Sirius.
18	9.5		0.0	„
26	8.0		0.0	„
April 5	8.0		— 1.0	„
9	7.3		— 0.5	„

1871.

Aug. 10 bis Sept. 27 M nahe = α Scorpii.

1872. Athen.

Jan. 6	6.0	M	=	α Aquilae.
Oct. 11	16.5	M	— 1.5	α Hydrae.
Dec. 7	17.0		2.0	„

1873. Athen.

März 31	10.4	M	fast =	Sirius.
31	11.2	M	0.5	α Lyrae.
April 5	11.5		1.5	„
27	10.7		2.0	„
Mai 20	10.1	M	— 1.0	Jupiter.
Juli 19	9.5	M	0.0	Saturn.
Nov. 6—27		M	nahe =	Saturn.
Dec. 13	5.8	M	— 0.5	Fomalhaut.
21	6.0	M	— 1.0	„

1874. Athen.

März 24	7.5	M	0.0	β Androm.
27	7.5	M	0.0	α Arietis.
April 1	7.4		0.5	„

1875.

Mai 18	11.9	M	— 0.5	Jupiter (auf Sec).	
Juni 1	11.5		0.5	„	„
8	12.8		— 0.5	„	(Athen)
24	10.5		0.0	„	„
28	10.0		0.0	„	„
29	10.0		0.0	„	„
30	10.0		0.0	„	„
Juli 1	10.0		0.0	„	„
2	10.2		0.5	„	„
3	10.1		0.5	„	„
18	9.0		— 0.5	„	„
19	9.0		— 0.5	„	„
20	9.2		0.0	„	„
23	9.1		0.0:	„	„
Aug. 1	8.2		— 0.5	„	„
2	8.7		— 0.5	„	„
4	8.7		— 1.0	„	„
5	8.2		0.0	„	„
17	8.0		— 1.0	„	„
Nov. 29	6.8	M	0.5	α Aquilae.	

Digitized by Google

			1877. Athen.		
Dec.	6	6.2	M	0.0 α	Lyrae.
	10	5.7		0.0	„
	23	9.2	M	— 0.5 α	Aurig.
	24	6.5		0.5 α	Tauri.
			1878. Athen.		
April	15	8.8	M	— 0.5 β	Tauri.
Mai	25	8.7	M	— 0.5 β	Aurig.
			1879. Athen.		
März	26	16 8	M	1.0 λ	Scorpii.
Sept.	9	11.0	M	0.0 α	Aurig.
	15	10.5		0.5	„
	21	11.7		1.0	„
	25	10.6		2.0	„

III. Uebersicht.

Um ungefähr zu ermessen, unter welchen Bedingungen der Planet mit gewissen Sternen gleiche Helligkeit erreiche (ohne Rücksicht auf Phase und andere Einflüsse) habe ich Mittelwerthe von Δ und r. also von den Entfernungen des Mars von der Erde und von der Sonne genommen, und die Relation $\left(\frac{1}{\Delta^2 r^2}\right)$ hinzugefügt. Man erkennt daraus, bei welchem Δ eine gewisse Helligkeit zu erwarten sei, auch, in welchen Oppositionen eine bestimmte Helligkeit nicht eintreten könne. Das auffallend lange Verweilen des Mars in demselben Stadium des Glanzes ist mehrmals daraus zu erklären, dass z. B. der durch die Zunahme von Δ bewirkte Effect durch die Abnahme von r nahezu ausgeglichen wird. Dass die Abwesenheit von grossen dunklen Flecken eine wirkliche Verminderung des Lichts bewirken können, habe ich einigemale genügend sicher bemerkt.

	log. Δ =	log r =	Beob.		log $\left(\frac{1}{\Delta^2 r^2}\right)$ =
M = α Can maj.	9.822	0.206	6	Jahre	9.944
= α Bootis	9.953	0.211	6	„	„ 9.872
= α Aurigae.	9.949	0.184	8	„	„ 9.734
= α Aquilae.	0.078	0.157	3	„	„ 9.530
= α Virginis.	0.127	0.172	2	„	„ 9.402
= α Scorpii.	0.160	0.189	4	„	„ 9.290
= α Tauri.	0.179	0.142	9	„	„ 9.258
= α Orionis.	0.144	0.236	5	„	„ 9.240
= β Gemin.	0.248	0.189	5	„	„ 9.126
= β Tauri.	0.259	0.213	3	„	„ 9.056
M = α Arietis.	0.341	0.176	2	„	„ 8.966

Athen 1880, März 23. *J. F. Julius Schmidt.*

Beobachtungen des Cometen 1880 *b*,

entdeckt von Herrn *Schäberle*.

Herr Dr. Peter hat von dem Cometen die folgenden Beobachtungen erhalten:

1880	Mittl. Zeit Leipzig	$\mathcal{L}$ − •	A R. app.	l. f. p.	Decl. app.	l. f. p.	Zahl der Vergl.	Vgl.
April 16	11h23m 5s	+ 3m17s70	+ 3′ 4″5	6h21m22s76	(0.207)	+ 77° 0′ 8″5	(0.409)	15 : 5	a
17	10 46 1	+ 4 49.55	+ 4 28.7	6 19 55.47	(0.192)	76 16 32.9	(0.280)	15 : 5	b
19	9 15 11	+10 37.54	− 1 58.9	6 17 43.38	(0.130)	74 51 42.5	(9.309)	18 : 6	c
20	10 58 56	− 8 47.79	− 3 35.4	6 16 51.09	(0.123)	74 5 23.2	(0.447)	18 : 6	d
22	10 23 19	+ 1 52.28	− 5 0.3	6 15 42.35	(0.093)	+ 72 42 11.0	(0.369)	9 : 3	e

Mittlere Oerter der Vergleichsterne für 1880.0.

a	6h18m 1s99	+ 76°56′ 47″6	Arg. Oeltzen N. Z. 6789.
b	6 15 3.06	76 11 47.3	Fedorenko Nachtrag Nr. 23.
c	6 7 3.36	74 53 25.6	Mittel aus Bonn. Beob. VI + 74°281 und Ast. Nachr.. $\frac{60}{256}$
d	6 25 36.37	74 8 43.9	Fedorenko Nachtrag Nr. 32.
e	6 13 47.73	+ 72 46 56.6	Arg. Oeltzen N. Z. 6740.

Digitized by Google

Die Beobachtung von April 20. ist von Bruhns und Peter gemeinschaftlich angestellt.

Herr stud. H. Martin hat für den Cometen aus den 3 Beobachtungen April 11. Strassburg. April 15 Leipzig und April 19. Leipzig folgende Elemente und Ephemeride gerechnet:

$$\left.\begin{aligned} T &= \text{Juni } 29.1715 \text{ Berliner Zeit} \\ i &= 123^\circ\ 9'\ 4'' \\ \pi &= 256\ 52\ 57 \\ \alpha &= 40\ 12\ 27 \\ \log q &= 0.26302 \end{aligned}\right\} \text{mittleres Aequinoctium 1880.}$$

Darstellung der mittleren Beobachtung $d\lambda \cos\beta = +6''$
$d\beta = +3.$

Ephemeride für Mitternacht.

Berliner Zeit	app. α	app. δ	$\log q$	Lichtstärke Einh. April 6.5
April 9.5	$6^h46^m33^s5$	$+82^\circ23'11''$	0.30094	0.99
13.5	6 27 59.7	79 15 32	0.30854	0.98
17.5	6 19 37.9	76 14 1	0.31686	0.96
21.5	6 16 10.4	73 21 5	0.32572	0.94
25.5	6 14 46.6	70 37 17	0.33491	0.92
29.5	6 14 44.1	68 2 54	0.34428	0.90
Mai 3.5	6 15 29.3	65 37 26	0.35365	0.88
7.5	6 16 46.5	63 20 49	0.36298	0.86
11.5	6 18 25.6	61 11 52	0.37194	0.84
15.5	6 20 18.2	59 10 33	0.38065	0.82
19.5	6 22 20.4	57 16 20	0.38894	0.80
23.5	6 24 29.3	55 28 28	0.39679	0.78
27.5	6 26 42.1	53 46 24	0.40411	0.76
31.5	6 28 57.4	52 9 39	0.41089	0.75
Juni 4.5	6 31 14.5	50 37 48	0.41710	0.73
8.5	6 33 30.5	49 10 4	0.42266	0.72
12.5	6 35 46.2	47 46 22	0.42760	0.71
16.5	6 37 59.7	46 26 5	0.43187	0.70
Juni 20.5	6 40 10.3	45 8 53	0.43543	0.69

Leipzig, den 28. April 1880. *C. Bruhns.*

Anzeige.

Verkäufliche Instrumente.

Ein Reflector mit Silber- und Glas-Spiegel, von 10½" Oeffnung, parallactisch montirt, mit Uhrwerk, Kreisen, 2 Suchern, etwa 15 Ocularen, Vergrösserung von 60 bis 840; Positions-Micrometer auf Platin getheilt, Brownings Doppelbild-Mikrometer, nach der neuesten und vollkommensten Methode von John Browning in London erbaut, mit Stahl-Achsen, Gegengewichten, Beleuchtungslampe u. s. w. Ferner:

Ein Refractor von Merz mit 6" Oeffnung und 6 Fuss Brennweite, nach Grubb'scher Manier montirt, mit Foucault'schem Isochron-Regulator, allen nöthigen Feinbewegungen vom Ocularende aus, Beleuchtungslampe nach Cooke, etwa 12 Ocularen verschiedener Art, Merz' Polarisations-Helioscop mit 4 Planglasern u. s. w. ist verkäuflich, wegen Anschaffung von grösseren Instrumenten dieser Art. — Nähere Auskunft ertheilt Herr Professor Dr. *Edmund Weiss*, Director der K. K. Sternwarte in Wien.

Inhalt:

Zu Nr. 2310. *J. F. Julius Schmidt*, Helligkeit des Planeten Mars. 81. — *C. Bruhns*, Beobachtungen des Cometen 1880*b*. 93. — Anzeige. 95.

Kiel Mai 7. 1880. Druck von C. F. Mohr.

Digitized by Google

Astronomische Nachrichten.

Expedition auf der Königlichen Sternwarte bei Kiel.
Herausgeber: Prof. Dr. C. A. F. Peters.

Band 97. Nr. 2311. 7.

Das Problem der drei Körper in der neuen Störungstheorie.

Bei der Berechnung der Störungen, welche ein Weltkörper in seiner elliptischen Bahn um einen andern Weltkörper erleidet, kommt es bekanntlich vor Allem darauf an, dass man die Differentialgleichungen der Bewegung in die Störungsgleichungen überführe. Man muss die gesuchten Veränderlichen, welche sich als Funktionen der Zeit darstellen, durch solche Grössen ersetzen, welche in der ungestörten elliptischen Bewegung die Bedeutung von beständigen Grössen haben. Auf dieser Grundlage hat Laplace aus dem Gravitationsgesetze eine grosse Anzahl von Erscheinungen am Himmel abgeleitet, welche vorher unerklärt gewesen sind. Die Mécanique céleste ist ein bewundernswerthes gewaltiges Werk, welches unter glücklichen äusseren Umständen zu Stande gekommen ist. Ihr Inhalt zeugt aber auch für die hohe Begabung des Verfassers, nicht weniger als für die Kraft und die Begeisterung, welche demselben in seiner Unternehmung zur Seite standen.

Die Fortbildung dieser Theorien, oder die Aufgabe, durch die Rechnung eine immer grössere Genauigkeit zu erreichen, welche gleichen Schritt hält mit den ausserordentlich grossen Vervollkommnungen der beobachtenden Astronomie, begegnet indessen mancherlei Schwierigkeiten. Man kommt zu der Ueberzeugung, dass oftmals diejenigen Wege, welche als zweckmässig erkannt werden, so lange man über eine beschränkte Genauigkeit nicht hinausgeht, in dem Weiteren sich als unbrauchbar erweisen. Wenn die erste Schwierigkeit der Aufgabe als überwunden angesehen wird, wenn nämlich die Störungsgleichungen gegeben sind, so hat die nächste hervorragende Schwierigkeit in der zu entwickelnden Störungsfunktion ihren Grund. Denn die Integration der Störungsgleichungen hat Quadraturen im Gefolge, welche erst dann ausführbar sind, nachdem man die Störungsfunktion in der Form einer unendlichen Reihe entwickelt hat. In der That haben alle Arbeiten über Störungstheorie, welche der Mécanique céleste gefolgt sind, hauptsächlich die Entwicklung der Störungsfunktion zum Gegenstand. Dagegen ist für eine weitere Ausbildung der Störungsgleichungen so gut wie Nichts geschehen. Die bisherige Störungstheorie ist auf die Variation der elliptischen Elemente gegründet, und ist mit derselben so innig verwachsen, dass von den vielen Versuchen, die Störungstheorie einer allmäligen Vervollkommnung entgegenzuführen, kein einziger eine davon unabhängige Grundlage der Theorie hat gehen können.

Es liegt in der Natur der vorliegenden Aufgabe, dass man in der Wahl der gesuchten Veränderlichen nicht auf die elliptischen Elemente beschränkt ist. Im zweiten Abschnitte der Publikation XII. d. A. G. habe ich anstatt der elliptischen Elemente zum Theil andere Elemente der Störung angenommen. Die darauf gegründeten Rechnungen gestalten sich wesentlich anders als die bisherigen Störungsrechnungen. Man wolle mir daher gestatten, die sich an die neuen Annahmen knüpfenden Untersuchungen unter der Benennung einer neuen Störungstheorie zu begreifen. In der erwähnten Publikation habe ich eine Reihe von Folgerungen gezogen, welche sich aus der Anwendung der neuen Elemente der Störung ergeben. Die weitere Verfolgung des Gegenstandes hat mich zu neuen werthvollen Resultaten geführt, mit welchen sich die vorliegende Abhandlung beschäftigen soll. Ich habe aber nur die Aufstellung der Störungsgleichungen im Auge, und gehe nicht auf die Ausführung der Quadraturen ein, welche durch die Integration der Störungsgleichungen entstehen. Meine Absicht ist zugleich, in dieser Abhandlung Alles Wesentliche, was ich über den so begränzten Gegenstand zu veröffentlichen habe, im Zusammenhange vorzutragen. Denn es sind in den zweiten Abschnitt der Publikation XII. einige Bemerkungen eingelaufen, welche nicht richtig oder doch ungenügend begründet sind, und den übrigen Inhalt desselben kann ich nun besser geordnet vorlegen. Die mathematische Theorie einer verwickelten Naturerscheinung ist mit einem organischen Wesen vergleichbar, welches nur allmälig, im Leben und in der Bewegung seine vollkommene Gestalt erhält.

Ich kann behaupten, und lege ein Gewicht darauf,

Digitized by Google

dass die von mir getroffene Wahl der gestörten Elemente die vortheilhafteste ist für alle diejenigen Fälle, in welchen sich die Berechnung der Störungen auf die Glieder der ersten und zweiten Ordnung beschränkt. Uebrigens habe ich die Methode in solcher Art behandelt, dass auch diejenigen Störungsglieder, welche die zweite Ordnung übersteigen, in die Rechnung aufgenommen werden können. In Betreff derjenigen Fälle, in welchen man auch die Glieder der dritten und höheren Ordnungen berücksichtigen müsste, um eine hinreichende Genauigkeit zu erhalten, möge es vorläufig dahin gestellt sein, ob sich nicht noch andere Elemente der Störung angeben lassen, welche vor den von mir in dieser Abhandlung angenommenen den Vorzug erhalten. In der oben erwähnten Publikation habe ich mehrfältig Anlass genommen, die Resultate, zu welchen die neue Störungstheorie führt, mit den Resultaten der bisherigen Störungstheorie zu vergleichen. Um aber der vorliegenden Abhandlung nicht eine noch grössere Ausdehnung zu geben als sie schon hat, habe ich derartige Vergleichungen diesmal auf das äusserste Maass beschränkt. Wer mit den Rechnungen vertraut ist, auf welchen die bisherige Störungstheorie beruht, kann sich leicht selbst ein Urtheil darüber bilden, in wiefern die neue Störungstheorie der bisherigen überlegen ist.

§ 1. Die gestörten Elemente und die Störungsgleichungen.

In meinem Aufsatze Nr. 2291, 92 habe ich den Differentialgleichungen der Bewegung in dem Problem der drei Körper diejenige Form gegeben, welche sich als die brauchbarste erweist, wenn es darauf ankommt, die Integrale der Differentialgleichungen in unendlichen Reihen zu entwickeln. Den Eigenthümlichkeiten des Planetensystems gemäss wird in dem erwähnten Aufsatze von den drei Körpern einer als Centralkörper angenommen, um welchen die beiden andern ihre Bahnen beschreiben. Wenn die gegenseitigen Störungen zweier Planeten bestimmt werden sollen, so ist es die Sonne, in der Theorie des Mondes ist es die Erde, welche als Centralkörper angenommen werden muss. Den gemeinsamen Schwerpunkt des Centralkörpers und des demselben näher liegenden Körpers habe ich zum Nullpunkt der rechtwinkeligen Coordinaten gemacht. Die Masse des Centralkörpers ist als Masseneinheit in die Rechnung eingeführt, die beiden andern Massen sind mit m und m_1 bezeichnet, und m ist die dem Centralkörper näher liegende Masse. Die Ebenen der von den Massen m und m_1 beschriebenen Bahnen haben eine veränderliche Lage, und es ist zu erwähnen, dass sich sehr einfach eine Beziehung ausdrücken lässt, welche zwischen ihren Bewegungen stattfindet. Die gemeinsame Durchschnittslinie der beiden Ebenen schreitet in einer durch den Nullpunkt gehenden unveränderlichen Ebene fort. Ich habe diese unveränderliche Ebene als die Ebene des Pols angenommen, und die Entfernungen der Massenpunkte m und m_1 vom Pol deren Leitstrahlen genannt. Zu der Ebene des Pols sind die Ebenen der Bahnen unter den Winkeln i und i_1 geneigt, und zur weiteren Kennzeichnung der Bahnen ist die Bemerkung beizufügen, dass die aufsteigenden Knoten jederzeit um 180° von einander abweichen.

Die Leitstrahlen der Massenpunkte m und m_1 seien mit r_0 und r_{01} bezeichnet. Auf der Richtung der Leitstrahlen habe ich zwei andere Punkte angenommen, deren Entfernungen vom Pol $r = \sqrt{m}\, r_0$ und $r_1 = \sqrt{m_1}\, r_{01}$ sind, wo abkürzend $\frac{m}{1+m} + \frac{m_1}{1+m_1} = m_0$ gesetzt ist, und habe sie die idealen Massenpunkte genannt. Die Einführung der idealen Massenpunkte hat einen rein analytischen Zweck. Es werden damit die von den Massen abhängigen Coefficienten aus den Differentialgleichungen der Bewegung fortgeschafft. Ich bezeichne ferner mit u und u_1 die Winkel, welche die Leitstrahlen mit den aufsteigenden Knoten bilden, und habe zur Bestimmung der Veränderlichen u u_1 r r_1 die Gleichungen

$$1.\quad u' = \cos i\, \vartheta = \frac{n}{r^2} \qquad 3.\quad rr'' = \frac{n^2}{r^2} + r\frac{dV}{dr}$$

$$2.\quad u_1' = \cos i_1 \vartheta = \frac{n_1}{r_1^2} \qquad 4.\quad r_1 r_1'' = \frac{n_1^2}{r_1^2} + r_1\frac{dV}{dr_1}.$$

Darin ist ϑ der aufsteigende Knoten der von der Masse m beschriebenen Bahn, n und n_1 sind die Flächengeschwindigkeiten der Leitstrahlen in den Ebenen der Bahnen. Die Kräftefunktion V ist als Function der Veränderlichen r r_1 s gegeben, wo s den cosinus des Winkels bezeichnet, welchen die Leitstrahlen mit einander bilden. Wenn $i + i_1 = J$ gesetzt wird, so besteht die Gleichung

$$-s = \cos u \cos u_1 + \cos J \sin u \sin u_1.$$

Die Kräftefunktion ist dann

Digitized by Google

$$V = \frac{k\,m\sqrt{m}}{(1+m)^2}\frac{1}{r} + \frac{k\,m_1\sqrt{m_0}}{1+m}\frac{1}{\sqrt{r_1^2 - 2\sqrt{\frac{m_0}{m}}\,r r_1 s + \frac{m_0}{m}r^2}} + \frac{k\,m_1\sqrt{m_0}}{1+m}\frac{1}{\sqrt{r_1^2 + 2\sqrt{m\,m_0}\,r r_1 s + r^2 m\,m_0}}$$

Wenn dieselbe nach steigenden Potenzen des Verhältnisses $\frac{r}{r_1}$ entwickelt wird, so ist

$$V = \frac{k\,m\sqrt{m}}{(1+m)^2}\frac{1}{r} + \frac{k\,m_1\sqrt{m_0}}{r_1} + \frac{k\,m\,m_1\sqrt{m_0}}{r_1}\left(\frac{1}{2}\frac{m_0}{m}\left(\frac{r}{r_1}\right)^2(3s^2-1) + \frac{1-m}{2}\left(\frac{m_0}{m}\right)^{\frac{3}{2}}\left(\frac{r}{r_1}\right)^3(5s^3-3s) + \frac{1-m+m^2}{8}\left(\frac{m_0}{m}\right)^2\left(\frac{r}{r_1}\right)^4(35s^4-30s^2+3) + \cdots\right)$$

Ich setze noch $n + n_1 = \sigma$. und habe die Gleichung

$$5. \qquad \sigma' = 2\sin^2\frac{J}{2}\sin(u+u_1)\frac{dV}{ds}.$$

Neben dieser Gleichung ist zur Bestimmung der Veränderlichen n und n_1 noch die folgende gegeben:

$$r'^2 + r_1'^2 + \frac{n^2}{r^2} + \frac{n_1^2}{r_1^2} + a = 2V.$$

Die Veränderlichen i und i_1 bestimmen sich durch die Gleichungen:

$$n\sin J = c\sin i,$$
$$n_1\sin J = c\sin i_1.$$

Die Grössen a und c sind Integrationsbeständige. Endlich hat man noch zur Bestimmung von s die Gleichung:

$$6. \qquad n\,n_1\,s' = c\sin u\sin u_1\frac{dV}{ds}.$$

Die Gleichungen 1 bis 5 sind unabhängig von der Veränderlichen s, und bilden jenes System gewöhnlicher Differentialgleichungen der 7. Ordnung, dessen Integration die eigentliche Schwierigkeit in der Lösung des Problems der drei Körper ausmacht. Diese Resultate sind dem oben erwähnten Aufsatze entnommen.

Auf Grund der grossen Erfolge, zu welchen die astronomischen Rechnungen geführt haben, giebt Lagrange seine Auslegung der Methode vermittelst der Variation der Constanten. Wenn sich nur zwei Massenpunkte anziehen, so entsteht die elliptische Bewegung des einen Massenpunktes um den andern, und die beschriebene Ellipse hat eine unveränderliche Lage im Raum. Bezieht man die Bewegung auf ein beliebiges räumliches Coordinatensystem, so ist sie durch ein System gewöhnlicher Differentialgleichungen der 6. Ordnung ausgedrückt. Die Integration dieses Systems hat 6 unbestimmte Beständige im Gefolge, welche man die Elemente der elliptischen Bahn genannt hat. Die sechs Beständigen sind die Neigung und der Knoten der Bahn in Bezug auf eine feststehende Ebene; ferner der Parameter und die Excentrizität der Ellipse; ferner die Bewegung der grossen Achse der Ellipse oder das Perihel, und die Constante der mittleren Anomalie. Lagrange sagt nun, dass in dem Problem der drei Körper, wo sich drei Massenpunkte anziehen, die Bewegung zweier Massenpunkte um den dritten durch dieselben Gleichungen dargestellt seien, welche in jenem Falle, wo nur zwei Massenpunkte vorhanden sind, die Bewegung des einen Massenpunktes um den andern bestimmen. Allein die elliptischen Elemente seien nun nicht mehr beständige Grössen, sondern selbst veränderlich. Lagrange führt also die elliptischen Elemente als Elemente der Störung in das Problem der drei Körper ein, und führt auf Grund dieser Annahme die Differentialgleichungen der Bewegung in die Störungsgleichungen über. Die Differentialgleichungen der Bewegung zweier Massenpunkte um den dritten bilden ein System der 12. Ordnung. Indem man die sechs Coordinaten der beiden Massenpunkte und die ersten Derivirten der Coordinaten durch die 12 Elemente der Störung ausdrückt, erhält man die Störungsgleichungen als Differentialgleichungen der ersten Ordnung.

Durch die Störungsgleichungen sind die Derivirten der gestörten Elemente als Funktionen der Zeit und dieser Elemente gegeben. Denkt man sich den Fall, dass in diesen Funktionen die Elemente der Störung neben der Zeit als beständige Grössen angesehen werden dürfen, dass also die Variationen der gestörten Elemente in diesen Funktionen verschwinden, so ist die Bestimmung der gestörten Elemente eine sehr einfache Aufgabe. Denn ihre Derivirten sind dann Funktionen der Zeit allein, und man erhält jedes der gestörten Elemente durch eine Quadratur. In den von Lagrange auf-

Digitized by Google

gestellten Störungsgleichungen ist die gedachte Voraussetzung annähernd erfüllt. In diesen Störungsgleichungen sind die Variationen der gestörten Elemente zwar nicht verschwindend; doch neben der Variation der Zeit sind sie als kleine Grössen zu betrachten, welche vorläufig vernachlässigt werden dürfen. Man erhält daher durch die erwähnten Quadraturen die ersten Näherungen der gestörten Elemente.

Dass die elliptischen Elemente in ihrer Verwendung als Elemente der Störung die besprochene Eigenschaft haben, lässt sich aus den Eigenthümlichkeiten des Planetensystems von vornherein ohne alle Rechnung erkennen. Denn betrachtet man drei Körper des Planetensystems, so sind erfahrungsgemäss die Bahnen, welche zwei Körper um den dritten beschreiben, jedesmal wenig von einer Ellipse verschieden, deren Brennpunkt den Ort des Centralkörpers einnimmt. Daraus folgt, dass die Variationen der elliptischen Elemente neben der Variation der Zeit als kleine Grössen zu betrachten sind. Es ist hiermit aber nicht bewiesen, dass es ausser den elliptischen Elementen nicht noch andere Grössen giebt, welche die gleiche Eigenschaft besitzen. Wenn es aber thatsächlich noch andere Grössen giebt, welche als Elemente der Störung in die Differentialgleichungen der Bewegung eingeführt werden können, so entsteht die Frage, ob die elliptischen Elemente oder die neuen Elemente der Störung den Vorzug haben. Diese Frage kann nur durch die Analysis entschieden werden. Es wird sich darum handeln, diejenigen Störungsgleichungen aufzufinden, deren Integration den kleinst möglichen Aufwand von Rechnung erfordert. Allgemein kann man die Elemente der Störung als veränderliche Grössen auffassen, welche in der ungestörten elliptischen Bewegung die Bedeutung von beständigen Grössen haben. Durch die Annahme von Lagrange, wonach die elliptischen Elemente zugleich die Elemente der Störung sein sollen, ist zwar die etwaige Schwierigkeit, welche in der zu treffenden Wahl der gestörten Elemente ihren Grund hat, im Voraus weggenommen; allein die Störungstheorie ist durch diese Annahme in der freien Bewegung gehemmt, und ihre Hilfsmittel sind in einer unpassenden Weise beschränkt.

In der neuen Störungstheorie nehme ich an, dass jeder der beiden um den dritten sich bewegenden Massenpunkte eine Ellipse beschreibe, und dass der Parameter der Ellipse wie bisher eine veränderliche Grösse sei. Dagegen soll die Excentricität der Ellipse beständig sein. Ich mache ferner die Annahme, dass diejenige Gleichung, durch welche sich in der ungestörten elliptischen Bewegung die wahre Anomalie als Funktion der Zeit darstellt, in der gestörten Ellipse ungeändert fortbestehe. Indem ich die Gleichung der Ellipse, welche der Massenpunkt m beschreibt, in der Form $p = 1 + e \cos v$ schreibe, nehme ich an, dass p eine veränderliche, dagegen e eine Beständige sei. Die wahre Anomalie v erhalte ich als Funktion der Zeit durch die Differentialgleichung $v' = l(1 + e \cos v)^2$, wo l gleichfalls eine Beständige ist. Die Integration dieser Gleichung verlangt bekanntlich, dass man die wahre Anomalie durch die excentrische ersetze. Man setzt $\operatorname{tg} \frac{v}{2} = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \operatorname{tg} \frac{E}{2}$, und findet das Integral der obigen Gleichung

$$E - e \sin E = l(1-e^2)^{\frac{3}{2}}(t - t_0)$$

in welchem t_0 die Integrationsbeständige ist. Man hat die Differenz $E - e \sin E$ die mittlere Anomalie genannt. In dem aus dem vorliegenden Integrale folgenden Werthe der mittleren Anomalie sind zwei Bestandtheile zu unterscheiden, von welchen der eine beständig, der andere mit der Zeit t multiplizirt ist. Für die ungestörte elliptische Bewegung ist der erste Bestandtheil als Constante der mittleren Anomalie schon oben bei der Aufzählung der sechs elliptischen Elemente erwähnt worden. Den Coefficienten von t in dem andern Bestandtheil hat man die mittlere Bewegung genannt, und in der ungestörten elliptischen Bewegung stellt sich die mittlere Bewegung als eine bestimmte Function der elliptischen Elemente dar. Dem vorliegenden Integral zufolge denke ich mir auch in der gestörten elliptischen Bewegung jenes elliptische Element, welches die Constante der mittleren Anomalie heisst, als Beständige; und ebenso ist hier die mittlere Bewegung eine Beständige.

In dem Weiteren nehme ich an, dass die grosse Achse der Ellipse in ihrer Ebene um den Brennpunkt eine Drehung erleide. Es ist v der Winkel, welchen der Leitstrahl mit der grossen Achse der Ellipse bildet. Den Winkel, welchen der Leitstrahl mit der Knotenlinie bildet, haben wir mit u bezeichnet. Die Differenz $u - v = w$ oder der Winkel, welchen die grosse Achse der Ellipse mit der Knotenlinie bildet, ist demnach gleichfalls ein Element der Störung. Auch die Ebene der Ellipse hat eine veränderliche Lage. Sie ist einer Drehung um den jedesmaligen Leitstrahl des Massenpunktes unterworfen, und in Folge dessen sind die Grössen i und ϑ, durch welche ihre Lage auf die Ebene des Pols bezogen ist, als Elemente der Störung anzusehen.

Digitized by Google

Von den sechs bisher üblichen gestörten Elementen einer elliptischen Bahn sind hiernach zwei in Wegfall gekommen, die Exzentrizität der Ellipse und die Constante der mittleren Anomalie. Ich war genöthigt, an die Stelle der beiden weggefallenen ein neues Element der Störung zu setzen. In der ungestörten elliptischen Bewegung hat bekanntlich die Flächengeschwindigkeit des Leitstrahls in der Ebene der Bahn, welche wir in dem Problem der drei Körper mit n bezeichnet haben, den Werth $\sqrt{kp}$, wo p der Parameter der Ellipse und k jene Beständige ist, welche einen Faktor der Kräftefunktion darstellt. Man hat daher geglaubt, in der gestörten elliptischen Bewegung den Werth $n = \sqrt{kp}$ annehmen zu müssen, wo k die erwähnte Beständige, und p der veränderliche Parameter ist. Ich denke mir aber die Veränderliche n als unabhängig von diesem Werthe, und betrachte sie als ein neues Element der Störung, welches anstatt jener beiden verloren gegangenen in die Theorie eingeführt werden soll. In der Publikation III d. A. G. habe ich einen Versuch gemacht, der bisherigen Störungstheorie zu folgen, und dort gleichfalls $n = \sqrt{kp}$ gesetzt. In der Publikation XII aber ist die Veränderliche n ebenso wie hier als ein neues Element der Störung angenommen.

Dem Vorstehenden zufolge habe ich die Bewegung eines Massenpunktes von 5 Elementen der Störung abhängig gemacht, und fordert das Problem der drei Körper die Bestimmung von 10 Elementen der Störung. Diese 10 Elemente werden aber nicht alle in die Störungsgleichungen aufgenommen. In den Differentialgleichungen der Bewegung ersetze ich die Veränderlichen r und u durch die Elemente der Störung p' und w. In gleicher Weise führe ich anstatt der Veränderlichen r, und u, die Elemente der Störung p, und w, ein. Neben den Veränderlichen $r\,r,\ u\,u$, enthalten die Differentialgleichungen der Bewegung die weiteren Veränderlichen s und s, welche selbst Elemente der Störung sind. Die übrigen noch vorkommenden Veränderlichen $u\,u$, $i\,i$, werden vermittelst bekannter endlichen Gleichungen eliminirt. Die neuen Störungsgleichungen enthalten nicht mehr 12 Elemente der Störung, welche aus denselben bestimmt werden sollen; sondern es giebt hier im Ganzen nur 6 gestörte Elemente. Diese sind der Parameter und das Perihel der einen und der anderen Bahn, die Summe der Flächengeschwindigkeiten und der gemeinsame Knoten.

Bevor wir zur Aufstellung der Störungsgleichungen übergehen, betrachten wir die Differentialgleichungen der Bewegung für den Fall, dass die Masse m, verschwinde. Es ist von vornherein ersichtlich, dass in diesem Falle der andere Massenpunkt m eine ungestörte Ellipse beschreibt. Die Bewegung der grossen Achse der von dem Massenpunkte m beschriebenen Ellipse fällt weg, und es ist daher $u' = v'$. Ferner geht die Flächengeschwindigkeit n in die Beständige n_0 über, und die Kräftefunktion ist $V = \frac{km\sqrt{m}}{(1+m)^2}\frac{1}{r}$. Die Gleichungen 1 und 3, aus welchen sich die Bahn des Massenpunktes m bestimmt, sind daher:

$$v' = \frac{n_0}{p^2} \qquad r\,r'' = \frac{n_0^2}{p^2} - \frac{km\sqrt{m}}{(1+m)^2}\frac{1}{r}.$$

In der allgemeinen Aufgabe haben wir die Bahn des Massenpunktes m durch die Gleichung $\frac{p}{r} = 1 + e\cos v$ ausgedrückt, wo p eine Veränderliche, und r durch die Differentialgleichung $r' = l\left(\frac{p}{r}\right)^2$ bestimmt ist. Für den vorliegenden Fall $m_1 = 0$ geht der Parameter p in die Beständige p_0 über, und durch die Differentiation der Gleichung $\frac{p_0}{r} = 1 + e\cos v$ entsteht $r' = l\,p_0\,e\,\sin v$. Durch die zweite Differentiation ensteht $r'' = l^2 p_0 e\cos v\left(\frac{p_0}{r}\right)^2$. Wir haben daher die beiden Gleichungen:

$$r' = l\left(\frac{p_0}{r}\right)^2 \qquad r\,r'' = l^2 p_0{}^2\left(\frac{p_0{}^2}{r^2} - \frac{p_0}{r}\right),$$

welche identisch seiu müssen mit den aus dem System der 7. Ordnung für den Fall $m_1 = 0$ abgeleiteten. Diese Forderung führt zu den weiteren Gleichungen:

$$n_0 = l\,p_0{}^2 \qquad l^2 p_0{}^3 = \frac{k\,m\sqrt{m}}{(1+m)^2},$$

und es sind durch dieselben die Beständigen n_0 und l als Funktionen von p_0 dargestellt. Es sind also hiernach die Beständigen n_0 und l durch die neue p_0 ersetzt.

Betrachten wir den Fall $m = 0$, so ist die Bahn des Massenpunktes m, eine ungestörte Ellipse, und es ist dann $u' = v'$. Ferner geht die Veränderliche n, in die Beständige n_0, über, und die Kräftefunktion ist $V = \frac{km_1\sqrt{m_0}}{r}$. Die Gleichungen 2 und 4, aus welchen sich die Bahn des Massenpunktes m, bestimmt, gehen über in:

$$v' = \frac{n_0}{r^2} \qquad r\,r'' = \frac{n_0{}^2}{r^2} - \frac{km_1\sqrt{m_0}}{r}.$$

In der allgemeinen Aufgabe haben wir die Bahn der

Digitized by Google

Masse m, durch die Gleichung $\frac{p_r}{r_r} = 1 + e_r \cos v$, ausgedrückt, wo p, eine Veränderliche, und v, durch die Differentialgleichung $v_r' = l_r \left(\frac{p_r}{r_r}\right)^2$ bestimmt ist. In dem vorliegenden Falle $m = 0$ geht der Parameter p, in die Beständige p_0, über, und wir erhalten durch zweimalige Differentiation von $\frac{p_{0r}}{r_r} = 1 + e_r \cos v$, die Gleichung $r_r'' = l_r^2 p_{0r} e_r \cos v \left(\frac{p_{0r}}{r_r}\right)^3$. Wir haben die Gleichungen:

$$v_r' = l_r \left(\frac{p_{0r}}{r_r}\right)^2 \qquad r_r r_r'' = l_r^2 p_{0r}^2 \left(\frac{p_{0r}^2}{r_r^2} - \frac{p_{0r}}{r_r}\right),$$

welche identisch sein müssen mit den oben ans dem System der 7. Ordnung abgeleiteten. Aus der Identität folgen die weiteren Gleichungen:

$$n_0 = l_r p_{0r}^2 \qquad l_r^2 p_{0r}^3 = k\, m_r \sqrt{m_0},$$

und es werden durch dieselben die Beständigen n_0, und l_r als Funktionen der unbestimmten Beständigen p_{0r} dargestellt.

Zur Bestimmung der Veränderlichen v und v_r haben wir die Gleichungen $v' = l\left(\frac{p}{r}\right)^2$ und $v_r' = l_r\left(\frac{p_r}{r_r}\right)^2$ angenommen. Durch eine Aenderung des Zeitmaasses kann man bewirken, dass der Coefficient l gleich der Einheit ist, und gelangt man dann zu einer nicht unwesentlichen Vereinfachung der Analysis. Indem wir t an die Stelle von lt setzen, erhalten wir zur Bestimmung der Veränderlichen v und v_r die Gleichungen $v' = \left(\frac{p}{r}\right)^2$ und $v_r' = \lambda \left(\frac{p_r}{r_r}\right)^2$, wo $\lambda = l_r : l$ ist. Die Integrale dieser Gleichungen sind:

$$E - e \sin E = (1-e^2)^{\frac{3}{2}}(t - t_0)$$
$$E_r - e_r \sin E_r = \lambda (1-e_r^2)^{\frac{3}{2}}(t - t_{0r}),$$

in welchen t eine von der unbestimmten Beständigen p_0 abhängige Veränderliche ist, und die Veränderlichen E und E_r durch die Gleichungen:

$$\operatorname{tg} \frac{E}{2} = \sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \operatorname{tg} \frac{v}{2} \qquad \operatorname{tg} \frac{E_r}{2} = \sqrt{\frac{1-e_r}{1+e_r}} \operatorname{tg} \frac{v_r}{2}$$

als Funktionen von v und v_r gegeben sind.

Bezeichnet man die Umlaufszeiten der Massenpunkte m und m_r in den Ellipsen mit T und T_r, so bestehen die Gleichungen:

$$(1-e^2)^{\frac{3}{2}} T = 2\pi, \quad \lambda (1-e_r^2)^{\frac{3}{2}} T_r = 2\pi.$$

Die Umlaufszeiten T und T_r ergeben sich aus denselben als beständige Werthe. Ferner ist auf Grund dieser Gleichungen die Zeiteinheit festgestellt. Aus der ersteren Gleichung erhält man die Zeiteinheit $(1-e^2)^{\frac{3}{2}} \frac{T}{2\pi}$. Aus den beiden Gleichungen folgt noch, dass

$$\lambda = \left(\frac{1-e^2}{1-e_r^2}\right)^{\frac{3}{2}} \frac{T}{T_r}$$

ist. Wenn die Excentricitäten als kleine Bruchwerthe gedacht werden, so ist hiernach die Beständige λ nahezu gleich dem Verhältnisse der Umlaufszeiten $T : T_r$. Wir haben angenommen, dass m die dem Centralkörper näher liegende Masse sei. Nach dem dritten Keplerschen Gesetze hat der Massenpunkt m, eine grössere Umlaufszeit als der Massenpunkt m und es ist daher der $\lambda < 1$.

Durch die Aenderung des Zeitmaasses erleiden auch die Differentialgleichungen der Bewegung eine Umwandlung. Wir denken uns die Gleichungen 1. 2 durch l, die Gleichungen 3. 4, 5. 6 durch l^2 getheilt. Wir setzen alsdann t an die Stelle von lt, ferner ln und ln_r an die Stelle von n und n_r. Gleichzeitig vertauschen wir die Integrationsbeständigen c und a gegen lc und $l^2 a$. In den ursprünglichen Gleichungen hat die Kräftefunction V den Factor k und die neuen Gleichungen, durch welche die Bewegung der beiden Massenpunkte bestimmt ist, sind von den ursprünglichen nur darin verschieden, dass der Faktor k der Kräftefunktion durch den Faktor $k : l^2$ ersetzt ist, den wir mit $\varkappa$ bezeichnen wollen. Die Grösse k ist ein bestimmter Zahlenwerth, wenn man, wie dies gewöhnlich geschieht, bestimmte Einheiten des Längenmasses und des Zeitmasses voraussetzt. Der Faktor $\varkappa = k l^2$ dagegen ist eine von der unbestimmten Beständigen p_0 abhängige Grösse. Wir setzen noch $l n_0$ und $l n_{0r}$ an die Stelle von n_0 und n_{0r}. Die vorhin aufgestellten Gleichungen gehen dann über in:

$$n_0 = p_0^2 \qquad p_0^3 = \frac{\varkappa m \sqrt{m}}{(1+m)^2}$$
$$n_{0r} = \lambda p_{0r}^2 \qquad \lambda^2 p_{0r}^3 = \varkappa m_r \sqrt{m_0},$$

denen zufolge die Beständigen n_0 n_{0r} $\varkappa$ λ als Funktionen der unbestimmten Beständigen p_0 und p_{0r} dargestellt werden.

Um nun die Störungsgleichungen zu erhalten, setze ich vor Allem an die Stelle der Kräftefunktion V eine Störungsfunktion Ω, unter welcher letzteren eine Funktion der Veränderlichen zu verstehen ist, welche sowohl für $m = 0$ als auch für $m_r = 0$ verschwindet. Ich setze

Digitized by Google

$$V = \frac{\varkappa m \sqrt{m}}{(1+m)^2}\frac{1}{r} + \frac{\varkappa m_s \sqrt{m_0}}{r_s} + \Omega,$$

oder auf Grund der obigen Gleichungen:

$$\Omega = \frac{\varkappa m m_s \sqrt{m_0}}{r_s}\left(\frac{1}{2}\frac{m_0}{m}\left(\frac{r}{r_s}\right)^2(3s^2-1) + \frac{1-m}{2}\left(\frac{m_0}{m}\right)^{\frac{3}{2}}\left(\frac{r}{r_s}\right)^3(5s^3-3s) + \frac{1-m+m^2}{8}\left(\frac{m_0}{m}\right)^2\left(\frac{r}{r_s}\right)^4(35s^4-30s^2+3) + \ldots\right)$$

und die Elimination von $\varkappa$ giebt:

$$\Omega = \lambda^2\left(\frac{p_{0'}}{r_s}\right)^2\frac{m_0}{2}r^2\left(3s^2-1+(1-m)\left(\frac{m_0}{m}\right)^{\frac{1}{2}}\frac{r}{r_s}(5s^3-3s) + \frac{1-m+m^2}{4}\frac{m_0}{m}\left(\frac{r}{r_s}\right)^2(35s^4-30s^2+3) + \ldots\right).$$

Die Differentialgleichung der Bewegung gehen über in:

1. $u'+\cos i\,\vartheta' = \frac{u}{r^2}$
2. $u_s'+\cos i_s\vartheta' = \frac{u_s}{r_s^2}$
3. $rr'' = \frac{n^2}{r^3} - \frac{p_0^3}{r^2} + r\frac{d\Omega}{dr}$
4. $r_s r_s'' = \frac{n_s^2}{r_s^2} - \frac{\lambda^2 p_{0'}^3}{r_s} + r_s\frac{d\Omega}{dr_s}$,
5. $\varepsilon' = 2\sin^2\frac{J}{2}\sin(u+u_s)\frac{d\Omega}{ds}$
6. $\vartheta' = \frac{c}{nn_s}\sin u\sin u_s\frac{d\Omega}{ds}$.

Die zur Bestimmung der Veränderlichen n und n_s gegebenen Gleichungen sind nun $n+n_s = a$ und

$$r'^2 + r_s'^2 + \frac{n^2}{r^2} + \frac{n_s^2}{r_s^2} - \frac{2p_0^3}{r} - \frac{2\lambda^2 p_{0'}^3}{r_s} + a = 2\Omega.$$

Sehr leicht werden die Gleichungen 1 und 2 in Störungsgleichungen übergeführt. Ich setze $u-v = w$ und $u_s - v_s = w_s$, und erhalte zur Bestimmung von w und w_s die Gleichungen:

7. $w' + \cos i\,\vartheta' = \frac{n-p^2}{r^2}$
8. $w_s' + \cos i_s\vartheta' = \frac{n_s - \lambda p_{0'}^2}{r_s^2}$,

in welchen in der That nur Störungsglieder vorkommen. Die Störungsglieder der rechten Seite ergeben sich auf Grund der Gleichungen $n_0 = p_0^2$ und $n_{0'} = \lambda p_{0'}^2$.

Die Gleichungen 3 und 4 betreffend findet man, dass es vortheilhaft ist, die Quadrate der Leitstrahlen als die gesuchten Veränderlichen anzusetzen. Wir schreiben diese Gleichungen daher in der Form:

$$(rr')' = r'^2 + \frac{n^2}{r^2} - \frac{p_0^3}{r} + r\frac{d\Omega}{dr}$$

$$(r_s r_s')' = r_s'^2 + \frac{n_s^2}{r_s^2} - \frac{\lambda^2 p_{0'}^3}{r_s} + r_s\frac{d\Omega}{dr_s}.$$

Deren Ueberführung in Störungsgleichungen wird auch gefördert, wenn man an die Stelle der Veränderlichen n und n_s zwei andere Elemente der Störung setzt, welche zugleich Störungsglieder sind. Für den Fall $m_s = 0$ ist die Bahn des Massenpunktes m durch die Gleichung $\frac{p_0}{r} = 1 + e\cos v$ dargestellt. Daraus folgt $r' = p_0 e\sin v$ und die Elimination von r giebt:

$$r'^2 + \frac{p_0^4}{r^2} - \frac{2p_0^3}{r} + p_0^2(1-e^2) = 0.$$

Ferner bestimmt sich für den Fall $m = 0$ die Bahn des Massenpunktes m_s durch die Gleichung $\frac{p_{0'}}{r_s} = 1 + e_s\cos v_s$. Daraus folgt $r_s' = \lambda p_{0'} e_s\sin v_s$ und die Elimination von v_s giebt:

$$r_s'^2 + \lambda^2\left(\frac{p_{0'}^4}{r_s^2} - \frac{2p_{0'}^3}{r_s} + p_{0'}^2(1-e_s^2)\right) = 0.$$

In dem Problem der drei Körper können daher auf Grund der Gleichungen $n_0 = p_0^2$ und $n_{0'} = \lambda p_{0'}^2$ die Ausdrücke:

$$q = r'^2 + \frac{n^2}{r^2} - \frac{2p_0^3}{r} + p_0^2(1-e^2)$$

$$q_s = r_s'^2 + \frac{n_s^2}{r_s^2} - \frac{2\lambda^2 p_{0'}^3}{r_s} + \lambda^2 p_{0'}^2(1-e_s^2)$$

als Elemente der Störung angesehen werden, und es sind dieselben kleine Grössen, welche den Betrag eines Störungsgliedes haben. Die Gleichungen zur Bestimmung der Leitstrahlen gehen nun über in:

$$(rr')' - \frac{p_0^3}{r} + p_0^2(1-e^2) = q + r\frac{d\Omega}{dr}$$

$$(r_s r_s')' - \frac{\lambda^2 p_{0'}^3}{r_s} + \lambda^2 p_{0'}^2(1-e_s^2) = q_s + r_s\frac{d\Omega}{dr_s}.$$

Dieselben sind so geschrieben, dass auf der rechten Seite nur Störungsglieder stehen.

Auch das Integral der lebendigen Kraft wird zweckmässig umgewandelt, wenn man die Elemente der Störung q und q_s an die Stelle von n und n_s bringt. Man lässt gleichzeitig eine Aenderung in der Bezeichnung der Integrationsbeständigen a eintreten, indem man a an die Stelle von $a - p_0^2(1-e^2) - \lambda^2 p_{0'}^2(1-e_s^2)$ setzt, und es entsteht die einfache Gleichung

$$q + q_s = 2(\Omega - a),$$

Digitized by Google

in welcher die Integrationsbeständige a gleichfalls den Betrag eines Störungsgliedes hat.

In die Differentialgleichung des Leitstrahls r setze ich $r^2 = \left(\frac{r}{p}\right)^2 p^2$, und schreibe dieselbe

$$\frac{1}{2}\left[\left(\frac{r}{p}\right)^2 p^2\right]'' = \frac{p_0^2}{r} - p_0^2(1-e^2) + q + r\frac{d\Omega}{dr}.$$

Aus der Gleichung $\frac{p}{r} = 1 + e\cos v$ folgt

$$\left(\frac{r}{p}\right)' = e\sin v, \qquad \frac{1}{2}\left[\left(\frac{r}{p}\right)^2\right]'' = \frac{p}{r} - 1 + e^2.$$

Multiplicirt man die letztere Gleichung mit p_0^2 und zieht sie von der obigen ab, so entsteht:

$$\frac{1}{2}\left[\left(\frac{r}{p}\right)^2(p^2-p_0^2)\right]'' = \frac{p}{r}\left(\frac{p_0^2}{p} - p_0^2\right) + q + r\frac{d\Omega}{dr}.$$

Ich addire auf beiden Seiten der Gleichung das Glied $\frac{1}{2}\frac{p}{r}(p^2-p_0^2)$, und erhalte auf der rechten Seite den Ausdruck:

$$\frac{1}{2}\frac{p}{r}\left(p^2 + \frac{2p_0^2}{p} - 3p_0^2\right) = \frac{1}{2}\frac{p}{r}\left(1+\frac{2p_0}{p}\right)(p-p_0)^2,$$

welcher als ein Störungsglied der zweiten Ordnung angesehen werden muss, weil die Differenz $p - p_0$ ein Störungsglied der ersten Ordnung ist. Ich bediene mich noch der Abkürzung

$$P = \frac{1}{2}\frac{p}{r}\left(p^2 + \frac{2p_0^2}{p} - 3p_0^2\right) = \frac{1}{2}\frac{p}{r}p_0^2\left(3\eta^2 - 5\eta^3 + \frac{35}{4}\eta^4 - \frac{63}{4}\eta^5 + \ldots\right)$$

ist, wo noch $p_0^2\eta = \left(\frac{p}{r}\right)^2\zeta$ gesetzt werden kann.

Zur Bestimmung des Leitstrahls r, liegt die Gleichung vor:

$$(r,r')' - \frac{\lambda^2 p_{0'}^3}{r'} + \lambda^2 p_{0'}^2(1-e'^2) = q_1 + r_1\frac{d\Omega}{dr_1}.$$

Wir eliminiren die Veränderliche r_1 vermittelst der Gleichung $\left(\frac{r_1}{p_1}\right)^2(p_1^2 - p_{0'}^2) = 2\zeta_1$. Durch Differentiation von $\frac{p_1}{r_1} = 1 + e_1\cos v_1$ entsteht:

$$\left(\frac{r_1}{p_1}\right)' = \lambda e_1\sin v_1, \qquad \frac{1}{2}\left[\left(\frac{r_1}{p_1}\right)^2\right]'' = \lambda^2\left(\frac{p_1}{r_1} - 1 + e_1^2\right),$$

und wir finden die transformirte Gleichung:

$$\frac{1}{2}\frac{p}{r}\left(p^2 + \frac{2p_0^2}{p} - 3p_0^2\right) = P,$$

und führe die Differentialgleichung des Leitstrahls über in:

$$\frac{1}{2}\left[\left(\frac{r}{p}\right)^2(p^2-p_0^2)\right]'' + \frac{1}{2}\frac{p}{r}(p^2-p_0^2) = q + r\frac{d\Omega}{dr} + P.$$

Vermittelst der weiteren Abkürzung $\left(\frac{r}{p}\right)^2(p^2-p_0^2) = 2\zeta$ erhalte ich zur Bestimmung des Parameters die Gleichung

$$9. \qquad \zeta'' + \left(\frac{p}{r}\right)^2\zeta = q + r\frac{d\Omega}{dr} + P,$$

in welcher P ein Störungsglied der zweiten Ordnung ist. Es wird sich zeigen, dass auf der rechten Seite alle Störungsglieder der ersten Ordnung als gegebene Grössen betrachtet werden dürfen, und man hat daher zur Bestimmung der ersten Näherung von ζ eine lineare Differentialgleichung der zweiten Ordnung.

Es ist noch zu erwähnen, dass die Grösse P als Funktion eines Störungsgliedes der ersten Ordnung dargestellt werden kann. Wir setzen in dieser Absicht $\frac{p^2}{p_0^2} - 1 = 2\eta$ und erhalten die binomische Entwicklung:

$$\frac{p_0}{p} = (1+2\eta)^{-\frac{1}{2}} = 1 - \eta + \frac{3}{2}\eta^2 - \frac{5}{2}\eta^3 + \frac{35}{8}\eta^4 - \frac{63}{8}\eta^5 + \ldots$$

Daraus folgt, dass

$$10. \qquad \zeta_1'' + \lambda^2\left(\frac{p_1}{r_1}\right)^2\zeta_1 = q_1 + r_1\frac{d\Omega}{dr_1} + P_1,$$

in welcher abkürzend

$$\frac{\lambda^2 p_1}{r_1}\left(p_1^2 + \frac{2p_{0'}^2}{p_1} - 3p_{0'}^2\right) = P_1$$

gesetzt, und P_1 ein Störungsglied der zweiten Ordnung ist. Setzt man noch $\frac{p_1^2}{p_{0'}^2} - 1 = 2\eta_1$, so findet man

$$P_1 = \frac{\lambda^2 p_1}{r_1}p_{0'}^2\left(3\eta_1^2 - 5\eta_1^3 + \frac{35}{4}\eta_1^4 - \frac{63}{4}\eta_1^5 + \ldots\right).$$

Ich habe nun die Differentialgleichungen der Bewegung in Störungsgleichungen umgewandelt. Es liegen im Ganzen die sechs Störungsgleichungen 5, 6, 7, 8, 9, 10 vor, und das System der 7. Ordnung besteht aus den Gleichungen 5, 7, 8, 9, 10.

(Forsetzung folgt.)

Inhalt:

Zu Nr. 2311. *August Weiler.* Das Problem der drei Körper in der neuen Störungstheorie. 97.

Kiel. Mai 7. 1880. Druck von C. F. Mohr.

Digitized by Google

Astronomische Nachrichten.

Expedition auf der Königlichen Sternwarte bei Kiel.

Herausgeber: Dr. C. F. W. Peters.

Band 97. **Nr. 2312.** 8.

Todes-Anzeige.

Prof. Christian August Friedrich Peters, der Director der Königlichen Sternwarte zu Kiel, erlag am 8. Mai d. J. einer mehrmonatlichen schweren Krankheit.

Er war geboren am 7. September 1806 in Hamburg, wo sein Vater, ein Kaufmann, dessen Vermögensumstände in Folge der Kriegszeiten einen starken Rückgang erfahren hatten, nur mit grössten Sorgen ihn sowie seinen um 1 Jahr jüngeren Bruder (seine Gattin starb bereits im Jahre 1808 nach der Geburt des zweiten Sohnes) zu erziehen im Stande war. Die beiden Brüder wuchsen auf, ohne eine Schule besuchen zu können, dagegen that ihr Vater, der früh die Neigung der Knaben für mathematische Beschäftigungen erkannte, durch Anschaffung von Büchern sein Möglichstes, um die Studien seiner Söhne zu befördern. Bereits im Jahre 1821 erlag der jüngere derselben einer schleichenden Krankheit und der Aeltere, von Kindheit auf besonders ernsten Gemüthes, legte sich mit eisernem Fleisse auf das Studium der Mathematik und Astronomie. Es gelang ihm sehr früh, die Aufmerksamkeit des Directors der Altonaer Sternwarte H. C. Schumacher auf sich zu ziehen, der den ungewöhnlich begabten jungen Mann vielfach mit Rechnungen für seine Ephemeriden und geodätischen Arbeiten beschäftigte. Im Jahre 1826 wurde Peters bei den Detailmessungen des Hamburgischen Landgebietes angestellt, und setzte diese Arbeiten mehrere Jahre fort, dabei fortwährend seinen Studien, sowie Nebenarbeiten für Schumacher obliegend.

In den Jahren 1829 und 1830 wurde er von Schumacher zu dem Zwecke, die von demselben angestellten Pendelbeobachtungen zu bearbeiten, nach Güldenstein im östlichen Holstein genommen, doch liess Schumacher damals die definitiven Reductionen nicht vollenden.

Drei Jahre später promovirte Peters, nach kurzer Studienzeit unter Bessel's Anleitung, in Königsberg; im Jahre 1834 wurde er Assistent der Hamburger Sternwarte, doch bereits 1839 folgte er einem Rufe an die neugegründete Sternwarte in Pulkowa. An diesem Orte blieb er 10 Jahre, und seine dort geleisteten Arbeiten, sowohl auf dem theoretischen wie practischen Gebiete der Astronomie, sind unter den Astronomen allgemein bekannt. Er wurde im Jahre 1842 Adjunkt, und 1847 ausserordentliches Mitglied der Petersburger Akademie der Wissenschaften und erhielt im Jahre 1849 die Anstellung als ordentlicher Professor der Astronomie in Königsberg. Hier veröffentlichte er seine Abhandlungen über die eigene Bewegung des Sirius und die Abweichungen des Greenwicher Passageninstruments in der Zeit vom 2. September 1750 bis 16. Juli 1762.

Nach dem Tode A. C. Petersen's erhielt Peters einen ehrenvollen Ruf als Director der Sternwarte in Altona, der er bis 1872 vorstand, worauf er die Leitung der nach Kiel verlegten Sternwarte bis zu seinem Tode innehatte. Im Jahre 1874 wurde er ordentlicher Professor der Universität in Kiel.

Die von ihm verfassten Schriften der letzten 25 Jahre sind hauptsächlich Längenbestimmungen (Altona-Schwerin, Altona-Kiel, Altona Kopenhagen, Altona-Göttingen) gewidmet. Die letzte der genannten Schriften war bei dem Tode des Verfassers fast im Druck vollendet, und wird in wenigen Wochen versandt werden können.

Digitized by Google

Anzeige,

betreffend die Herausgabe der Astronomischen Nachrichten.

Die geehrten Herren Mitarbeiter der Astronomischen Nachrichten werden in Folge des Todes des bisherigen Herausgebers dieser Zeitschrift gebeten, ihre Zusendungen in derselben Weise wie früher entweder an die Redaction der Astronomischen Nachrichten oder an den jetzigen Herausgeber, Dr. C. F. W. Peters, Kiel, Sternwarte, sehr gefälligst zu richten.

Observations of the Satellites of Mars, made at the Harvard College Observatory.

By *Edward C. Pickering*

The following observations were made with the large Merz Equatorial of the Harvard College Observatory. Its aperture is 38 cms. (15 inches) and its focal length 683 cms. (22.5 feet).

A filar micrometer was prepared for the measurements by replacing its fixed thread by two parallel spider lines about 12″ apart, and its movable thread by two platinum wires, also 12″ apart and having a diameter of about .01 cms., which was equivalent to 3″. The magnifying power employed was 350, and the diameter of the field about 5′. Part of it was covered by a thin piece of red glass, the edge of which could be placed either parallel or perpendicular to the wires of the micrometer. This glass was attached to the eye-piece, between the wires and the field-lens, and served to reduce the light of Mars. The position of the satellite was measured by placing it midway between either pair of lines while the same lines cut off equal segments of Mars. For Phobos the spider lines were used; for Deimos, the platinum wires were generally preferred, as the spider lines were not readily seen to a sufficient distance from Mars. In measuring distances, the spider lines were placed upon Mars, and the platinum wires on each side of the satellite.

On and after November 1, all the measurements were made in the manner just described. In the earlier observations, various eyes-pieces, shade-glasses, and lines, had been employed, although the method of observation was the same throughout. As far as practicable, each observer made five consecutive settings. In observing for position, the position circle was moved through a considerable arc after each setting, and the position of Mars with respect to the wires was also changed, so that the successive settings might be independent of each other. The alternation of the observers served to rest the eyes of each and also to obviate the systematic error which might arise from a false estimate involuntarily repeated by a single observer.

The results of the measurements of position angle and of distance are given in the following Tables, the successive columns of which give a number for reference, the Greenwich mean time of the mean of the settings, the number of settings, the mean position angle or distance, the average deviation of the separate settings from this mean, the distinctness of the satellite, the initial of the observer, and remarks. The distinctness is estimated on a scale of five; the figure 5 denoting that the satellite was very plainly seen, 4 that is was well seen, 3 that it was certainly seen, although with difficulty, 2 that it was probably seen, and 1 that the observation was doubtful. In any discussion of the observations, those marked 1 or 2 should be rejected, unless it should seem advisable to adopt the method of giving weights proportionate to the product of the number of settings by the distinctness. When less than five settings were made, it was generally because the satellite observed could not be certainly seen.

The initial W. designates Mr. O. C. Wendell. S. Mr. A. Searle, Wo. Mr. F. Waldo. My own observations are indicated by P. The reduction of the observations has been made chiefly by Mr. Wendell.

Table I. Position Angles. Deimos.

No.	1879 Greenwich Mean Time	No. Settings	Pos.Ang.	Resid. One Sett.	Distinctness	Obs.	Remarks
1	Oct. 20.7002	5	235°72	0°50	3	P	On this day power 140 used.
2	20.7117	5	237.36	0.78	3	Wo	

Digitized by Google

No.	1879 Greenwich Mean Time	No. Settings	Pos.Ang.	Resid. One Sett.	Distinctness	Obs.	Remarks
3	Oct. 20.7971	5	228 03	0.20	3	P	
4	20.8092	5	226 83	0.76	3	Wo	
5	20.8330	6	226.99	0.86	3	Wo	
6	25.8767	1	230.10		1	Wo	
7	29.6504	5	228.31	1.80	3	P	On this day power 210 used.
8	29.6901	5	224.23	0 68	2	P	
9	29.7239	1	221.47		1	W	Only suspected
10	Nov. 1.6271	1	61.07		2	P	
11	1.6487	1	58.47		2	W	
12	1.6801	5	55.57	1.00	3	P	
13	1.7439	5	51.78	0.28	3	P	
14	1.7529	5	51.22	0 36	4	W	
15	1.7580	5	50.36	0.32	3	P	
16	1.7685	5	45.56	3.24	3	W	Contains two readings, — 41.4 and 41.6. Omitting these, mean = 48.2.
17	1.7764	5	49 16	0.36	4	P	
18	1.7903	5	49.54	0.58	4	P	
19	1 8037	5	47 46	0.64	4	W	
20	1.8077	5	46 82	0.80	4	P	
21	1 8182	5	46.22	0 40	4	W	
22	1 8248	5	45 26	0.36	4	P	
23	1.8450	5	44.00	0.66	4	W	
24	1 8563	5	41 88	0.44	3	P	
25	1.8805	2	38.92	1.50	2	P	
26	4 6530	2	[227.35]	0.35	2	W	Apparently not Deimos.
27	4.7901	2	239.12	0.35	3	W	
28	5 5746	5	47 07	0.30	4	P	
29	5 5910	5	45 65	1 16	4	W	
30	5.6000	5	44 67	0.42	4	P	
31	5.6177	5	43.89	0.72	4	W	
32	5.6255	5	42.75	0.72	4	P	
33	5 6372	5	40.89	0.80	4	W	
34	5.6504	5	40.51	0 48	4	P	Passing clouds.
35	5.6732	1	38 45		1	P	Hazy.
36	5.6895	1	34.85		1	W	
37	10 5853	5	49.32	0.36	4	P	
38	10 5927	5	47.70	1.04	4	S	
39	10.5997	5	48 52	0.72	4	W	
40	10.6045	5	47.18	0.38	4	P	
41	10.6633	5	42.04	0.44	3	P	
42	10 6711	5	41 02	0.44	3	W	
43	10 6948	1	38.86		1	P	
44	16.5991	1	[79.49]		1	P	This object seen also by S. It does not appear to be Deimos and may be due to a defect in the eyepiece.
45	16 6159	5	[67.27]	[3.94]	2	W	
46	16.6346	1	[43.29]		2	P	
47	16.7133	5	63.78	0 36	4	P	Spider lines used.
48	16 7260	5	63.00	0 34	5	W	
49	16 7312	5	61.52	0.52	5	P	
50	16.7377	5	61 70	0.42	5	W	
51	16 7431	5	60 60	0.70	5	P	
52	16 7492	5	59.36	0.24	5	W	
53	16.7555	5	60.18	0.40	5	P	
54	16.7613	5	58.76	0 12	5	W	
55	16.7667	5	58.64	0.50	5	P	
56	16.7723	5	57.70	0.22	5	W	

Digitized by Google

No.	1879 Greenwich Mean Time	No. Settings	Pos.Aug.	Resid. One Sett.	Distinctness	Obs.	Remarks
57	Nov. 16.7930	5	56°72	0°52	5	P	
58	16.7989	5	56.08	0.12	5	W	
59	16.8427	5	52.64	0.82	5	P	
60	16.8485	5	52.44	0.18	5	W	
61	16.8531	5	51.12	0.68	5	P	
62	16.8598	5	52.18	0.36	5	W	
63	16.8641	5	51.08	0.56	4	P	
64	16.8719	5	50.92	0.48	4	W	
65	16.8780	5	49.70	0.54	4	P	
66	16.8850	5	50.26	0.60	3	W	
67	16.8912	5	48.44	0.58	3	P	
68	16.8975	5	49.04	0.50	3	W	
69	16.9039	5	46.00	1.46	3	P	
70	16.9101	5	49.08	0.52	3	W	
71	16.9158	5	47.10	0.66	3	P	
72	16.9232	3	46.32	1.20	2	W	
73	16.9311	1	40.62	—	1	P	
74	21.5113	5	205.28	0.60	2	W	Probably a star. Spider lines used.
75	21.5243	1	204.44	—	1	W	" " "
76	21.6919	2	66.19	1.95	1	W	Spider lines used.
77	21.7053	2	62.34	1.80	1	P	
78	21.7275	1	57.84	—	2	W	
79	21.7592	5	65.42	0.54	3	P	
80	21.7689	5	64.90	0.44	3	W	
81	21.7828	5	61.58	0.40	4	P	
82	21.8103	5	59.76	0.22	4	W	
83	21.8265	5	57.92	0.42	4	P	
84	21.8517	5	55.96	0.82	4	W	
85	21.8582	5	54.78	0.28	4	P	
86	21.8643	5	55.14	0.12	4	W	
87	21.8696	5	54.08	0.40	4	P	
88	21.8766	5	53.50	0.16	4	W	
89	21.8970	5	51.50	0.56	3	P	
90	21.9030	4	53.14	0.36	3	W	
91	22.5188	5	232.40	0.52	3	P	
92	22.5358	5	231.26	0.46	3	P	Through clouds.
93	22.5457	5	230.88	0.36	3	P	
94	23.5945	1	[254.14]	—	1	P	Apparently not Deimos.
95	23.6105	1	[249.34]	—	1	W	" "
96	23.7384	5	235.88	0.20	5	W	
97	23.7489	5	235.20	0.36	5	W	
98	23.7583	5	234.66	0.42	5	W	
99	23.7665	5	233.86	0.18	5	W	
100	23.7895	5	231.88	0.40	5	W	
101	23.7996	5	230.70	0.32	5	W	
102	23.8084	5	230.22	0.42	5	W	
103	23.8237	5	228.72	0.18	5	W	
104	23.8337	5	227.26	0.54	4	P	
105	24.4311	5	50.62	0.22	3	P	Through twilight
106	24.4384	5	50.18	0.84	4	P	
107	24.4573	5	48.70	0.76	4	P	
108	24.5327	5	40.94	0.80	3	P	
109	24.5640	5	38.28	0.40	4	W	
110	24.5687	5	35.92	1.18	3	P	Passing clouds.
111	24.5947	5	33.40	0.44	2	W	Spider lines used.

Digitized by Google

No.	1879 Greenwich Mean Time	No. Settings	Pos.Ang.	Resid. One Sett.	Distinctness	Obs.	Remarks
112	Nov. 25.5113	1	69 94	—	1	P	Very doubtful. Spider lines used.
113	25.5197	3	60.41	2.10	1	W	Very doubtful.
114	25.5468	5	64.86	1.06	2	P	Spider lines used on last four settings.
115	25.5599	5	62.22	0.82	2	W	Spider lines used.
116	25.5700	6	62.32	0.62	3	P	
117	25.5906	5	60.64	0.28	4	W	
118	25.6412	5	64.96	0.30	4	P	
119	26.4483	5	220.06	0.98	2	P	Spider lines used.
120	29.4969	5	47.78	0.44	3	P	
121	29.5198	5	47.32	0.22	3	W	
122	29.5287	5	45.42	0.90	3	P	
123	29.5555	5	44.32	0.26	3	W	
124	29.5611	2	42.79	1.25	2	P	Passing clouds.
125	30.5041	4	68.12	1.22	1	P	
126	30.5169	3	68.71	0.62	1	W	
127	30 5549	2	70.64	2.90	1	P	Spider lines used.
128	30.5973	5	63 52	0.38	2	P	
129	30 6073	5	63.92	0.30	3	W	
130	30.6322	5	60.16	1.06	3	P	
131	30.6418	5	60.40	0.52	3	W	
132	30.6679	5	56.86	0.58	3	P	
133	30.6782	5	57.06	0.58	3	W	
134	30.7096	5	52.94	0.40	4	P	
135	30.7154	5	53.10	0.20	4	W	
136	30.7325	5	50.48	0.48	4	P	
137	30.7489	5	50.02	0.66	4	W	
138	30.7543	5	49.42	0.86	4	P	
139	30.7750	5	48.18	0.36	4	W	
140	30.7960	5	45.54	0.72	4	P	
141	30.8082	5	45.16	0.18	4	W	
142	30.8156	5	43.66	0.58	4	P	
143	30.8378	5	42.42	0.38	2	W	
144	30.8446	5	39.36	0 78	3	P	
145	30 8512	5	40.58	0.44	2	W	
146	Dec. 1.5504	1	211.24	—	1	W	
147	4.4369	2	57.69	0.35	3	P	Seeing bad.
148	4.4970	5	53.14	0.28	3	P	
149	4.5119	5	51.58	0.28	3	W	
150	4.5393	5	49.50	0.28	3	W	
151	4.5461	5	48.66	0.34	4	W	
152	4.5870	5	44 46	0.26	4	P	
153	4 6061	5	42.76	0.30	4	W	
154	4.6210	5	41.00	0.16	3	P	
155	4 6476	5	38.48	0 84	3	W	
156	4.6555	5	36.30	0.72	3	P	
157	4 7109	5	130.60	0.92	3	W	Star observed by mistake. Spider lines used.
158	4.7194	5	[27.72]	2.30	3	P	Star observed by mistake.
159	4.7644	1	[42.44]	—	1	W	Star observed by mistake.
160	7.5271	5	246.26	0.90	2	P	
161	7.5873	5	240.04	0.48	4	P	
162	7.6105	5	236 48	0.40	4	W	
163	7 6539	5	233.74	0.56	3	P	
164	7.7308	5	224.20	0.72	2	W	Mars very unsteady.
165	7.7413	5	225.74	1.20	2	P	Spider lines used on last four measures.
166	7.7541	5	222.80	0.56	2	W	

Digitized by Google

No.	1879 Greenwich Mean Time	No. Settings	Pos.Ang.	Resid. One Sett.	Distinctness	Obs.	Remarks
167	Dec. 7.7816	5	218°90	1°20	2	W	Seen with much difficulty. Spider lines used.
168	7.7905	3	219.17	1.17	2	P	
169	9.4239	1	[44.04]	—	2	P	Probably not Deimos.
170	9.4396	5	63.00	1.08	2	P	
171	9.4531	4	62.06	0.94	2	P	Reading 71.1 rejected.
172	9.5110	5	56.74	0.08	4	W	
173	9.5390	5	53.04	0.28	4	W	
174	9.5512	5	53.00	0.32	4	W	
175	9.5839	5	50.24	0.40	3	W	
176	9.6209	5	54.44	0.96	3	P	
177	9.6455	5	43.94	0.36	3	W	Hazy.
178	9.6677	4	41.26	1.38	3	P	
179	12.5961	3	247.27	2.17	2	P	
180	12.6298	5	237.88	1.49	1	P	Spider lines used.
181	12.6416	5	239.16	0.90	3	W	
182	12.6761	5	236.10	0.56	2	W	Spider lines used.
183	12.7003	5	234.54	0.36	2	P	
184	12.7192	5	230.80	0.76	2	W	Spider lines used.
185	12.7385	4	231.06	0.98	1	P	Spider lines used. Reading 243.5 rejected.
186	12.7527	5	227.68	1.00	3	W	Spider lines used.
187	12.7731	3	227.74	2.60	2	P	
188	12.7964	5	221.88	2.12	3	W	Spider lines used.
189	17.7434	5	232.48	1.84	3	W	Spider lines used on last two settings.
190	18.4386	5	48.04	0.56	3	P	
191	18.4450	5	47.54	0.84	3	W	
192	18.4527	5	45.28	1.84	3	P	
193	18.4675	5	45.80	0.60	3	W	
194	18.4798	5	42.96	0.94	2	P	
195	18.4890	5	43.00	0.36	2	W	
196	18.5081	5	42.22	0.90	2	W	
197	26.6329	5	226.84	0.60	3	W	
198	30.4303	1	227.94	—	1	P	
199	30.4786	1	224.44	—	1	W	Hazy.
	1880						
200	Jan. 2.4627	4	45.22	0.18	1	W	
201	2.5049	1	55.24	—	1	W	
202	5.6649	3	230.24	7.53	1	W	
203	5.6836	5	229.70	0.84	1	W	
204	7.5648	1	43.44	—	1	W	
205	7.6688	5	45.12	0.86	2	W	Spider lines used.
206	7.6960	3	46.15	1.17	2	W	" " "
207	Jan. 10.7347	6	225.42	2.45	2	W	

Table II. Position Angles. Phobos.

1	Oct. 26.6156	3	237.62	2°43	2	P	On this day power 140 used.
2	26.6557	1	231.35	—	2	P	
3	26.6591	1	[249.55]	—	2	P	A little uncertain.
4	26.8089	3	49.57	1.57	2	P	Glass fibres broken, — silk fibres used.
	26.8288	1	40.40	—	1	P	Too near together for most accurate measurement. Decided to reject before reading owing to uncertainty whether Phobos was seen.
5	Nov. 10.6993	5	232.70	1.08	4	P	
6	10.6173	5	230.30	0.88	4	W	
7	10.6262	3	230.73	2.90	3	P	

Digitized by Google

No.	1879 Greenwich Mean Time	No. Settings	Pos. Ang.	Resid. One Sett.	Distinctness	Obs.	Remarks
8	Nov. 10.6319	5	227°78	0°98	5	P	
9	10.6405	5	225.66	0.68	4	W	
10	10.6560	2	219.06	2.30	1	W	Measurement on movable wire.
11	16.5116	5	52.59	0.52	3	P	Wafer used for colored glass.
12	16.5275	5	46.01	2.94	3	W	Wafer replaced by colored glass.
13	16.5366	2	[33.59]	1.80	2	P	Apparently not Phobos.
14	16.5499	4	37.04	2.92	2	P	
15	16.5605	1	31.99	—	1	W	
16	16.6578	2	237.74	1.65	2	W	
17	16.6814	4	228.39	1.55	3	W	
18	16.6987	1	225.02	—	2	P	
19	16.8203	2	52.17	1.45	1	P	
20	16.8321	1	50.32	—	1	W	
21	21.5868	5	56.22	1.06	3	P	Plat. wires used on first setting.
22	21.5955	5	55.78	0.64	4	W	
23	21.6014	5	53.28	0.88	4	P	
24	21.6087	5	52.84	0.56	4	W	
25	21.6154	5	49.62	1.38	4	P	
26	21.6218	5	48.82	0.58	3	W	
27	21.6268	5	45.48	0.48	3	P	
28	21.6352	5	43.62	0.50	3	W	
29	21.6405	4	40.52	1.82	3	P	
30	21.6539	5	40.68	0.60	2	W	
31	21.7770	2	230.69	1.85	2	P	
32	22.5402	5	55.10	1.04	5	P	
33	22.5542	5	55.02	0.58	5	P	
34	22.5728	3	51.37	0.70	3	W	Through clouds.
35	23.5191	3	55.47	0.70	2	P	
36	23.5285	2	47.59	0.35	2	W	
37	23.5402	1	48.44	—	1	P	
38	23.5616	2	37.74	0.40	2	W	
39	24.4628	5	59.56	1.46	3	P	
40	24.4716	5	55.42	1.02	4	P	
41	24.4762	5	54.96	0.70	4	P	
42	24.4814	5	52.88	0.80	4	P	
43	24.4865	5	50.12	0.22	4	P	
44	24.4927	5	48.54	1.00	3	P	
45	24.5074	5	45.54	0.48	3	W	
46	24.5139	1	39.94	—	2	P	
47	24.5251	2	40.84	1.30	1	W	
48	25.4350	3	51.17	3.23	2	P	
49	25.5960	5	232.70	0.80	5	P	
50	25.6002	5	231.50	0.72	5	W	
51	25.6053	5	230.34	0.68	4	P	
52	25.6122	5	228.14	0.52	4	W	
53	25.6247	5	223.40	2.64	3	P	
54	25.6317	1	220.24	—	1	W	
55	26.5327	5	239.42	1.10	3	P	
56	26.5376	5	237.78	0.36	4	P	
57	26.5419	5	236.80	0.88	4	P	
58	26.5461	5	234.80	1.48	5	P	
59	26.5515	5	232.38	0.72	5	P	
60	26.5574	5	231.94	0.76	5	P	
61	26.5614	5	230.02	0.66	5	P	
62	26.5698	5	228.40	1.32	4	P	Clouds. Lunar Halo.

Digitized by Google

No.	1879 Greenwich Mean Time	No. Settings	Pos.Ang.	Resid. One Sett.	Distinctness	Obs.	Remarks
63	Nov. 26.5736	5	226°34	0"44	5	P	
64	26.5761	5	225.08	1.36	4	P	
65	26.5807	5	222.28	0.68	3	P	
66	26.5859	5	220.92	0.58	3	P	
67	26.5887	5	220.70	1.04	3	P	
68	26.5930	3	218.67	0.43	1	P	
69	30.5397	4	[72.09]	1.80	1	P	Apparently not Phobos.
70	Dec. 1.6562	3	227.14	2.27	2	P	Wind shakes telescope.
71	1.6662	2	230.04	0.30	1	W	
72	4.6895	5	48.84	1.40	2	P	
73	7.5660	5	49.50	0.52	1	W	
74	7.5777	2	49.94	1.20	1	W	

Cambridge, U. S., March 4. 1880. *Edward C. Pickering.*

Elemente und Ephemeride des Cometen *b* 1880.

Aus den Beobachtungen: April 8 Paris, April 13 Wien, April 18 Paris, die wegen Aberration und Parallaxe corrigirt wurden, habe ich folgende Elemente erhalten:

T = 1880 Juli 17.1841 mittl. Berl. Zt.
ω = 158°46' 26"
Ω = 259 59 49.
i = 122 34 49.
mittl. Aequ. 1880.0
$\log q$ = 0.21572

Darstellung des mittl. Ortes $\Delta\lambda \cos\beta = +4"$
$\Delta\beta = +7"$

Hieraus ergibt sich folgende Ephemeride für 12^h m. Zeit Berlin.

Mittl. Ort 1880.0.

1880	AR.	Decl.	log Δ	log r	li
Mai 12	$6^h18^m42^s.28$	+ 60° 7' 32".3	0.36109	0.26956	0.96
13	19 $10^s.29$	59 35 0".9			
14	19 $39^s.29$	59 3.1".4			
15	20 $8^s.29$	58 31.7".1			
16	20 $37^s.30$	58 0.6".6	0.36856	0.26395	0.95
17	21 $7^s.31$	57 30.0".3			
18	21 $38^s.31$	56 59.7".9			
19	22 $9^s.32$	56 29.8".5			
20	22 $41^s.32$	56 0.3".1	0.37568	0.25855	0.94
21	23 $13^s.32$	55 31.2".8			
22	23 $45^s.32$	55 2.4".4			
23	24 $18^s.33$	54 34.0".4			
24	24 $51^s.33$	54 5.9".1	0.38237	0.25336	0.93
25	25 $24^s.33$	53 38.2".7			
26	25 $57^s.33$	53 10.8".4			
27	26 $30^s.33$	52 43.8".0			
28	27 $4^s.34$	52 17.0".8	0.38860	0.24841	0.93
29	27 $38^s.34$	51 50.6".4			
30	28 $11^s.33$	51 24.4".2			
31	28 $45^s.34$	50 58.6".8			
Juni 1	6 29 $19^s.34$	+ 50 32.9".7	0.39426	0.24372	0.93

Helligkeit von April 8. = 1 gesetzt.

Berlin, 1880 Mai 5. Dr. *H. Oppenheim.*

Inhalt.

Zu Nr. 2312. Todes-Anzeige. 113. — Anzeige, betreffend die Herausgabe der Astronomischen Nachrichten. 115. — *Edward C. Pickering.* Observations of the Satellites of Mars. 115. — *H. Oppenheim.* Elemente und Ephemeride des Cometen *b* 1880. 127.

Kiel. Mai 26. 1880. Druck von C. F. Mohr.

Digitized by Google

Astronomische Nachrichten.

Expedition auf der Königlichen Sternwarte bei Kiel.

Herausgeber: Dr. C. F. W. Peters.

Band 97. **Nr. 2313.** 9.

Das Problem der drei Körper in der neuen Störungstheorie.

Von *A. Weiler*. (Fortsetzung von Nr. 2311 S. 112.)

§ 2. Integration der Differentialgleichung des Parameters.

Wir haben $\left(\frac{r}{p}\right)^2 (p^2 - p_0{}^2) = 2\zeta$ gesetzt, und zur Bestimmung von ζ eine lineare Differentialgleichung der zweiten Ordnung, die Gleichung 9 aufgestellt

$$\zeta'' + \left(\frac{p}{r}\right)^3 \zeta = q + r\frac{d\Omega}{dr} + P.$$

Die Integration vollzieht sich nach den bekannten Regeln. Die reducirte Gleichung $\zeta'' + \left(\frac{p}{r}\right)^3 \zeta = 0$ hat die particulären Integrale

$$\zeta = \frac{r}{p}\cos v \qquad \zeta = \frac{r}{p}\sin v.$$

Das allgemeine Integral der Gleichung 9 ist daher

$$\zeta = \frac{r}{p}(k\cos v + h\sin v),$$

wo k und h zwei neue Veränderliche sind, welche durch Differentialgleichungen der ersten Ordnung bestimmt werden können. Durch die Differentiation des Vorstehenden entsteht

$$\zeta' = \frac{r}{p}(k'\cos v + h'\sin v) - k\sin v + h(\cos v + e).$$

Wir machen die Annahme, dass zwischen den Derivirten k' und h' die Gleichung

$$k'\cos v + h'\sin v = 0$$

bestehe, und behalten die einfachere Gleichung

$$\zeta' = -k\sin v + h(\cos v + e)$$

Durch die zweite Differentiation entsteht

$$\zeta'' + \left(\frac{p}{r}\right)^3 \zeta = -k'\sin v + h'(\cos v + e)$$

Die Gleichung 9 wird daher übergeführt in:

$$-k'\sin v + h(\cos v + e) = q + r\frac{d\Omega}{dr} + P.$$

Wir haben jetzt zwei Gleichungen zur Bestimmung der Derivirten k' und h'. Aus derselben folgt:

$$11. \qquad -k' = \frac{r}{p}\sin v\left(q + r\frac{d\Omega}{dr} + P\right)$$

$$12. \qquad h' = \frac{r}{p}\cos v\left(q + r\frac{d\Omega}{dr} + P\right).$$

Hiernach sind die Veränderlichen k und h durch einfache Quadraturen ausgedrückt. Nachdem man die Veränderlichen k und h, welche sich als Elemente der Störung darstellen, bestimmt hat, findet man den Parameter der Ellipse aus der Gleichung

$$p^2 - p_0{}^2 = 2\frac{p}{r}(k\cos v + h\sin v).$$

Auch die Derivirte p' ist eine Funktion der gestörten Elemente k und h. Man findet

$$-\left(\frac{r}{p}\right)^2 pp' = \frac{p}{r}(k\sin v - h\cos v) + e\sin v(k\cos v + h\sin v),$$

$$= \left(2\frac{p}{r} - 1\right)(k\sin v - h\cos v) + he.$$

Wir haben ferner $\left(\frac{r_0}{p_0}\right)^2 (p_0{}^2 - p_0{}^2) = 2\zeta$, gesetzt, und es ist zur Bestimmung von ζ die Gleichung 10 gegeben:

$$\zeta'' + k^2\left(\frac{p_0}{r_0}\right)^3 \zeta = q_0 + r_0\frac{d\Omega}{dr_0} + P_0.$$

Wir setzen nun

$$\zeta = \frac{r_0}{p_0}(k_0\cos v_0 + h_0\sin v_0),$$

und erhalten zufolge der weiteren Annahme:

$$k_0'\cos v_0 + h_0'\sin v_0 = 0$$

Durch die Differentiation der vorigen Gleichung:

$$\zeta_0' = -k_0\sin v_0 + h_0(\cos v_0 + e_0).$$

Durch die zweite Differentiation findet man:

$$-k_0'\sin v_0 + h_0'(\cos v_0 + e_0) = q_0 + r_0\frac{d\Omega}{dr_0} + P_0,$$

und es entstehen zur Bestimmung der Derivirten k_0' und h_0' die Gleichungen

$$13. \qquad -k_0' = \frac{r_0}{p_0}\sin v_0\left(q_0 + r_0\frac{d\Omega}{dr_0} + P_0\right)$$

$$14. \qquad h_0' = \frac{r_0}{p_0}\cos v_0\left(q_0 + r_0\frac{d\Omega}{dr_0} + P_0\right).$$

Zur Bestimmung des Leitstrahls r ist eine Diffe-

Digitized by Google

rentialgleichung der zweiten Ordnung, die Gleichung 3 gegeben

$$rr'' - \frac{n^2}{r^3} = -\frac{p_0^3}{r} + r\frac{d\Omega}{dt}.$$

Wir haben $\frac{p}{r} = 1' + e\cos v$ gesetzt, wo v durch die Gleichung $v' = \left(\frac{p}{r}\right)^2$ bestimmt ist, und hiermit ist an die Stelle von r die neue Veränderliche p getreten. Wir haben alsdann die Gleichung $p^2 - p_0^2 = 2\frac{p}{r}(k\cos v + h\sin v)$ angenommen, und erhalten die Veränderlichen k und h durch die Gleichungen 11 und 12. Die Integration dieser Gleichungen hat die unbestimmten Beständigen k_0 und h_0 im Gefolge. Der durch die Gleichung $\frac{p}{r} = 1 + e\cos v$ gegebene Werth r enthält aber ausser diesen unbestimmten Beständigen noch die weiteren e p_0 und t_0, von welchen die zuletzt genannte durch die Integration der Gleichung $v' = \left(\frac{p}{r}\right)^2$ entsteht. Das allgemeine Integral der Gleichung 3 hat nur zwei Integrationsbeständige, und daraus folgt, dass in dem von mir aufgestellten Integral drei überzählige Integrationsbeständige vorkommen. Ebenso habe ich in das Integral der Gleichung 4, durch welche der Leitstrahl r, bestimmt ist, drei überzählige Integrationsbeständige aufgenommen. Denn das allgemeine Integral dieser Gleichung hat nur zwei Integrationsbeständige; aber der durch die Gleichung $\frac{p_r}{r_r} = 1 + e_r\cos v_r$ gegebene Werth r_r enthält die fünf unbestimmten Beständigen e_r p_0, t_0, k_0, h_0. Es ist offenbar, dass die von mir gegebene Lösung des Problems der drei Körper sechs überzählige Integrationsbeständige enthält.

Der Analysis stehen, wie ich gezeigt habe, sechs unbestimmte Beständige, wenigstens innerhalb gewisser Grenzen, zur freien Verfügung. In Betreff der angedeuteten Beschränkung ist zunächst zu bemerken, dass die Beständigen k_0 und h_0 den Betrag eines Störungsgliedes nicht überschreiten dürfen. Denn wir haben die Gleichung $p^2 - p_0^2 = 2\frac{p}{r}(k\cos v + h\sin v)$ angenommen, und die Differenz $p^2 - p_0^2$ soll ein Störungsglied der ersten Ordnung sein. Diese Forderung wäre nicht erfüllt, wenn die Integrationsbeständigen k_0 und h_0 die angegebene Grenze überschritten. Aber auch im Uebrigen ist die Wahl der Integrationsbeständigen, über welche der Analysis die freie Verfügung zustehen soll, an besondere Rücksichten gebunden. Die unbeschränkte Willkür würde zu Widersprüchen führen. Man muss sich denken, dass man durch die Art der Verwendung der überzähligen Integrationsbeständigen den allgemeinen Integralen der Gleichungen 3 und 4 verschiedene Formen der Entwicklung geben kann. Gesetzt nun, das allgemeine Integral liege in einer bestimmten Form vor. Wenn man dann irgend eine der Integrationsbeständigen variirt, so findet man, dass auch die übrigen Integrationsbeständigen variirt werden müssen, damit das Integral fortbestehe. Es frägt sich aber, ob die Variationen, welche die übrigen Integrationsbeständigen deshalb erleiden, mit den sonst noch gestellten Forderungen vereinbar sind.

In einer gegebenen Störungsaufgabe hat die Integrationsbeständige t_0 einen bestimmten Zahlenwerth. Wir nehmen an, dieser Werth t_0 werde um einen kleinen von t unabhängigen Betrag ϑt_0 variirt, und stellen die Forderung, dass in Folge dessen der durch die Gleichung $\frac{p}{r} = 1 + e\cos v$ gegebene Werth r eine Variation nicht erleide, damit er doch wieder der Gleichung 3 Genüge leiste. Diese Forderung lässt sich jedenfalls dadurch befriedigen, dass man auch dem Parameter p eine Variation gibt, welche letztere dann aber als veränderlich, also von t abhängig gedacht werden muss. Variirt man die Gleichung

$$p^2 = r^2(1 + e\cos v)^2,$$

in welcher die Veränderliche v als eine Function von t_0 gegeben ist, nach den Grössen p^2 und t_0, und vernachlässigt man sofort die höheren Potenzen von ϑt_0, so entsteht:

$$\vartheta(p^2) = -2r^2(1 + e\cos v)e\sin v\frac{dv}{dt_0}\vartheta t_0.$$

Nun ist $-\frac{dv}{dt_0} = \frac{dv}{dt} = \left(\frac{p}{r}\right)^2$. Die vorige Gleichung geht daher über in:

$$\vartheta(p^2) = 2p^2\vartheta t_0\frac{p}{r}e\sin v.$$

Der Parameter ist durch die Gleichung

$$p^2 - p_0^2 = 2\frac{p}{r}(k\cos v + h\sin v)$$

gegeben, und man überzeugt sich, dass die verlangte Variation von p^2 mit dem Gliede $2h_0\frac{p}{r}\sin v$ zusammenfällt. Es ist nun über jeden Zweifel gehoben, dass man über die Integrationsbeständige h_0 nach Belieben verfügen

Digitized by Google

kann, vorausgesetzt, dass sie den Betrag eines Störungsgliedes nicht überschreitet. Eine beliebige Variation von k_0 kann immer durch eine entsprechende Variation der unbestimmten Beständigen t_0 ausgeglichen werden.

Wir variiren nun auch die unbestimmten Beständigen p_0 und e und stellen die Frage, in welcher Weise gleichzeitig der Parameter p variirt werden muss, damit der durch die Gleichung $\frac{p}{r} = 1 + e\cos v$ gegebene Werth r eine Variation nicht erleide. Die Veränderliche v ist eine Function von p_0 und e und wir führen die Gleichung

$$p^2 = r^2(1 + e\cos v)^2$$

durch die Variation der erwähnten Grössen über in:

$$\delta(p^2) = 2rp(\cos v\,\delta e - e\sin v\,\delta v).$$

Um die Variation δv zu erhalten, müssen wir von den Gleichungen ausgehen, durch welche die Veränderliche v als Funktion von t dargestellt ist. Wir schreiben dieselben zweckdienlich in jener ursprünglichen Form:

$$\frac{dv}{\sin v} = \frac{de}{1-e^2} + \frac{dE}{\sin E}, \qquad (1 - e\cos E)\,dE - \sin E\,de = \frac{3}{2}\frac{da_0}{a_0}\,l(1-e^2)^{\frac{3}{2}}(t-t_0).$$

Theilt man die letztere durch $\frac{r}{p}\sin E$, so geht sie mit Rücksicht auf die bekannten Gleichungen:

$$\frac{p}{r}(1 - e\cos E) = 1 - e^2, \qquad \frac{p}{r}\sin E = \sin v\sqrt{1-e^2}$$

über in die folgende:

$$(1-e^2)\frac{dE}{\sin E} - \frac{p}{r}de = -\frac{3}{2}\frac{da_0}{a_0}\,l(1-e^2)\left(\frac{p}{r}\right)^2\frac{t-t_0}{\sin v}.$$

Wir eliminiren nun dE und erhalten:

$$(1-e^2)\,dv = \left(\frac{p}{r} + 1\right)\sin v\,de - \frac{3}{2}\frac{da_0}{a_0}\,l(1-e^2)\left(\frac{p}{r}\right)^2(t-t_0).$$

Daraus folgt auch die Variation δv. Durch die Elimination von δv geht die Variation von p^2 über in:

$$\delta(p^2) = 2rp\left[\cos v - \left(\frac{p}{r} + 1\right)\frac{e\sin^2 v}{1-e^2}\right]\delta e + 3p^2\frac{da_0}{a_0}\,l\,e\frac{p}{r}\sin v\,(t-t_0),$$

und durch die Reduction finden wir den einfacheren Werth:

$$\delta(p^2) = \frac{2p^2}{1-e^2}\left(-2e + \frac{p}{r}\cos v\right)\delta e + 3p^2\frac{da_0}{a_0}\,l\,e\frac{p}{r}\sin v\,(t-t_0).$$

Hiermit ist die Variation von p^2 gegeben, welche einer Variation der unbestimmten Beständigen a_0 und e entspricht.

Wir bringen nun dieses Resultat mit der Gleichung

$$p^2 - p_0^2 = 2\frac{p}{r}(k\cos v + h\sin v)$$

in Verbindung, und ersehen daraus, dass diejenige Variation von p^2, welche einer Variation der unbestimmten Beständigen e entspricht, mit dem Gliede $2k_0\frac{p}{r}\cos v$ zusammenfällt. Daraus folgt, dass man über die Integrationsbeständige k_0 nach Belieben verfügen kann vorausgesetzt, dass dieselbe innerhalb der Grenzen, eines Störungsgliedes bleibt. Der Werth r, welcher durch die Gleichung $\frac{p}{r} = 1 + e\cos v$ gegeben ist, erleidet durch eine beliebige Variation von k_0 keine Aenderung, wenn gleichzeitig die unbestimmte Beständige e eine entsprechende Variation erhält.

$$\operatorname{tg}\frac{v}{2} = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}}\operatorname{tg}\frac{E}{2}, \qquad E - e\sin E = l(1-e^2)^{\frac{3}{2}}(t-t_0),$$

in welcher die Zeit t eine von den unbestimmten Beständigen des Problems unabhängige Grösse ist. Zur Bestimmung von l ist die Gleichung $l^2 p_0^2 = \frac{km\sqrt{m}}{(1+m)^2}$ gegeben. Setzt man nun abkürzend $\frac{1-e^2}{p_0} = \frac{1}{a_0}$, wo $2a_0$ jene Gösse bezeichnet, welche in der ungestörten elliptischen Bewegung die grosse Achse der Ellipse genannt wird, so schreibt sich die zweite der obigen Gleichungen auch

$$E - e\sin E = \frac{\sqrt{k}}{1+m}\left(\frac{\sqrt{m}}{a_0}\right)^{\frac{3}{2}}(t-t_0).$$

Durch die Differentiation der beiden Gleichungen erhalten wir die weiteren

Digitized by Google

Wir werden später finden, dass die Veränderliche h ein der Zeit proportionales Glied mit beständigem Coeffizienten enthält. Wir sehen jetzt, dass die Variation der unbestimmten Beständigen a_0 auch eine Variation des beständigen Coeffizienten in dem der Zeit proportionalen Gliede von h zur Folge hat. Das von mir aufgestellte Integral der Gleichung 3

$$r r' = \frac{n^2}{r^2} - \frac{p_0^2}{r} + r \frac{d\Omega}{dr}$$

enthält drei überzählige Integrationsbeständige, über welche man nach Belieben verfügen kann, ohne die Allgemeinheit des Integrals zu beeinträchtigen, und wir haben uns die Aufgabe gestellt, die überzähligen Integrationsbeständigen aufzufinden. Als solche haben wir schon die Integrationsbeständigen h_0 und k_0 erkannt. Aus der Anwesenheit des gestörten Elementes n in den Coeffizienten der Gleichung 3 ist zu ersehen, dass der aus derselben zu bestimmende Werth r neben den Beständigen $e\, p_0\, t_0\, h_0\, h_0$ noch eine Integrationsbeständige enthält. Eine mehr fortgeschrittene Analysis wird leichter, als es an dieser Stelle geschehen könnte, zeigen, dass diese weitere Integrationsbeständige in den Coeffizienten des der Zeit proportionalen Gliedes von h eingeht. Daraus folgt, dass sie die dritte von den in das Integral der Gleichung 3 aufgenommenen unbestimmten Beständigen ist, über welche man frei verfügen kann. Denn eine beliebige Variation der zu dem gestörten Elemente n gehörigen Integrationsbeständigen hat auch eine Variation des beständigen Coeffizienten in dem der Zeit proportionalen Gliede von h zur Folge, welche letztere ausgeglichen wird durch eine entsprechende Variation der unbestimmten Beständigen $a_0 = \frac{l^0}{1-e^2}$.

Ich habe nun gezeigt, dass die Integrationsbeständigen h_0 k_0 und die zu dem gestörten Elemente n gehörige die überzähligen Integrationsbeständigen in dem Integral der Gleichung 3 sind. Ebenso findet man, dass die Integrationsbeständigen h_0, k_0, und die zu dem gestörten Elemente n, gehörige die überzähligen in dem Integral der Gleichung 4 sind. Der vorliegende § beschäftigt sich mit der Integration der Gleichungen 3 und 4, aus welchen sich die Leitstrahlen r und $r_,$ bestimmen, und es scheint mir nun Alles gegeben zu sein, was zum Verständniss dieser Integrationen erforderlich ist. Die erlangten Resultate sind in Uebereinstimmung mit dem, was ich im zweiten Abschnitte der Publ. XII gegeben habe. Wenn dort Einiges vielleicht schwer verständlich erscheint, so kann ich mich jetzt der Hoffnung hingeben, dass Alles auf diesen Gegenstand Bezügliche leicht verständlich gefunden werde.

§ 3. Elimination der Flächengeschwindigkeiten.

Das System der 7. Ordnung, von dessen Integration die Lösung des Problems der drei Körper abhängt, besteht nun aus den Gleichungen 5.7.8.11.12.13.14. Die Gleichung 5

$$a' = 2 \sin^2 \frac{J}{2} \sin(u+u_,) \frac{d\Omega}{d\varepsilon}$$

kann unmittelbar integrirt werden, weil die Störungsglieder der ersten Ordnung gegebene Funktionen von v und r, sind. In den Gleichungen 11.12.13.14.

$$-k' = \frac{r}{p} \sin v \left(q + r \frac{d\Omega}{dr} + P\right)$$

$$h' = \frac{r}{p} \cos v \left(q + r \frac{d\Omega}{dr} + P\right)$$

$$-\lambda k_,' = \frac{r_,}{p_,} \sin v_, \left(q_, + r_, \frac{d\Omega}{dr_,} + P_,\right)$$

$$\lambda h_,' = \frac{r_,}{p_,} \cos v_, \left(q_, + r_, \frac{d\Omega}{dr_,} + P_,\right)$$

sind die Störungsglieder der ersten Ordnung abhängig von den gestörten Elementen q und $q_,$, deren Substitution der Integration dieser Gleichungen vorausgehn muss. Die noch übrigen Störungsgleichungen 7.8

$$w' + \cos i\, s' = \frac{n - p^2}{r^2}$$

$$w_, + \cos i_,\, s_,' = \frac{n_, - \lambda p_,^2}{r_,^2}$$

können erst dann integrirt werden, nachdem man die Werthe der gestörten Elemente $n\, n_,\, p\, p_,$ eingesetzt hat.

In der Publ. XII habe ich anstatt der obigen Gleichung 5 eine andere geschrieben, aus welcher die Veränderliche q, zu bestimmen ist, und habe alsdann zur Bestimmung von q das Integral der lebendigen Kraft $q + q_, = 2(\Omega - a)$ angewendet. Wenn die Werthe q und $q_,$ bekannt sind, so kann man die Veränderlichen n und $n_,$ aus den im § 1 aufgestellten Gleichungen

$$q = r'^2 + \frac{n^2}{r^2} - \frac{2 p_0^3}{r} + p_0^2 (1 - e^2)$$

$$q_, = r_,'^2 + \frac{n_,^2}{r_,^2} - \frac{2 \lambda^2 p_0^3}{r_,} + \lambda^2 p_0^2 (1 - e^2)$$

erhalten. Ich werde hier die Veränderlichen n und $n_,$ aus der Gleichung $n + n_, = e$ und dem Integral der lebendigen Kraft herleiten, und erhalte alsdann erst die Veränderlichen q und $q_,$ aus den vorstehenden Gleichungen. Der letztere

Digitized by Google

Weg ist der mühsamere und das Ziel kann nur durch eine sehr sorgfältige Analysis erreicht werden: aber er führt auch zu viel werthvolleren Resultaten als der erstere. In beiden Fällen findet man die Veränderlichen u und u_1 als Funktionen einer Quadratur. In den auf dem letzteren Wege gefundenen Werthen u und u_1 ist, wie sich zeigen wird, die erwähnte Quadratur ein kleiner Bruchtheil von dem Betrag eines Störungsgliedes, und die Integration der Störungsgleichungen gibt eine schon beträchtliche Genauigkeit, wenn diese Quadratur gleich Null gesetzt wird. Dagegen ist die Annäherung nur schwach, oder überhaupt nicht vorhanden, wenn man in den auf dem ersteren Wege erlangten Werthen u und u_1 die Quadratur gleich Null setzt.

Aus der Anwesenheit einer Quadratur in den Werthen u und u_1 folgt, dass die Integrale der Störungsgleichungen mehrfache Quadraturen enthalten. Man muss sich vergegenwärtigen, dass die Auswerthung der Quadraturen im Allgemeinen sehr mühsame und weitläufige Rechnungen erfordert. Die Reduktion der mehrfachen Quadraturen auf einen kleinen Bruchtheil von dem Betrag eines Störungsgliedes ist daher ein für die Theorie sehr wichtiges Ergebniss. Es folgt aus dieser Reduktion, dass man eine schon beträchtliche Genauigkeit der zu berechnenden Störungen erhält, wenn man die mehrfachen Quadraturen vernachlässigt, wo sich dann die Integrale der Störungsgleichungen durch einfache Quadraturen darstellen. Aus diesem Grunde dürfen die nun folgenden Untersuchungen als eine wesentliche Vervollkommenung von dem angesehen werden, was ich im zweiten Abschnitte der Publikation XII gegeben habe. Der Weg, welcher zu dieser Vervollkommenung führt, ist übrigens schon im § 14 der Publ. XII angedeutet.

Sollen die Veränderlichen u und u_1 aus der Gleichung $n + n_1 = a$ und dem Integral der lebendigen Kraft $q + q_1 = 2(\alpha - a)$ bestimmt werden, so müssen die obigen Werthe q und q_1 in die letztere Gleichung wieder eingesetzt werden. Bevor dies geschieht, unterwerfen wir die Werthe q und q_1 einer Umwandlung. Wir haben die Gleichung $n_0 = p_0^4$ gefunden, und es ist daher die Differenz $n^2 - p_0^2$ als ein Störungsglied zu betrachten. In dem Werthe q vertausche ich n^2 mit p_0^4 und setze

$$g = r'^2 + \frac{p_0^4}{r^2} - \frac{2p_0^3}{r} + p_0^2(1-e^2).$$

Es ist dann auch g ein Störungsglied, dessen Werth aber unabhängig von der Veränderlichen u. Wir erhalten die Gleichung

$$q = \frac{u^2 - p_0^4}{r^2} + g.$$

Ferner haben wir die Gleichung $n_1 = \lambda p_0^2$. Ich setze daher

$$g_1 = r_1'^2 + \frac{\lambda^2 p_0^4}{r_1^2} - \frac{2\lambda^2 p_0^3}{r_1} + \lambda^2 p_0^2(1-e_1^2),$$

und erhalte zur Bestimmung von q_1 die Gleichung

$$q_1 = \frac{u_1^2 - \lambda^2 p_0^4}{r_1^2} + g_1.$$

Das Integral der lebendigen Kraft geht nun über in

$$15. \quad \frac{u^2 - p_0^4}{r^2} + \frac{u_1^2 - \lambda^2 p_0^4}{r_1^2} + g + g_1 = 2(\alpha - a).$$

Von den beiden Gleichungen, welche zur Bestimmung der Veränderlichen u und u_1 gegeben sind, bedarf auch die erste einer Umwandlung. Wir setzen $a = \mu + p_0^2 + \lambda p_0^2$, und erhalten die Gleichung

$$16. \quad u - p_0^2 + u_1 - \lambda p_0^2 = \mu$$

Ebenso wie a ist μ ein Element der Störung; aber wir geben dem letzteren den Vorzug, weil sein numerischer Werth den Betrag eines Störungsgliedes nicht überschreitet. Zur Bestimmung der Veränderlichen u und u_1 liegen jetzt die Gleichungen 15 und 16 vor.

Um nicht später den Gang der Rechnung unterbrechen zu müssen, unterwerfen wir hier die gestörten Elemente g und g_1 einer Transformation. Es ist

$$g = r'^2 + \frac{p_0^4}{r^2} - \frac{2p_0^3}{r} + p_0^2(1-e^2),$$

und schon erwähnt, dass die Veränderliche g von u unabhängig ist. Wir werden dieselbe nun durch die Veränderlichen p und p' ausdrücken. Es ist

$$r' = p\left(\frac{r}{p}\right)' + \frac{r}{p}p' = p\,e\sin v + \frac{r}{p}p', \text{ und daraus folgt}$$

$$r'^2 = p^2 e^2 \sin^2 v + 2\,r\,e\sin v\,p' + \left(\frac{r}{p}\right)^2 p'^2.$$

Es erweist sich als vortheilhaft, in dem zweiten Gliede der rechten Seite die Derivirte p' durch das gestörte Element k zu ersetzen. Wir gehen von der im § 2 gegebenen Gleichung aus

$$\frac{1}{2}\frac{r}{p}(p^2 - p_0^2) = k\cos v + h\sin v,$$

und differentiiren. Mit Rücksicht auf die Gleichung $k'\cos v + h'\sin v = 0$ entsteht:

$$2\,r\,p' + e\sin v\,(p^2 - p_0^2) = 2\left(\frac{p}{r}\right)^2(-k\sin v + h\cos v).$$

Durch die Elimination von h aus den beiden Gleichungen ergibt sich:

Digitized by Google

$$2\,r\,e\sin v\,p' + \left(e^2\sin^2 v - \frac{p}{r}\,e\cos v\right)(p^2-p_0^2) = -2\left(\frac{p}{r}\right)^2 e\,k$$

Den daraus folgenden Werth p' setzen wir in die obige Gleichung ein, und führen sie über in

$$g = p_0^2\left[e^2 - \left(\frac{p}{r}-1\right)^2\right] + \frac{p}{r}\left(\frac{p}{r}-1\right)(p^2-p_0^2) + \frac{p_0^4}{r^2} - \frac{2\,p_0^3}{r} + p_0^2(1-e^2) - 2\left(\frac{p}{r}\right)^2 e\,k + \left(\frac{r}{p}\right)^2 p'^2 .$$

Indem wir nach Potenzen von r ordnen, erhalten wir

$$g = \frac{(p^2-p_0^2)^2}{r^2} - 2\left(\frac{p}{r}\right)^2 e\,k - \frac{p}{r}\left(p^2 + \frac{2\,p_0^3}{p} - 3\,p_0^2\right) + \left(\frac{r}{p}\right)^2 p'^2 .$$

Wir haben schon im § 1 die Abkürzung angewendet:

$$\frac{1}{2}\frac{p}{r}\left(p^2 + \frac{2\,p_0^3}{p} - 3\,p_0^2\right) = P,$$

und es ist bekannt, dass P ein Störungsglied der zweiten Ordnung ist. Wir schreiben daher den Werth

17. $$g = -2\left(\frac{p}{r}\right)^2 e\,k + \frac{(p^2-p_0^2)^2}{r^2} - 2\,P + \left(\frac{r}{p}\right)^2 p'^2.$$

Das erste Glied auf der rechten Seite der Gleichung ist ein Störungsglied der ersten Ordnung; die übrigen Glieder sind Störungsglieder der zweiten Ordnung. Das Störungsglied der ersten Ordnung hat den Faktor e, welcher bekanntlich < 1 ist.

Wir haben ferner die Gleichung

$$g_r = r_r'^2 + \frac{\lambda^2 p_0^4}{r_r^2} - \frac{2\lambda^2 p_0^2}{r_r} + \lambda^2 p_0^2\,(1-e^2).$$

Indem wir die Derivirte r_r' durch die Elemente der Störung ausdrücken, führen wir die Gleichung über in:

$$\left(\frac{1}{r^2} + \frac{1}{r_r^2}\right)n^2 - \frac{2\,e\,n}{r_r^2} + \frac{e^2}{r_r^2} = \frac{p_0^4}{r^2} + \frac{\lambda^2 p_0^4}{r_r^2} - g - g_r + 2\,\Omega - 2\,a.$$

Durch deren Auflösung entsteht:

$$\left(\frac{1}{r^2} + \frac{1}{r_r^2}\right)n = \frac{e}{r_r^2} \pm \sqrt{-\frac{e^2}{r^2 r_r^2} + \left(\frac{1}{r^2} + \frac{1}{r_r^2}\right)\left(p_0^4\left(\frac{1}{r^2} + \frac{\lambda^2}{r_r^2}\right) - g - g_r + 2\,\Omega - 2\,a\right)}.$$

Den Radikanden kann man in der folgenden Form schreiben:

$$-\frac{e^2}{r^2 r_r^2} + \left(\frac{1}{r^2} + \frac{1}{r_r^2}\right)\left(\frac{p^4}{r^2} + \frac{\lambda^2 p_r^4}{r_r^2}\right) + \left(\frac{1}{r^2} + \frac{1}{r_r^2}\right)\left(\frac{p_0^4 - p^4}{r^2} + \lambda^2\frac{p_0^4 - p_r^4}{r_r^2} - g - g_r + 2\,\Omega - 2\,a\right).$$

Da die identische Gleichung besteht:

$$\left(\frac{1}{r^2} + \frac{1}{r_r^2}\right)\left(\frac{p^4}{r^2} + \frac{\lambda^2 p_r^4}{r_r^2}\right) = \left[\left(\frac{p}{r}\right)^2 - \lambda\left(\frac{p_r}{r_r}\right)^2\right]^2 + \frac{(p^2 + \lambda\,p_r^2)^2}{r^2\,r_r^2},$$

so geht derselbe über in:

$$\left[\left(\frac{p}{r}\right)^2 - \lambda\left(\frac{p_r}{r_r}\right)^2\right]^2 + \frac{(p^2 + \lambda\,p_r^2)^2 - e^2}{r^2\,r_r^2} + \left(\frac{1}{r^2} + \frac{1}{r_r^2}\right)\left(\frac{p_0^4 - p^4}{r^2} + \lambda^2\frac{p_0^4 - p_r^4}{r_r^2} - g - g_r + 2\,\Omega - 2\,a\right).$$

Alle Glieder des Radikanden, welche neben dem Quadrat des Binoms $\left(\frac{p}{r}\right)^2 - \lambda\left(\frac{p_r}{r_r}\right)^2$ stehen, sind als Störungsglieder zu betrachten. Man kann aber das erwähnte Binom um ein Störungsglied variiren, in solcher Weise dass die neben dem Quadrat des variirten Binoms stehenden Glieder ausnahmslos den Faktor $\frac{1}{r^2} + \frac{1}{r_r^2}$ haben. Bezeichnen wir das dem Binom beizufügende Störungsglied mit $\frac{\varkappa}{r_r^2}$, so schreiben sich diejenigen Glieder des Radikanden, welche den Faktor $\frac{1}{r^2} + \frac{1}{r_r^2}$ vorerst nicht haben, in der Form

$$r'^2 = p_0^2 e^2 \sin^2 v + \frac{p}{r}\,e\cos v\,(p^2-p_0^2) - 2\left(\frac{p}{r}\right)^2 e\,k + \left(\frac{r}{p}\right)^2 p'^2$$

Daraufhin erhalten wir den Werth

18. $$g_r = -2\,\lambda^2\left(\frac{p_r}{r_r}\right)^2 e_r k_r + \lambda^2\frac{(p_r^2-p_{0r}^2)^2}{r_r^2} - 2\,P_r + \left(\frac{r_r}{p_r}\right)^2 p_r'^2,$$

auf Grund der schon bekannten Abkürzung

$$\frac{\lambda^2}{2}\frac{p_r}{r_r}\left(p_r^2 + \frac{2\,p_{0r}^3}{p_r} - 3\,p_{0r}^2\right) = P_r.$$

Das mit $\lambda^2 e$, multiplizirte Glied ist ein Störungsglied der ersten Ordnung, alle übrigen Glieder der rechten Seite sind Störungsglieder der zweiten Ordnung.

Wir wenden uns jetzt zu jener Aufgabe, die Veränderlichen n und n_r aus den Gleichungen 15 und 16 zu bestimmen. Die Gleichung 16 schreibe ich zunächst in der ursprünglichen Form $n + n_r = \alpha$, und setze den daraus genommenen Werth n_r in die Gleichung 15

$$\frac{n^2 - p_0^4}{r^2} + \frac{n_r^2 - \lambda^2 p_{0r}^4}{r_r^2} + g + g_r = 2\,(\Omega - a).$$

ein. Ich erhalte zur Bestimmung von n die quadratische Gleichung

Digitized by Google

$$\left[\left(\frac{p}{r}\right)^2 - \lambda\left(\frac{p_r}{r_r}\right)^2 + \frac{\tau}{r_r^2}\right]^2 - 2\left[\left(\frac{p}{r}\right)^2 - \lambda\left(\frac{p_r}{r_r}\right)^2\right]\frac{\tau}{r_r^2} - \frac{\tau^2}{r_r^4} + \frac{(p^2+\lambda p_r^2)^2 - a^2}{r^2 r_r^2}.$$

Die Forderung, dass die neben dem Quadrat des variirten Binoms stehenden Glieder den Faktor $\frac{1}{r^2} + \frac{1}{r_r^2}$ haben sollen, führt zu der Bestimmung von τ durch die einfache Gleichung

$$(p^2 + \lambda p_r^2 - \tau)^2 = a^2.$$

Der daraus genommene Werth

$$\tau = p^2 + \lambda p_r^2 - a$$

ist in der That ein Störungsglied. Da ferner identisch

$$(p^2 + \lambda p_r^2)^2 - a^2 = \tau(p^2 + \lambda p_r^2 + a)$$

ist, so geht der obige Ausdruck über in:

$$\left[\left(\frac{p}{r}\right)^2 - \lambda\left(\frac{p_r}{r_r}\right)^2 + \frac{\tau}{r_r^2}\right]^2 - \frac{\tau}{r_r^2}\left[2\left(\left(\frac{p}{r}\right)^2 - \lambda\left(\frac{p_r}{r_r}\right)^2\right) + \frac{\tau}{r_r^2} - \frac{p^2 + \lambda p_r^2 + a}{r^2}\right].$$

Der zweite Theil dieses Ausdrucks ist identisch mit

$$-\left(\frac{1}{r^2} + \frac{1}{r_r^2}\right)\frac{\tau}{r_r^2}(p^2 - \lambda p_r^2 - a) = -\left(\frac{1}{r^2} + \frac{1}{r_r^2}\right)\frac{(p^2-a)^2 - \lambda^2 p_r^4}{r^2}$$
$$= -\left(\frac{1}{r^2} + \frac{1}{r_r^2}\right)\frac{(\lambda p_r^2 - \tau)^2 - \lambda^2 p_r^4}{r_r^2}.$$

Der Radikand erhält daher die folgende Form:

$$\left[\left(\frac{p}{r}\right)^2 - \lambda\left(\frac{p_r}{r_r}\right)^2 + \frac{\tau}{r_r^2}\right]^2 + \left(\frac{1}{r^2} + \frac{1}{r_r^2}\right)\left(\frac{p_0^4 - p^4}{r^2} + \frac{\lambda^2 p_{0r}^4 - (\lambda p_r^2 - \tau)^2}{r_r^2} - g - g_r + 2\alpha - 2a\right).$$

In diesen Radikanden sollen nun jene Werthe g und g_r eingesetzt werden, welche durch die Gleichungen 17 und 18 gegeben sind. Man erhält durch diese Substitution die identische Gleichung:

$$\frac{p_0^4 - p^4}{r^2} + \frac{\lambda^2 p_{0r}^4 - (\lambda p_r^2 - \tau)^2}{r_r^2} - g - g_r$$
$$= -2\left(\frac{p}{r}\right)^2(p^2 - p_0^2 - ek) - 2\lambda\left(\frac{p_r}{r_r}\right)^2(p_r - p_{0r}^2 - e, k_r) + \frac{2\lambda p_r^2\tau - \tau^2}{r_r^2}$$
$$+ 2P - \left(\frac{r}{p}\right)^2 p'^2 + 2P_r - \left(\frac{r_r}{p_r}\right)^2 p_r'^2.$$

In dem ersten Gliede Rechts setze ich an die Stelle des Faktors $\left(\frac{p}{r}\right)^2$ diejenige Grösse, deren Quadrat den ersten Theil des Radikanden ausmacht, und schreibe die erste Zeile auf der rechten Seite der Gleichung in der Form:

$$-2\left[\left(\frac{p}{r}\right)^2 - \lambda\left(\frac{p_r}{r_r}\right)^2 + \frac{\tau}{r_r^2}\right](p^2 - p_0^2 - ek) \quad 2\lambda\left(\frac{p_r}{r_r}\right)^2[p^2 \; p_0^2 - ek + \lambda(p_r^2 - p_{0r}^2 - e, k_r) - \tau]$$
$$+\left(\frac{2\tau}{r_r^2}p^2 - p_0^2 - ek - \frac{\tau}{2}\right).$$

Indem ich die Störungsglieder der zweiten Ordnung zusammenfasse und abkürzend

$$2S = 2P - \left(\frac{r}{p}\right)^2 p'^2 + 2P_r - \left(\frac{r_r}{p_r}\right)^2 p_r'^2 + \frac{2\tau}{r_r^2}\left(p^2 - p_0^2 - ek - \frac{\tau}{2}\right),$$

setze, alsdann durch die Elimination von a den Werth τ umwandele in:

$$\tau = p^2 - p_0^2 + \lambda(p_r^2 - p_{0r}^2) - \mu,$$

führe ich die identische Gleichung über in:

$$\frac{p_0^4 - p^4}{r^2} + \frac{\lambda^2 p_{0r}^4 - (\lambda p_r^2 - \tau)^2}{r_r^2} - g - g_r$$
$$= -2\left[\left(\frac{p}{r}\right)^2 - \lambda\left(\frac{p_r}{r_r}\right)^2 + \frac{\tau}{r_r^2}\right](p^2 - p_0^2 - ek) + 2\lambda\left(\frac{p_r}{r_r}\right)^2(ek + \lambda e, k_r - \mu) + 2S.$$

Digitized by Google

Der Radikand erhält nun die folgende Gestalt:

$$\left[\left(\frac{p}{r}\right)^2-i\left(\frac{p_r}{r_r}\right)^2+\frac{r}{r_r^2}\right]^2-2\left(\frac{1}{r^2}+\frac{1}{r_r^2}\right)\left[\left(\frac{p}{r}\right)^2-i\left(\frac{p_r}{r_r}\right)^2+\frac{r}{r_r^2}\right](p^2-p_0^2-ek)$$
$$+\left(\frac{1}{r^2}+\frac{1}{r_r^2}\right)^2\left[\Omega-a+i\left(\frac{p_r}{r_r}\right)^2(ek+ie,k,-u)+S\right].$$

Schliesslich bediene ich mich der Abkürzung

$$W=\frac{\Omega-a+i\left(\frac{p_r}{r_r}\right)^2(ek+ie,k,-u)+S}{\left(\frac{p}{r}\right)^2-i\left(\frac{p_r}{r_r}\right)^2+\frac{r}{r_r^2}},$$

und schreibe den Radikanden:

$$\left[\left(\frac{p}{r}\right)^2-i\left(\frac{p_r}{r_r}\right)^2+\frac{r}{r_r^2}\right]^2-2\left(\frac{1}{r^2}+\frac{1}{r_r^2}\right)\left[\left(\frac{p}{r}\right)^2-i\left(\frac{p_r}{r_r}\right)^2+\frac{r}{r_r^2}\right](p^2-p_0^2-ek-W).$$

Wir kehren jetzt zu jener Gleichung zurück, aus welcher die Veränderliche u bestimmt werden soll. Indem wir den Radikanden in der zuletzt geschriebenen Form einführen, erhalten wir die Gleichung:

$$\left(\frac{1}{r^2}+\frac{1}{r_r^2}\right)u=\frac{a}{r_r^2}+\left[\left(\frac{p}{r}\right)^2-i\left(\frac{p_r}{r_r}\right)^2+\frac{r}{r_r^2}\right]\sqrt{1-2\left(\frac{1}{r^2}+\frac{1}{r_r^2}\right)\frac{p^2-p_0^2-ek-W}{\left(\frac{p}{r}\right)^2-i\left(\frac{p_r}{r_r}\right)^2+\frac{r}{r_r^2}}}.$$

Im Anschluss an den oben erhaltenen Werth $r=p^2+ip_r^2-a$ ergibt sich die identische Gleichung:

$$\left(\frac{p}{r}\right)^2-i\left(\frac{p_r}{r_r}\right)^2-\frac{r}{r_r^2}=\left(\frac{1}{r^2}+\frac{1}{r_r^2}\right)p^2-\frac{a}{r_r^2}.$$

Für den Fall, dass die Störungen der elliptischen Bahnen verschwinden, wird der Radikand zur Einheit, ferner geht u über in u_0, und es ist bekanntlich $u_0=p_0^2$. Man ersieht daraus, dass die zur Bestimmung von u gegebene Gleichung nur dann zu gebrauchen ist, wenn vor dem Wurzelzeichen das positive Zeichen steht. Indem ich abkürzend

$$\left(\frac{1}{r^2}+\frac{1}{r_r^2}\right)\frac{p^2-p_0^2-ek-W}{\left(\frac{p}{r}\right)^2-i\left(\frac{p_r}{r_r}\right)^2+\frac{r}{r_r^2}}=\alpha$$

setze, und zugleich die binomische Entwicklung

$$\sqrt{1-2\alpha}=1-\alpha-\frac{1}{2}\alpha^2-\frac{1}{2}\alpha^3-\frac{5}{8}\alpha^4-\frac{7}{8}\alpha^5-\ldots$$

einführe, gebe ich der zur Bestimmung von u gegebenen Gleichung die Form

$$\left(\frac{1}{r^2}+\frac{1}{r_r^2}\right)(u-p^2)=-\left[\left(\frac{p}{r}\right)^2-i\left(\frac{p_r}{r_r}\right)^2+\frac{r}{r_r^2}\right]\left(\alpha+\frac{1}{2}\alpha^2+\frac{1}{2}\alpha^3+\frac{5}{8}\alpha^4+\frac{7}{8}\alpha^5+\ldots\right).$$

Indem ich den Werth α wieder einsetze, und alsdann den gemeinsamen Faktor $\frac{1}{r^2}+\frac{1}{r_r^2}$ streiche, führe ich die Gleichung über in:

$$u-p^2=-(p^2-p_0^2-ek)+W-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{r^2}+\frac{1}{r_r^2}\right)\frac{(p^2-p_0^2-ek-W)^2}{\left(\frac{p}{r}\right)^2-i\left(\frac{p_r}{r_r}\right)^2+\frac{r}{r_r^2}}-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{r^2}+\frac{1}{r_r^2}\right)^2\frac{(p^2-p_0^2-ek-W)^3}{\left[\left(\frac{p}{r}\right)^2-i\left(\frac{p_r}{r_r}\right)^2+\frac{r}{r_r^2}\right]^2}-\ldots$$

(Fortsetzung folgt).

Inhalt:

Zu Nr. 2313. *August Weiler.* Das Problem der drei Körper in der neuen Störungstheorie. (Fortsetzung.) 129.

Kiel Mai 22. 1880. Druck von C. F. Mohr

Digitized by Google

Astronomische Nachrichten.

Expedition auf der Königlichen Sternwarte bei Kiel.

Herausgeber: Dr. C. F. W. Peters.

Band 97. **Nr. 2314.** 10.

Observations of the Satellites of Mars, made at the Harvard College Observatory.

By *Edward C. Pickering.*

Table III. Distances. Deimos.

No.	1879 Greenwich Mean Time	No. Settings	Distance	Resid. One Sett.	Distinctness	Obs.	Remarks
1	Nov. 21.7894	5	56″66	0″92	4	P	
2	21.7964	5	57.46	0.58	4	W	
3	21.8315	5	62.38	0.91	4	P	
4	21.8396	5	62.06	0.40	3	W	
5	24.4439	5	60.80	0.73	4	P	
6	24.4539	5	60.53	0.92	4	P	
7	24.5377	5	51.29	0.27	4	P	
8	24.5535	5	48.60	1.19	1	W	
9	24.5743	5	44.87	0.77	3	P	
10	24.5799	5	44.85	0.23	3	W	
11	25.5765	5	54.81	0.96	3	P	
12	25.5832	5	55.92	0.15	4	W	
13	25.6475	5	60.88	0.25	4	P	
14	25.6553	5	60.76	0.69	4	W	
15	29.5035	5	58.92	0.90	3	P	
16	29.5097	5	57.61	0.63	3	W	Satellite blurred.
17	29.5350	5	56.09	0.92	3	P	
18	29.5433	5	55.19	0.81	3	W	
19	30.6495	5	56.50	0.42	4	P	
20	30.6569	5	56.94	0.37	4	W	
21	30.6895	4	60.11	0.37	4	P	Rejecting 1 setting of 54″81.
22	30.6968	5	58.94	0.88	4	W	
23	30.7208	5	60.09	0.42	4	P	
24	30.7264	5	59.78	0.75	4	W	
25	30.7370	5	60.15	0.46	4	P	
26	30.7424	5	59.98	0.33	4	W	
27	30.7578	5	59.63	0.48	4	P	
28	30.7666	5	58.80	0.54	4	W	
29	30.7945	5	56.06	0.27	4	P	
30	30.7998	5	55.75	0.17	4	W	
31	30.8206	5	52.42	0.33	3	P	Rejecting 1 setting of 56′15.
32	30.8288	5	51.90	0.83	3	W	
33	Dec. 4.5914	5	52.36	0.23	4	P	
34	4.5977	5	52.13	0.29	4	W	
35	4.6271	5	47.25	0.85	3	P	
36	4.6362	5	46.62	0.67	3	W	
37	4.6631	5	43.20	1.06	3	P	
38	4.6718	5	40.99	0.40	3	W	
39	4.7325	5	44.10	1.50	2	P	Star observed by mistake.
40	4.7495	4	41.37	0.21	2	W	

Digitized by Google

No.	1879 Greenwich Mean Time	No. Settings	Distance	Resid. One Sett.	Distinctness	Obs.	Remarks
41	Dec. 7.5923	5	51″60	0″88	4	P	
42	7.6003	5	52.56	1.00	4	W	
43	7.6607	5	53.92	0.44	3	P	
44	7.6684	5	54.36	0.81	3	W	Mars very unsteady.
45	7.7653	1	49.52	—	2	P	
46	9.4468	5	47.89	0.46	1	P	
47	9.5266	5	54.67	0.35	4	W	
48	9.5448	5	55.06	0.38	4	W	
49	9.5605	5	55.00	0.23	4	W	
50	9.5973	5	53.79	0.50	3	W	
51	9.6275	5	51 44	1.23	3	P	
52	9.6558	5	48.44	0.52	3	W	
53	9.6603	5	48.67	0.67	3	P	Cloudy during fourth setting.

Cambridge. U. S., March 4. 1880. *Edward C. Pickering.*

Ueber die Helligkeit der Frigga (77).

Nachdem Frigga im vorigen Sommer wieder aufgefunden, wird es jetzt von Interesse sein zu untersuchen, ob dieser Planet wirklich periodisch eine Helligkeitsveränderung erleidet, wie ich im Jahre 1866 daraus schloss, dass er trotz eifrigen Nachsuchens sich nicht sehen liess (A. N. Nr. 1597). Diese Vermuthung schien durch das Nichtwiedererscheinen in späteren Oppositionen, wo die Nachforschungen über weitere Gränzen ausgedehnt wurden, eine Bestätigung zu finden. Etwas Charakteristisches im Glanz war mir in der ersten Erscheinung 1863 auffällig gewesen, wie damals auch in den A. N. Nr. 1423 erwähnt worden.

Vor der Wiederentdeckung freilich lag es am Nachsten, als Ursache der Unsichtbarkeit, wie die Erfahrung mit so vielen andern Planeten gelehrt hat, eine über Erwarten bedeutende Abweichung der Ephemeride anzunehmen. Jedoch schlossen sich die aus 2 Oppositionen hergeleiteten Elemente einem vereinzelten, in einer dritten Opposition von Prof. Tietjen beobachteten Ort nahe an. Die Abweichung ist auch selbst jetzt noch, nach so vielen Umläufen, nicht eben sehr gross zu nennen, und fällt, wie zu erwarten, hauptsächlich wieder auf das Element der mittlern Bewegung, während die Lage der Bahnebene nahe richtig bestimmt war.

Als Grundlage des Folgenden dienen die in der letzten Erscheinung von mir gemachten Grössenschatzungen. Es wäre sehr wünschenswerth gewesen, wenn diese Schätzungen durch die anderer Beobachter hätten controlirt werden können, um persönliche Unterschiede zu eliminiren. Neben den hiesigen finde ich jedoch überhaupt keine anderen Beobachtungen der Frigga, ausser zwei in Marseille gemachten, und auch diese ohne Grössenangaben.

1879	Beob. scheinb. Grösse	Reduction	Oppos.-Grösse	z	Corr. f. Exst.	Corrigirte Oppos.-Grösse	Abw. v. Mittel
Juli 17	11.5	—0.20	11.30	61°6	—0.25	11.05	—16
„ 19	11.3	0.18	11.12	61.7	0.25	10.87	+ 2
„ 20	11.0	0.17	10.83	68.8	0.41	10.42	+47
„ 21	11.0	0.16	10.84	61.0	0.24	10.60	+29
„ 24	10.8	0.14	10.66	73.9	0.60	10.06	+83
Aug. 9	11.2	0 06	11.14	61.3	0.25	10.89	0
„ 20	11.2	0.06	11.14	61.9	0.26	10.88	+ 1
Sept. 15	11.8	0.19	11 61	63.3	0.29	11.32	—43
„ 17	11.5	0.21	11.29	63.0	0.28	11.01	—12
„ 20	11.7	0.24	11.46	63.3	0.29	11.17	—28
Oct. 4	12.2	0.37	11.83	63.5	0.29	11.54	—65

Diese Tabelle enthält, zunächst den, aus A. N. Nr. 2301 entlehnten, unmittelbar geschätzten Grössen, in der 3. Columne die Reduction auf die Grösse in der mittleren Opposition, nach der Formel $5 \log \frac{a\,(a-r)}{r\Delta}$, und darauf diese Oppositionsgrösse selbst, — wo zur bessern Uebersicht die Hunderttheile beibehalten worden sind. Dann folgt die ungefähre Zenithdistanz, welche

Digitized by Google

dazu dient die Correction wegen Exstinction in der Atmosphäre zu erhalten, nach Weiss, A. N. Nr. 2100. Die vorletzte Columne enthält demzufolge die corrigirten Werthe für die Grösse in der mittleren Opposition, deren Mittel 10m89 ist, und die letzte Columne die Abweichungen vom Mittel. Man sieht, dass diese nicht weggeschafft, oder nur wenig verändert werden würden, wenn man etwa statt des Factors 5 in obiger Reductionsformel einen anderen annehmen wollte. Im Gegentheil erkennt man hier zwei Gruppen von Zeichen; und da ich nicht wohl zugeben möchte, dass das Urtheil in den Schätzungen im September und October fast um eine ganze Grössenklasse verschieden gewesen sei von dem im Juli, auch die Abweichungen im August einen Uebergang durch Null bilden, so scheint mir eine Veränderung der Helligkeit des Planeten in diesen Zahlen ziemlich deutlich ausgeprägt. Darnach wäre die Helligkeit im Juli am Grössten gewesen, und hätte bis October beständig abgenommen.

Noch eine andere Betrachtung führt zu einem ähnlichen Schluss. Wenn man nämlich mit dem jetzt bestimmten Werthe der Grösse in der mittleren Opposition 10m9 (— welcher eine weit grössere Sicherheit besitzt als der in 1862 gefundene Werth, weil ich damals noch wenig in dieser Art Schätzungen geübt war, und überhaupt nur vereinzelte Schätzungen machte —) die Grössen berechnet, mit denen der Planet in den verschiedenen seit der Entdeckung Statt gehabten Oppositionen hätte erscheinen sollen, so erhält man folgende Zusammenstellung. Ein gewisser Betrag der Exstinction, für die Meridianzenithdistanz und die hiesige Polhöhe berechnet, ist eingeschlossen.

1862 (Nov. 15)	10m6	Erste Auffindung.
63 (Febr. 17)	11.6	Letzte Beobachtung.
64 (April 17)	11 5	Mittel der Zeiten von Tietjen's Beobb.
65 Mai 14	11 9*	
66 Aug. 16	11.1*	
68 Jan. 2	10 3	Beob. von Tietjen Jan. 21.
1869 April 15	11m6	
70 Juli 19	11.7*	
71 Nov. 3	10 1*	
73 März 16	11.1*	
74 Juni 5	12 1	
75 Sept. 15	10.6*	
77 Febr. 3	10.6	
78 Mai 7	11 9	
79 Aug. 4	11 2	Wiederauffindung Juli 16.

Für die Erscheinungen 1862, wo die Opposition in den vorhergehenden September, und 1864, wo sie auf Febr. 20 fiel, sind die berechneten Grössen ausnahmsweise für die Epochen der, spät auf die Oppositionen folgenden Beobachtungen angesetzt. In allen mit * bezeichneten Oppositionen wurde nach dem Planeten eifrig gesucht, mit Hulfe von Charten welche die Sterne bis zur 13. Grösse meist vollständig enthalten, und wenn der Planet 10. oder 11. Grösse gewesen wäre, so hätte er mir sicherlich nicht entgehen können. Auch ist nicht wohl anzunehmen, dass am Ende doch noch der Fehler des geocentrischen Orts so beträchtlich gewesen, dass der Planet ausserhalb des durchsuchten Feldes war. Denn nach der Art wie die Charten ausgefüllt wurden, nämlich so dass ich immer dem Planeten entgegen arbeitete, erhielt das Feld eine ganz beträchtliche Ausdehnung um den wahren Ort herum.

Wenn es demnach durch die vorstehenden Betrachtungen wahrscheinlich gemacht wird, dass Frigga eine eigenthümliche Lichtveränderung erleidet, so verdient dieser Planet während der folgenden Oppositionen in dieser Rücksicht eine vermehrte Aufmerksamkeit. Ueber die Ursachen einer solchen Veränderung Speculationen anzustellen ist es natürlich noch viel zu früh, bis das Factum selbst ausser allen Zweifel gestellt ist So viel ist indess wohl gewiss, dass die Länge der Periode der Veränderung nicht erlaubt, letztere mit der Axendrehung des Planeten in Beziehung zu setzen.

Hamilton College, im April 1880.

C. H. F. Peters.

Ueber den periodischen Cometen Winnecke (Comet III. 1819 und das Widerstand leistende Medium.

Der Winnecke'sche Comet kommt Anfang December des gegenwärtigen Jahres in's Perihel, wird aber so ungünstige Beobachtungsverhältnisse darbieten, dass kaum mit Sicherheit auf das Gelingen von Beobachtungen gerechnet werden kann; ich werde jedenfalls aber rechtzeitig die diesbezügliche Ephemeride veröffentlichen.

Digitized by Google

Indem ich zur Herstellung der weiteren Störungsrechnung an die Verbindung der Erscheinungen 1858, 1869 und 1875 schritt, zeigte es sich sofort, dass eine genügende Verbindung zwischen denselben nur durch Zuhilfenahme einer der folgenden zwei Hypothesen hergestellt werden konnte, nämlich, man muss entweder die Jupitermasse auf den Betrag von $\frac{1}{1051}$ vermindern, oder man ist gezwungen eine ähnliche ausserordentliche Einwirkung auf den Cometen, wie dies Encke zuerst gethan hat, anzunehmen. Erstere Annahme hat weniger Wahrscheinlichkeit für sich, da alle neueren sicheren Bestimmungen der Jupitermasse den Bessel'schen Werth bestätigen, ausserdem ist die Darstellung der Beobachtungen nach Einführung dieser Correction keine befriedigende; wohl aber lässt die zweite Hypothese ein sehr gute Darstellung der Beobachtungen erzielen. Ich habe deshalb vorerst für die weiteren Untersuchungen mich an die Encke'sche Hypothese gehalten; die für den Winnecke'schen Cometen gefundene Acceleration in der mittleren täglichen siderischen Bewegung betragt nach meinen Rechnungen nach einem Umlaufe 0″01436, ein Resultat welches fast vollkommen stimmt mit den früher von mir publicirten Resultaten, die sich nach einer provisorischen Störungsrechnung aus den Beobachtungen des Jahres 1819 ergeben hatten.

Ich habe nun diese Zahl benutzt, um einen Schluss auf den Werth der von Encke mit U bezeichneten Widerstandskraft zu machen. Wählt man die allgemein übliche Bezeichnung und nimmt die Constitution des Widerstand leistenden Mediums uud das Maass des Widerstandes als Function des Quadrates der Geschwindigkeit nach Encke an, so hat man die folgenden zwei Differentialgleichungen

$$\frac{1}{U}\cdot\frac{dq}{dt}=-2\,k^2\,a\cos\varphi\,\frac{\cos E}{r^3}\sqrt{\frac{2}{r}-\frac{1}{a}}$$

$$\frac{1}{U}\cdot\frac{d\mu}{dt}=+3\,k^4\frac{1}{r^2\sqrt{a}}\left(\frac{2}{r}-\frac{1}{a}\right)^{3/2}.$$

Führt man nun statt der unabhängigen Variabeln t die excentrische Anomalie ein und beachtet, dass mit Vernachlässigung der Masse ist:

$$\frac{dt}{dE}=\frac{r\sqrt{a}}{k}$$

so erhält man leicht aus den obigen Ausdrücken

$$\frac{1}{U}\cdot\frac{dq}{dE}=-\frac{2\,k^2\cos\varphi}{a}\cdot\frac{\cos E(1+e\cos E)^2}{(1-e^2\cos E^2)^{3/2}}$$

$$\frac{1}{U}\cdot\frac{d\mu}{dE}=\frac{3\,k^3}{a^{3/2}}\cdot\frac{(1+e\cos E)^4}{(1-e^2\cos E^2)^{5/2}}.$$

Will man nun den Einfluss kennen, den das Widerstand leistende Medium auf die Elemente φ und μ während eines ganzen Umlaufes ausübt, so hat man die obigen Ausdrücke zu integriren, indem man für E die Grenzen 0 und 2π ansetzt. Setzt man abkürzend

$$A=\int_0^{2\pi}\frac{\cos E(1+e\cos E)^2}{(1-e^2\cos E^2)^{3/2}},$$

$$B=\int_0^{2\pi}\frac{(1+e\cos E)^4}{(1-e^2\cos E^2)^{5/2}},$$

so werden diese Quantitäten in Bogensecunden bestimmt sein durch

$$\Delta\varphi=-\frac{2\,k^2\cos\varphi}{a\sin 1''}A.\,U$$

$$\Delta\mu=\frac{3\,k^3}{a^{3/2}\sin 1''}B.\,U.$$

Es kommt vorerst auf die Auswerthung der Grössen A und B an, die übrigens leicht mit Hilfe der elliptischen Integrale hergestellt werden kann. Setzt man abkürzend:

$$\frac{e^2}{2-e^2}=\sin\lambda,\qquad N=\left(1-\frac{1}{2}e^2\right)(1-\sin\lambda\cos 2E)$$

so wird man vorerst leicht mit Hilfe des Fourier'schen Satzes finden:

$$A=\left(\frac{3}{2}e+\frac{3}{8}e^3\right)\int_0^{2\pi}\frac{dE}{N^{3/2}}+\left(\frac{3}{2}e+\frac{1}{2}e^3\right)\int_0^{2\pi}\frac{\cos 2E\,dE}{N^{3/2}}+\frac{1}{8}e^3\int_0^{2\pi}\frac{\cos 4E\,dE}{N^{3/2}}$$

$$B=\left(1+3e^2+\frac{3}{8}e^4\right)\int_0^{2\pi}\frac{dE}{N^{5/2}}+\left(3e^2+\frac{1}{2}e^4\right)\int_0^{2\pi}\frac{\cos 2E\,dE}{N^{5/2}}+\frac{1}{8}e^4\int_0^{2\pi}\frac{\cos 4E\,dE}{N^{5/2}}.$$

Digitized by Google

Die 3 hier auftretenden bestimmten Integrale werden wohl am bequemsten durch die folgenden hypergeometrischen Reihen gefunden; setzt man abkürzend

$$\frac{2\pi}{\cos\lambda^{3/2}\left(1-\frac{1}{2}e^2\right)^{3/2}} = \psi, \quad \frac{\sin\frac{1}{2}\lambda^2}{\cos\lambda} = x,$$

so wird sein mit Benutzung der Gauss'schen Bezeichnung für die hypergeometrischen Reihen:

$$\int_0^{2\pi} \frac{dE}{N^{3/2}} = \psi.\ F\left(\frac{5}{2}, -\frac{3}{2}, 1, -x\right)$$

$$\int_0^{2\pi} \frac{\cos 2E\, dE}{N^{3/2}} = \psi.\ \frac{5}{2}\ \lg\frac{1}{2}\lambda\ F\left(\frac{5}{2}, -\frac{3}{2}, 2, -x\right)$$

$$\int_0^{2\pi} \frac{\cos 4E\, dE}{N^{3/2}} = \psi.\ \frac{5\cdot 7}{2\cdot 4}\ \lg\frac{1}{2}\lambda^2\ F\left(\frac{5}{2}, -\frac{3}{2}, 3, -x\right).$$

Die numerische Bestimmung der Koefficienten von U in den Ausdrücken für $\Delta\varphi$ und $\Delta\mu$ hat daher keine weitere Schwierigkeit. Ich habe sofort die Bestimmung für die 3 näher untersuchten Cometen, (Encke, Winnecke und Faye) nach diesen sehr bequemen Formeln vorgenommen und gefunden (logarithmisch):

	Encke	Winnecke	Faye
$\Delta\varphi =$	3_n5015U	3_n0030U	2_n4656U
$\Delta\mu =$	$1.9541U$	$1.1256U$	$0.3725U$;

hierbei ist angenommen:

$\varphi =$	$57''50'$	$48''31'$	$33''20'$
$u =$	$1072''$	$631''$	$469''$
$\log a =$	0.3465	0.5000	0.5859

Nimmt man nun mit Asten für den Encke'schen Cometen für $\Delta\mu$ den Werth $0''1044$ an, so findet sich $U = \frac{1}{862}$, welcher Werth mit Encke's Resultaten sehr gut stimmt, die durch mechanische Quadraturen erhalten sind; ausserdem leitet Asten empirisch aus den Beobachtungen den Werth von $\Delta\varphi = -3''68$ ab, ein Werth der zufällig völlig mit den Resultaten der obigen Formeln stimmt; die Uebereinstimmung lässt Asten mit Recht als schwerwiegendes Argument für die nahe Richtigkeit der Encke'schen Hypothese gelten. Für den Winnecke'schen Cometen finde ich mit dem oben ermittelten Werth $\Delta\mu = 0''01436$, für U den Werth

$$U = \frac{1}{930},$$

eine Grösse die sich auffallend wenig von dem für den Encke'schen Cometen gefundenen Werth von U unterscheidet; wenn auch zugegeben werden muss, dass U selbst für verschiedene Cometen sehr verschieden sein kann, so ist doch wohl diese nahe Identität nicht als völlig zufällig anzusehen. Um $\Delta\varphi$ empirisch aus den Beobachtungen ableiten zu können, liegt gegenwärtig noch nicht das genügende Material vor, es dürfte sich daher empfehlen, diesen Werth theoretisch aus den obigen Formeln zu bestimmen; mit den eben gefundenen Widerstandsgrössen findet sich leicht

$$\Delta\varphi = -1''08.$$

Nimmt man für den Faye'schen Cometen U etwa $\frac{1}{900}$ an, eine allerdings ziemlich willkürliche Voraussetzung, so findet sich nach den obigen Ausdrücken für diesen Cometen:

$$\Delta\mu = 0''0026 \quad \Delta\varphi = -0''32.$$

Diese Quantitäten sind sehr klein, und vermischen sich theilweise mit der Unsicherheit der Störungsrechnung; sie zeigen aber dass die bisher angenommene Abwesenheit einer ausserordentlichen Einwirkung auf den Faye'schen Cometen keineswegs ein Argument gegen die Richtigkeit der Encke'schen Hypothese herangezogen werden kann.

Wien, 19. April 1880.

v. Oppolzer.

Conjunctions of the satellites of Saturn.

The following observations of the Conjunctions of Saturn's Satellites were made here between the dates of September and December 1879. The method of observation, was fully described in Astron. Nachr. No. 2264. The given times are those when the satellite is fully up. Unfavorable weather and other causes, have cut short the number of observations.

Digitized by Google

Date	Name	Quadrant	In conjunction with	Gl. m t.	Remarks.
1879 Sept. 12	Rhea		Center	10h+53m7	Good.
16	Tethys	n.p.	Ring	10 46.8	Observations very good.
29	Tethys	n.f.	„	8 41.2	„
Oct. 4	Tethys	s.f.	„	9 1.6	„
5	Enceladus	s.f.	„	7 15.9	„
5	Tethys	n.p.	„	7 35.0	„
6	Enceladus	s.p.	„	9 27.9	„
9	Enceladus	s.f.	„	9 50.1	Seeing very poor.
11	Dione	s.f.	„	9 7.6	Very good.
14	Tethys	n.f.	„	10 59.2	„
15	Tethys	s.p.	„	9 38.8	„
17	Tethys	s.p.	„	7 1.3	Planet low and seeing poor.
19	Enceladus	n.f.	„	9 50.9	Very good
19	Tethys	s.f.	„	11 24.2	„
20	Tethys	n.p.	„	10 3.2	„
21	Tethys	s.f.	„	8 44.4	„
22	Dione	s.f.	„	7 47.1	„
23	Dione	n.f.	„	8 44.3	„
25	Rhea		Center	7 59.5	„
26	Dione	n.p.	Ring	10 15.5	„
Nov. 3	Dione	n.f.	„	7 20.1	„
6	Dione	n.p.	„	8 54.0	„
7	Dione	s.p.	„	9 44.0	„
12	Enceladus	s.p.	„	9 4.2	„
12	Rhea		Center	9 17.0	„
14	Dione	n.f.	Ring	5 52.8	„
19	Tethys	n.f.	„	7 37.6	„
21	Enceladus	n.f.	„	6 56.4	„
22	Tethys	s.f.	„	10 45.0	„
22	Dione	n.f.	„	10 56.9	Images not very good.
24	Tethys	s.f.	„	8 4.3	Very good.
29	Dione	s.p.	„	7 3.3	„
Dec. 12	Thetys	n.p.	„	6 +25.7	„

Morrison Observatory, Glasgow Ma., March 4, 1880. *C. W. Pritchett.*

Aus einem Schreiben des Herrn Prof. Th. v. Oppolzer an den Herausgeber.

Hansen führt in seiner bekannten Schrift »Entwickelung der negativen und ungeraden Potenzen« einen Satz an, durch welchen er zeigt, dass wenn die Entwickelung von $\frac{1}{\Delta}$ durch die $D^{(s)}$ Koefficienten hergestellt ist, von der Form

$$\frac{1}{\Delta} = \frac{1}{r_1} + \left(\frac{r}{r_1^2}\right) D_1^{(s)} + \left(\frac{r^2}{r_1^3}\right) D_2^{(s)} + \ldots$$

leicht der Uebergang auf die Koefficienten von

$$\frac{1}{\Delta^3} = \frac{1}{r_1^3} + \left(\frac{r}{r_1^4}\right) D_1^{(3)} + \left(\frac{r^2}{r_1^5}\right) D_2^{(3)} + \ldots$$

$$\frac{1}{\Delta^5} = \frac{1}{r_1^5} + \left(\frac{r}{r_1^6}\right) D_1^{(5)} + \left(\frac{r^2}{r_1^7}\right) D_2^{(5)} + \ldots$$

u. s. w.

gemacht werden kann; doch erscheint der Zusammenhang in wenig übersichtlicher Form; es lässt sich jedoch leicht zeigen, dass eine recurrirende Entwickelung das Bildungsgesetz sehr klar hervortreten lässt; dasselbe ist in der folgenden Form enthalten:

$$D_m^{(n)} = \frac{2m+n-2}{n-2} D_m^{(n-2)} + D_{m-2}^{(n)}.$$

Wien, 19. März 1880. *v. Oppolzer.*

Digitized by Google

Nuove Osservazioni della cometa δ 1880 (Schäberle)

fatte al micrometro circolare dell' Equatoriale di Merz dell' Osservatorio del Collegio Romano.

Data 1880	Tempo medio di Roma	$\alpha\cos\delta$ — α	δ — δ	α apparente	δ apparente	logaritmo fattore parallattico	logaritmo fattore parallattico	Stella di confr.	Luogo medio 1880.0	No. dei confr.	Osservatore
Aprile 28	9h25m22s	+ 7m58s92	+ 1 16″7	6h14m39s74	68°44′ 25″6	+0.084	0.201	Oe.-Arg.(6621)	α 6h6m38s95	6	T
									δ68°42′ 55″9		
28	10 32 21	+ 7 58.54	— 0 31.4	6 14 39.36	68 42 37.5	0.077	0.530	„ „		6	T
Maggio 5	9 1 21	+ 1 15.86	+14 38.5	6 16 2.17	64 30 58.4	0.009	0.313	Arg.-Oelt.6772	α 6h14m44s58	4	T
									δ64°16′ 9″0		
5	9 1 21	— 2 46.94	— 0 19.5	6 16 2.69	64 30 55.4	0.009	0.313	Arg.VI+64.587	α 6h18m47s86	4	T
									δ64°31′ 4″0		
5	9 37 55	+ 1 16.86	+13 44.2	6 16 3.17	64 30 4.1	0.009	0.479	Arg.-Oelt.6772		4	T
5	9 37 55	— 2 45.86	— 1 18.2	6 16 3.77	64 29 56.7	0.009	0.479	Arg.VI+64.587		4	T

Osservazioni.

Nella sera del 28 Aprile la lunghezza della coda fu trovata di 4′. Esaminata la cometa allo spettroscopio non riuscii ad ottenere alcuna traccia di spettro. Il nucleo era meno lucente di una stellina che si scorgeva attraverso la coda, la quale stimavasi di 10—11 gr. Nella sera del 5 Maggio la coda fu trovata di 2′,4 circa. La luce della cometa è così debole che, nella sera del 5 Maggio, per essere la coda collocata fra un gruppo di stelle di 10 grandezza, riuscivasi appena a vederla al principio delle osservazioni, mentre poi sulla fine di esse era distinta, perchè il moto proprio aveva portato la cometa a sud del gruppo anzidetto.

Le riduzioni delle osservazioni devonsi al prof. E. Millosevich.

Roma 9 Maggio 1880.

Il Direttore
P. Tacchini.

Measures of Sirius.

The following are the measures of the companion of Sirius made at the Dearborn Observatory during the last two years. The mean results given below include the first year's observations already published in detail.

P	D	1878.955
51°0	10″28	
50.9		78.980
49.8	10.86	78.985
51.0	10.72	79.000
50.8	10.50	79.028
50.7	10.36	79.041
51.0	10.41	79.102
50.7	10.33	79.104
49.7	10.16	79.128
51.1	10.32	79.131
47.6	10.18	79.879
47.9	9.85	79.997

P	D	1880.030
47°6		
49.1	9″99	80.063
47.4	10.11	80.162
48.2	10.05	80.173
50.5	10.18	80.181
48.5	9.93	80.184
47.6	9.66	80.189
48.6	10.13	80.211
48.4	9.97	80.214

Mean results:

52°4	10″83	1878.01	8 nights
50.7	10.44	1879.13	10 „
48.3	10.00	1880.11	11 „

Chicago, March 22, 1880.

S. W. Burnham.

Digitized by Google

Elementi parabolici della Cometa Schäberle. (δ 1880.)

Le seguenti osservazioni di Roma (Collegio Romano) mi servirono di base al calcolo degli elementi parabolici della cometa.

Roma	28. Aprile	9h25m22s	α	6h14m40s29
			δ	68°44′ 26″ 3
Roma	5. Maggio	9 37 55	α	6h16m 3s92
			δ	64°30′ 1″ 7
Roma	13. Maggio	10 38 49	α	6h19m19s81
			δ	60° 8′ 30″ 7

I precedenti valori liberati di aberrazione e ridotti all' eclittica e all' equinozio medio 1880.0 sono:

Tempo medio di Greenwich.	Longitudine.	Latitudine.
Aprile 28. 35795	91°52′ 53″8	45°18′ 4″3
Maggio 5. 36667	92 17 3.2	41 4 11.4
Maggio 13. 40884	92 59 30.3	36 43 48.8

Da questi dedussi i seguenti elementi parabolici:

T = Luglio 5.44005 (t. m. di Greenwich).
i = 122°54′ 15″9
Ω = 257 38 2 2 } Equinozio medio 1880.0
π = 45 19 49 1
$\log. q$ = 0 254148

Osservazione di mezzo.

Longitudine calcolata = 92°17′ 2″1	Latitudine calcolata = 41°4′ 10″0
Longitudine osservata = 92 17 3.2	Latitudine osservata = 41 4 11.4

Roma, 18 Maggio 1880. Prof. *E. Millosevich.*

Literarische Anzeige.

Obituary notices of astronomers. By Edwin Dunkin, F. R. A. S, London 1879.

Vier und zwanzig biographische Skizzen über verstorbene Angehörige der Königlichen Astronomischen Gesellschaft, ursprünglich zum grösseren Theil für diese Gesellschaft, zum kleineren für verschiedene Zeitschriften abgefasst, für diese Zusammenstellung nochmals überarbeitet, in Ausführung und Ausdehnung den von Seiten gelehrter Gesellschaften regelmässig gegebenen Nekrologen ähnlich. *L.*

Berichtigungen.

Astr. Nachr. Nr. 2303 Seite 356 Zeile 3 von oben Formel (4) ist in sinnstörender Weise beim Druck entstellt worden, sie muss heissen: $d(\varphi - \vartheta) = -\frac{\sin 2\varphi \, d\vartheta}{\sin(\varphi+\vartheta)\sin(\varphi-\vartheta)}$

„ „ 355 „ 17 von oben muss es heissen: Reductionsweise nicht Reductionsreihe.
„ „ 356 „ 7 muss heissen: abnehmen statt annehme.
„ „ 396 „ 7 von unten muss heissen: — 0.25 statt — 0 025.

Inhalt:

Zu Nr. 2314. *Edward C. Pickering.* Observations of the Satellites of Mars, made at the Harvard College Observatory. 145. — *C. H. F. Peters.* Ueber die Helligkeit der Frigga. (77). 147. — *v. Oppolzer.* Ueber den periodischen Cometen Winnecke (Comet III, 1819) und das Widerstand leistende Medium 149. — *C. W. Pritchett.* Conjunctions of the satellites of Saturn. 153. — *v. Oppolzer.* Schreiben an den Herausgeber. 155. — *P. Tacchini.* Nuove Osservazioni della cometa δ 1880 (Schäberle). 157. — *S. W. Burnham.* Measures of Sirius. 157. — *E. Millosevich.* Elementi parabolici della Cometa Schäberle (δ 1880.) 159. — Literarische Anzeige. 159. — Berichtigungen. 159.

Kiel. Mai 27. 1880. — Druck. von C. F. Mohr in Kiel

Digitized by Google

Astronomische Nachrichten.

Expedition auf der Königlichen Sternwarte bei Kiel.

Herausgeber: Dr. C. F. W. Peters.

Band 97. **Nr. 2315.** 11.

Das Problem der drei Körper in der neuen Störungstheorie.

Von *A. Weiler.* (Fortsetzung von Nr. 2313 S. 144.)

Zum Behuf der Abkürzung setze ich noch

$$R = \frac{1}{2}\frac{(p^2-p_0^2-ek-W)^2}{\left(\frac{p}{r}\right)^2-\lambda\left(\frac{p_r}{r_r}\right)^2+\frac{r}{r_r^2}} + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{r^2}+\frac{1}{r_r^2}\right)\frac{(p^2-p_0^2-ek-W)^2}{\left[\left(\frac{p}{r}\right)^2-\lambda\left(\frac{p_r}{r_r}\right)^2+\frac{r}{r_r^2}\right]^2}+\ldots$$

und behalte zur Bestimmung von n die Gleichung

$$19. \qquad n-p_0^2 = ek+W-\left(\frac{1}{r^2}+\frac{1}{r_r^2}\right)R\,,$$

in welcher die zwei ersten Glieder Rechts Störungsglieder der ersten Ordnung sind; dagegen R als ein Störungsglied der zweiten Ordnung anzusehen ist.

Zur Bestimmung der Veränderlichen n und n_r haben wir die Gleichungen 15 und 16 aufgestellt. Da nun die Veränderliche n bekannt ist, so erhalten wir die Veränderliche n_r aus der Gleichung 16. Es ergibt sich sofort die Gleichung

$$20. \qquad n_r - \lambda p_0^2 = \mu - ek - W + \left(\frac{1}{r^2}+\frac{1}{r_r^2}\right)R.$$

Die vorliegenden Werthe n und n_r müssen in die Störungsgleichungen 7 und 8

$$w' + \cos i\,\vartheta' = \frac{n-p^2}{r^2}$$

$$w_r' + \cos i\,\vartheta' = \frac{n_r-\lambda p_r^2}{r_r^2}$$

eingesetzt werden. Weil aber ausserdem die Werthe der Veränderlichen p und p_r in diese Gleichungen eingesetzt werden müssen, bevor man sie integriren kann, so wenden wir uns zunächst zu jenen Störungsgleichungen 11. 12. 13. 14, durch welche die Veränderlichen p und p_r bestimmt werden. Die Störungsglieder der ersten Ordnung sind hier abhängig von den Veränderlichen q und q_r, deren Werthe nun leicht angegeben werden können, nachdem wir die Veränderlichen n und n_r bestimmt haben. Denn es ist

$$q = \frac{n^2-p_0^4}{r^2}+g,$$

und wenn die Veränderliche q bekannt ist, so kann man die Veränderliche q_r aus dem Integral der lebendigen Kraft $q+q_r=2(\Omega-a)$ erhalten.

Zur Bestimmung von n ist die quadratische Gleichung gegeben

$$\left(\frac{1}{r^2}+\frac{1}{r_r^2}\right)n^2-\frac{2en}{r_r^2}+\frac{e^2}{r_r^2} = \frac{p_0^4}{r^2}+\frac{\lambda^2 p_{0r}^4}{r_r^2}-g-g_r+2\Omega-2a.$$

Wir haben oben die identische Gleichung erhalten:

$$\frac{p_0^4-p^4}{r^2}+\frac{\lambda^2 p_{0r}^4-(\lambda p_r^2-r)^2}{r_r^2}-g-g_r+2\Omega-2a$$

$$= -2\left[\left(\frac{p}{r}\right)^2-\lambda\left(\frac{p_r}{r_r}\right)^2+\frac{r}{r_r^2}\right](p^2-p_0^2-ek-W),$$

und führen nun die quadratische Gleichung über in:

$$\left(\frac{1}{r^2}+\frac{1}{r_r^2}\right)n^2-\frac{2en}{r_r^2}+\frac{e^2}{r_r^2} = \frac{p^4}{r^2}+\frac{(\lambda p_r^2-r)^2}{r_r^2}-2\left[\left(\frac{p}{r}\right)^2-\lambda\left(\frac{p_r}{r_r}\right)^2+\frac{r}{r_r^2}\right](p^2-p_0^2-ek-W).$$

Digitized by Google

Zwischen den Veränderlichen σ und r besteht die Gleichung $r = p^2 + ip_r^2 - \sigma$, und wir haben im Weiteren noch die identische Gleichung aufgestellt:

$$\left(\frac{p}{r}\right)^2 - i\left(\frac{p_r}{r_r}\right)^2 + \frac{r}{r_r^2} = \left(\frac{1}{r^2} + \frac{1}{r_r^2}\right)p^2 - \frac{\sigma}{r_r^2}.$$

Vermittelst dieser Gleichungen setzen wir σ an die Stelle von r; ferner setzen wir den durch die Gleichung 19 gegebenen Werth n ein. Die quadratische Gleichung, welche zur Bestimmung von n vorliegt, geht über in:

$$\left(\frac{1}{r^2} + \frac{1}{r_r^2}\right)n^2 - \frac{2\sigma}{r_r^2}\left[p_0^2 + ek + W - \left(\frac{1}{r^2} + \frac{1}{r_r^2}\right)R\right] + \frac{\sigma^2}{r_r^2}$$
$$= \frac{p^4}{r^2} + \frac{(p^2 - \sigma)^2}{r_r^2} - 2\left[\left(\frac{1}{r^2} + \frac{1}{r_r^2}\right)p^2 - \frac{\sigma}{r_r^2}\right](p^2 - p_0^2 - ek - W).$$

Wir fassen nun die mit σ multiplizirten Glieder zusammen, streichen alsdann den gemeinsamen Faktor $\frac{1}{r^2} + \frac{1}{r_r^2}$, und behalten zur Bestimmung von n^2 die einfache Gleichung

$$n^2 - p_0^4 = 2p^2(ek + W) - (p^2 - p_0^2)^2 - \frac{2\sigma}{r_r^2}R.$$

Indem wir dies in den obigen Werth q einsetzen, erhalten wir

$$q = g + 2\left(\frac{p}{r}\right)^2(ek + W) - \frac{(p^2 - p_0^2)^2}{r^2} - \frac{2\sigma}{r^2 r_r^2}R.$$

Wir setzen noch den durch die Gleichung 17 gegebenen Werth g ein, und haben zur Bestimmung von q die einfache Gleichung

$$q = 2\left(\frac{p}{r}\right)^2 W - 2P + \left(\frac{r}{p}\right)^2 p^2 - \frac{2\sigma}{r^2 r_r^2}R.$$

Das erste Glied Rechts ist eines der ersten Ordnung, die drei übrigen Glieder der rechten Seite sind Störungsglieder der zweiten Ordnung.

Die Werthe q und q, müssen in die Störungsgleichungen 11. 12. 13. 14 eingesetzt werden. Wenn man dieselben in die Störungsgleichungen 11. 13

$$-k' = \frac{r}{p}\sin\varepsilon\left(q + r\frac{d\Omega}{dr} + P\right)$$
$$-ik_r' = \frac{r_r}{p_r}\sin r_r\left(q_r + r_r\frac{d\Omega}{dr_r} + P_r\right)$$

einsetzt, und zugleich den Werth

$$W = \frac{\Omega - \alpha + i\left(\frac{p_r}{r_r}\right)^2(ek + ie, k_r - \mu) + S}{\left(\frac{p}{r}\right)^2 - i\left(\frac{p_r}{r_r}\right)^2 + \frac{r}{r_r}}$$

berücksichtigt, so zeigt es sich, dass die Störungsglieder der ersten Ordnung nicht gegebene Grössen, sondern von den zu bestimmenden Veränderlichen k und k_r abhängig sind. Diese Schwierigkeit lässt sich aber dadurch beseitigen, dass man anstatt der Veränderlichen $\mu = \sigma - p_0^2 - ip_{0r}^2$ ein anderes Element der Störung in die Gleichungen einführt. Es ist schon erwähnt worden, dass der Integration der Störungsgleichung 5 Nichts im Wege steht, weil in der Derivirten $\mu' = e'$ alle Störungsglieder der ersten Ordnung gegebene Funtionen der Zeit sind. Dass auch die Derivirte der Veränderlichen

$$\nu = \frac{ek + ie, k_r - \mu - \frac{\alpha}{i}\left(\frac{r_r}{p_r}\right)^2}{\left(\frac{r_r}{p_r}\right)^2 - i\left(\frac{r}{p}\right)^2},$$

welche gleichfalls ein Element der Störung ist, diese Eigenschaft hat, werde ich unten zeigen, nachdem ich die Veränderliche ν an die Stelle von μ in die Störungsgleichungen 11. 12. 13. 14 eingeführt habe.

Wenn man die Veränderliche ν an die Stelle von μ setzt, so ergibt sich der folgende Werth:

Digitized by Google

$$W = \frac{\Omega + \lambda\nu\left(\frac{r}{p}\right)^2\left[\left(\frac{p}{r}\right)^2 - \lambda\left(\frac{p_r}{r_r}\right)^2\right] + S}{\left(\frac{p}{r}\right)^2 - \lambda\left(\frac{p_r}{r_r}\right)^2 + \frac{r}{r_r^2}}.$$

Meine Absicht geht nun dahin, die Störungsglieder der ersten Ordnung möglichst zu vereinfachen, indem ich von denselben Alles lostrenne, was zu den Störungsgliedern der zweiten Ordnung gerechnet werden kann. Ich bediene mich der identischen Gleichung

$$\frac{1}{\left(\frac{p}{r}\right)^2 - \lambda\left(\frac{p_r}{r_r}\right)^2 + \frac{r}{r_r^2}} = \frac{1}{\left(\frac{p}{r}\right)^2 - \lambda\left(\frac{p_r}{r_r}\right)^2} - \frac{\frac{r}{r_r^2}}{\left(\frac{p}{r}\right)^2 - \lambda\left(\frac{p_r}{r_r}\right)^2 + \frac{r}{r_r^2}} \cdot \frac{1}{\left(\frac{p}{r}\right)^2 - \lambda\left(\frac{p_r}{r_r}\right)^2},$$

und führe die obige Gleichung über in:

$$W = \frac{\Omega}{\left(\frac{p}{r}\right)^2 - \lambda\left(\frac{p_r}{r_r}\right)^2} + \lambda\nu\left(\frac{r}{p}\right)^2 + T,$$

indem ich alle Störungsglieder der zweiten Ordnung zusammenfasse, und abkürzend setze:

$$T = -\frac{\frac{r}{r_r^2}}{\left(\frac{p}{r}\right)^2 - \lambda\left(\frac{p_r}{r_r}\right)^2 + \frac{r}{r_r^2}}\left(\frac{\Omega}{\left(\frac{p}{r}\right)^2 - \lambda\left(\frac{p_r}{r_r}\right)^2} + \lambda\nu\left(\frac{r}{p}\right)^2\right) + \frac{S}{\left(\frac{p}{r}\right)^2 - \lambda\left(\frac{p_r}{r_r}\right)^2 + \frac{r}{r_r^2}}.$$

Vermittelst des so umgewandelten Werthes W führe ich den oben gefundenen Werth q über in:

$$21. \qquad q = \frac{2\left(\frac{p}{r}\right)^2\Omega}{\left(\frac{p}{r}\right)^2 - \lambda\left(\frac{p_r}{r_r}\right)^2} - 2\lambda\nu + Q.$$

Ich habe auch hier wieder die Störungsglieder der zweiten Ordnung zusammengefasst, und abkürzend geschrieben

$$Q = 2T\left(\frac{p}{r}\right)^2 - 2P + \left(\frac{r}{p}\right)^2 p'^2 - \frac{2a}{r^2 r_r^2} R.$$

Vermittelst des Integrals der lebendigen Kraft $q + q_r = 2(a - a)$ erhalte ich auch den Werth

$$22. \qquad -q_r = \frac{2\lambda\left(\frac{p_r}{r_r}\right)^2\Omega}{\left(\frac{p}{r}\right)^2 - \lambda\left(\frac{p_r}{r_r}\right)^2} + 2a + 2\lambda\nu + Q.$$

Ich habe nun das neue Element der Störung ν an die Stelle von μ in die Werthe q und q_r eingesetzt. Die transformirten Werthe q und q_r sind Funktionen der Veränderlichen v; aber die Störungsglieder der ersten Ordnung sind unabhängig von allen übrigen gestörten Elementen. Wir setzen diese Werthe in die Störungsgleichungen 11. 12. 13. 14 ein. Zur Bestimmung von k und h haben wir dann die folgenden Gleichungen:

$$23 \qquad -k' = \frac{r}{p}\sin v\left(r\frac{d\Omega}{dr} + \frac{2\left(\frac{p}{r}\right)^2\Omega}{\left(\frac{p}{r}\right)^2 - \lambda\left(\frac{p_r}{r_r}\right)^2} + 2\lambda\nu + Q + P\right)$$

$$24. \qquad h' = \frac{r}{p}\cos v\left(r\frac{d\Omega}{dr} + \frac{2\left(\frac{p}{r}\right)^2\Omega}{\left(\frac{p}{r}\right)^2 - \lambda\left(\frac{p_r}{r_r}\right)^2} + 2\lambda\nu + Q + P\right),$$

ferner zur Bestimmung von k_r und h_r die Gleichungen:

Digitized by Google

25. $$-\lambda k_{,}' = \frac{r_{,}}{p_{,}} \sin v_{,} \left(r_{,} \frac{d\Omega}{dr_{,}} - \frac{2\lambda \left(\frac{p_{,}}{r_{,}}\right)^2 \Omega}{\left(\frac{p}{r}\right)^2 - \lambda \left(\frac{p_{,}}{r_{,}}\right)^2} - 2a - 2\lambda\nu - Q + P_{,} \right)$$

26. $$\lambda h_{,}' = \frac{r_{,}}{p_{,}} \cos v_{,} \left(r_{,} \frac{d\Omega}{dr_{,}} - \frac{2\lambda \left(\frac{p_{,}}{r_{,}}\right)^2 \Omega}{\left(\frac{p}{r}\right)^2 - \lambda \left(\frac{p_{,}}{r_{,}}\right)^2} - 2a - 2\lambda\nu - Q + P_{,} \right).$$

Es soll nun die neue Störungsgleichung aufgestellt werden, welche an die Stelle der Störungsgleichung 5 zu setzen ist. Wir differentiiren die Gleichung:

$$\left[\left(\frac{r_{,}}{p_{,}}\right)^2 - \lambda \left(\frac{r}{p}\right)^2\right] \nu = ek + \lambda e, k, - \mu - \frac{a}{\lambda} \left(\frac{r_{,}}{p_{,}}\right)^2,$$

und erhalten die folgende:

$$\left[\left(\frac{r_{,}}{p_{,}}\right)^2 - \lambda \left(\frac{r}{p}\right)^2\right] \nu' + \left[\left(\frac{r_{,}}{p_{,}}\right)^2 - \lambda \left(\frac{r}{p}\right)^2\right]' \nu = ek' + \lambda e, k,' - \mu' - \frac{a}{\lambda} \left[\left(\frac{r_{,}}{p_{,}}\right)^2\right]'.$$

Mit Rücksicht darauf, dass $\left[\left(\frac{r}{p}\right)^2\right]' = 2\frac{r}{p} e \sin v$ und $\left[\left(\frac{r_{,}}{p_{,}}\right)^2\right]' = 2\lambda \frac{r_{,}}{p_{,}} e, \sin v,$ ist, leiten wir aus den Gleichungen 23 und 25 die folgende ab:

$$-2\lambda(ek' + \lambda e, k,') = \lambda \left[\left(\frac{r}{p}\right)^2\right]' \left(r_{,} \frac{d\Omega}{dr_{,}} + \frac{2\left(\frac{P}{r}\right)^2 \Omega}{\left(\frac{P}{r}\right)^2 - \lambda \left(\frac{P_{,}}{r_{,}}\right)^2} + 2\lambda\nu + Q + P \right)$$

$$+ \left[\left(\frac{r_{,}}{p_{,}}\right)^2\right]' \left(r_{,} \frac{d\Omega}{dr_{,}} - \frac{2\lambda \left(\frac{P_{,}}{r_{,}}\right)^2 \Omega}{\left(\frac{P}{r}\right)^2 - \lambda \left(\frac{P_{,}}{r_{,}}\right)^2} - 2a - 2\lambda\nu - Q + P_{,} \right).$$

Indem wir einige Glieder der rechten Seite auf die linke Seite bringen und durch 2λ theilen, erhalten wir:

$$-ek' - \lambda e, k,' + \frac{a}{\lambda} \left[\left(\frac{r_{,}}{p_{,}}\right)^2\right]' + \left[\left(\frac{r_{,}}{p_{,}}\right)^2 - \lambda \left(\frac{r}{p}\right)^2\right]' \nu = \frac{r}{p} e \sin v \left(r \frac{d\Omega}{dr} + \frac{2\left(\frac{P}{r}\right)^2 \Omega}{\left(\frac{P}{r}\right)^2 - \lambda \left(\frac{P_{,}}{r_{,}}\right)^2} + Q + P \right)$$

$$+ \frac{r_{,}}{p_{,}} e, \sin v \left(r_{,} \frac{d\Omega}{dr_{,}} - \frac{2\lambda \left(\frac{P_{,}}{r_{,}}\right)^2 \Omega}{\left(\frac{P}{r}\right)^2 - \lambda \left(\frac{P_{,}}{r_{,}}\right)^2} - Q + P_{,} \right).$$

Wir bedienen uns dieser Gleichung zur Bestimmung der Derivirten $ek' + \lambda e, k',$. Die Derivirte μ' ist durch die Gleichung 5 gegeben, und wir erhalten zur Bestimmung der Derivirten ν' die Gleichung:

27. $$-\left[\left(\frac{r_{,}}{p_{,}}\right)^2 - \lambda \left(\frac{r}{p}\right)^2\right] \nu' = \frac{r}{p} e \sin v \left(r \frac{d\Omega}{dr} + \frac{2\left(\frac{P}{r}\right)^2 \Omega}{\left(\frac{P}{r}\right)^2 - \lambda \left(\frac{P_{,}}{r_{,}}\right)^2} + Q + P \right)$$

$$+ \frac{r_{,}}{p_{,}} e, \sin v, \left(r_{,} \frac{d\Omega}{dr_{,}} - \frac{2\lambda \left(\frac{P_{,}}{r_{,}}\right)^2 \Omega}{\left(\frac{P}{r}\right)^2 - \lambda \left(\frac{P_{,}}{r_{,}}\right)^2} - Q + P_{,} \right)$$

$$- 2\sin^2 \frac{J}{2} \sin(u + u,) \frac{d\Omega}{ds};$$

Digitized by Google

Es ist offenbar, dass in der Derivirten ν' alle Störungsglieder der ersten Ordnung gegebene Grössen sind. Nachdem man die Gleichung 27 integrirt hat, sind auch in den Gleichungen 23.24.25.26 die Störungsglieder der ersten Ordnung gegebene Grössen, und es steht der Integration dieser Gleichungen Nichts mehr im Wege.

Wir denken uns die Integration dieser Gleichungen vollzogen, und es stellen sich auch in den noch übrigen Störungsgleichungen 7 und 8, durch welche die Veränderlichen w und $w_,$ bestimmt sind, alle Störungsglieder der ersten Ordnung als gegebene Grössen dar. Wir setzen zunächst die durch die Gleichungen 19 und 20 gegebenen Werthe n und $n_,$ ein, und führen die Gleichungen 7 und 8 über in:

$$w' + \cos i\, s' + \frac{p^2 - p_0^2 - e\,k}{r^2} = \frac{1}{r^2}\left[W - \left(\frac{1}{r^2} + \frac{1}{r_,^2}\right) R\right]$$

$$w_,' + \cos i,\, s' + \lambda\, \frac{p_,^2 - p_{0,}^2 - e,\, k,}{r_,^2} = \frac{\mu - e\,k - \lambda\, e,\, k,}{r_,^2} - \frac{1}{r_,^2}\left[W - \left(\frac{1}{r^2} + \frac{1}{r_,^2}\right) R\right].$$

Wir setzen noch den oben gefundenen Werth W' ein, eliminiren μ vermittelst ν, und erhalten die Störungsgleichungen:

28. $$w' + \cos i\, s' + \frac{p^2 - p_0^2 - e\,k}{r^2} = \frac{1}{r^2}\left(\frac{\Omega}{\left(\frac{p}{r}\right)^2 - \lambda\left(\frac{p_,}{r_,}\right)^2} + \lambda\, \nu \left(\frac{r}{p}\right)^2 + T - \left(\frac{1}{r^2} + \frac{1}{r_,^2}\right) R\right)$$

29. $$w_,' + \cos i,\, s' + \lambda\, \frac{p_,^2 - p_{0,}^2 - e,\, k,}{r_,^2} = -\frac{1}{r_,^2}\left(\frac{\Omega}{\left(\frac{p}{r}\right)^2 - \lambda\left(\frac{p_,}{r_,}\right)^2} + \left(\frac{a}{\lambda} + \nu\right)\left(\frac{r_,}{p_,}\right)^2 + T - \left(\frac{1}{r^2} + \frac{1}{r_,^2}\right) R\right),$$

durch deren Integration die Veränderlichen w und $w_,$ bestimmt sind.

Dieser § ist der Elimination der Veränderlichen n und $n_,$ gewidmet, und ich habe durch diese Elimination das System gewöhnlicher Differentialgleichungen der 7. Ordnung in die Gleichungen 23.24.25 26.27 28.29 übergeführt.

§ 4. Die mehrfachen Quadraturen werden durch eine einzige zweifache Quadratur ersetzt.

Ich habe die Differentialgleichungen der Bewegung in Störungsgleichungen umgewandelt und gezeigt, dass die Störungsglieder der ersten Ordnung gegebene Grössen sind, wenn die Störungsgleichungen in der vorgeschriebenen Reihenfolge integrirt werden. Die Störungsglieder der ersten Ordnung sind jedesmal von den gestörten Elementen abhängig, welche durch die vorausgehenden Störungsgleichungen bestimmt worden sind. Es ist ersichtlich, dass durch die Integration mehrfache Quadraturen entstehen. Wir stellen uns jetzt die Aufgabe, durch theilweise Integrationen die mehrfachen Quadraturen so weit als möglich auf einfache Quadraturen zurückzuführen.

In der Gleichung 27, durch welche die Veränderliche ν bestimmt ist, sind alle Störungsglieder der ersten Ordnung unmittelbar gegeben. Die Integration gibt daher nur einfache Quadraturen. Wir können aber diese Störungsgleichung noch etwas einfacher anschreiben, indem wir von der identischen Gleichung

$$r\,\frac{d\Omega}{dr} + r_,\,\frac{d\Omega}{dr_,} + \Omega = 0$$

Gebrauch machen. Aus der letzteren folgt auch die identische Gleichung

$$r\,\frac{d\Omega}{dr} + \frac{2\left(\frac{p}{r}\right)^2 \Omega}{\left(\frac{p}{r}\right)^2 - \lambda\left(\frac{p_,}{r_,}\right)^2} + Q + P$$

$$+ r_,\,\frac{d\Omega}{dr_,} - \frac{2\,\lambda\left(\frac{p_,}{r_,}\right)^2 \Omega}{\left(\frac{p}{r}\right)^2 - \lambda\left(\frac{p_,}{r_,}\right)^2} - Q + P_, = \Omega + P + P_,.$$

Die Gleichung 27 kann daher in der folgenden Form geschrieben werden:

30. $$\nu' = \frac{\frac{r_,}{p_,}\, e,\, \sin v, - \frac{r}{p}\, e \sin v}{\left(\frac{r_,}{p_,}\right)^2 - \lambda\left(\frac{r}{p}\right)^2}\left(r\,\frac{d\Omega}{dr} + \frac{2\left(\frac{p}{r}\right)^2 \Omega}{\left(\frac{p}{r}\right)^2 - \lambda\left(\frac{p_,}{r_,}\right)^2} + Q + P \right)$$

$$- \frac{\frac{r_,}{p_,}\, e,\, \sin v,\, (\Omega + P + P_,) - 2\,\sin^2 \frac{J}{2}\, \sin\,(u + u,)\, \frac{d\Omega}{d\sigma}}{\left(\frac{r_,}{p_,}\right)^2 - \lambda\left(\frac{r}{p}\right)^2}$$

Digitized by Google

Zur Bestimmung der gestörten Elemente k und k_r sind die Gleichungen 23 25 gegeben:

$$-k' = \frac{r}{p}\sin v\left(r\frac{d\Omega}{dr} + \frac{2\left(\frac{p}{r}\right)^3 \Omega}{\left(\frac{p}{r}\right)^2 - \lambda\left(\frac{p_r}{r_r}\right)^2} + 2\lambda r + Q + P'\right)$$

$$-\lambda k_r' = \frac{r_r}{p_r}\sin v_r\left(r_r\frac{d\Omega}{dr_r} - \frac{2\lambda\left(\frac{p_r}{r_r}\right)^3 \Omega}{\left(\frac{p}{r}\right)^2 - \lambda\left(\frac{p_r}{r_r}\right)^2} - 2a - 2\lambda r - Q + P_r'\right).$$

Da die Veränderliche r als einfache Quadratur gegeben ist, so führt die Integration dieser Gleichungen auf zweifache Quadraturen. Diese zweifachen Quadraturen können durch eine theilweise Integration weggebracht werden. Denn es ist $\left(\frac{r}{p}\right)' = e\sin v$, folglich $\left[\left(\frac{r}{p}\right)^2 - 1\right]' = 2\frac{r}{p}e\sin v$. Wir gelangen daher zu der identischen Gleichung:

$$-\left[\left(\frac{r}{p}+1\right)\frac{r}{p}\cos v\right]' = 2\frac{r}{p}\sin v,$$

und durch die theilweise Integration führen wir die Gleichung 23 über in die folgende:

31. $$-\left[k-\lambda r\left(\frac{r}{p}+1\right)\frac{r}{p}\cos v\right]' = \lambda r\left(\frac{r}{p}+1\right)\frac{r}{p}\cos v + \frac{r}{p}\sin v\left(r\frac{d\Omega}{dr} + \frac{2\left(\frac{p}{r}\right)^3\Omega}{\left(\frac{p}{r}\right)^2 - \lambda\left(\frac{p_r}{r_r}\right)^2} + Q + P'\right).$$

Ferner besteht die identische Gleichung:

$$-\left[\left(\frac{r_r}{p_r}+1\right)\frac{r_r}{p_r}\cos v_r\right]' = 2\lambda\frac{r_r}{p_r}\sin v_r.$$

Durch die theilweise Integration führen wir die Gleichung 25 über in:

32. $$-\left[\lambda k_r + \left(\frac{a}{\lambda}+\nu\right)\left(\frac{r_r}{p_r}+1\right)\frac{r_r}{p_r}\cos v_r\right]' = -\nu\left(\frac{r_r}{p_r}+1\right)\frac{r_r}{p_r}\cos v_r + \frac{r_r}{p_r}\sin v_r\left(r_r\frac{d\Omega}{dr_r} - \frac{2\lambda\left(\frac{p_r}{r_r}\right)^2\Omega}{\left(\frac{p}{r}\right)^2 - \lambda\left(\frac{p_r}{r_r}\right)^2} - Q + P_r\right).$$

Zur Bestimmung der Veränderlichen h und h_r sind die Gleichungen 24 26 gegeben:

$$h' = \frac{r}{p}\cos v\left(r\frac{d\Omega}{dr} + \frac{2\left(\frac{p}{r}\right)^3\Omega}{\left(\frac{p}{r}\right)^2 - \lambda\left(\frac{p_r}{r_r}\right)^2} + 2\lambda r + Q + P'\right)$$

$$\lambda h_r' = \frac{r_r}{p_r}\cos v_r\left(r_r\frac{d\Omega}{dr_r} - \frac{2\lambda\left(\frac{p_r}{r_r}\right)^2\Omega}{\left(\frac{p}{r}\right)^2 - \lambda\left(\frac{p_r}{r_r}\right)^2} - 2a - 2\lambda r - Q + P_r\right).$$

Die zweifachen Quadraturen, welche durch die Integration dieser Gleichungen entstehen, können durch theilweise Integration nicht vollständig weggebracht werden. Man findet $\left(\frac{r}{p}\sin v\right)' = \cos v + e$. Daraus folgt die identische Gleichung:

$$\left[\left(\frac{r}{p}+1\right)\frac{r}{p}\sin v\right]' = \left(\frac{r}{p}+1\right)(\cos v + e) + \frac{r}{p}e\sin^2 v$$
$$= 2\frac{r}{p}(\cos v + e) + e$$

Digitized by Google

oder auch die Gleichung

$$\left[\left(\frac{r}{p}+1\right)\frac{r}{p}\sin v\right]' = 2(1-e^2)\frac{r}{p}\cos v + 3e$$

Daher kann man durch die theilweise Integration die Gleichung 24 überführen in:

$$33.\quad \left[h - \frac{\lambda r}{1-e^2}\left(\frac{r}{p}+1\right)\frac{r}{p}\sin v\right]' = -\frac{\lambda r'}{1-e^2}\left(\frac{r}{p}+1\right)\frac{r}{p}\sin v + 3e\frac{\lambda r}{1-e^2} + \frac{r}{p}\cos v\left(r\frac{d\Omega}{dr} + \frac{2\left(\frac{p}{r}\right)^2\Omega}{\left(\frac{p}{r}\right)^2 - \lambda\left(\frac{p_r}{r_r}\right)^2}\varepsilon + Q + P\right).$$

Die Glieder auf der rechten Seite der Gleichung enthalten immer noch die Veränderliche r; aber der Coeffizient von r ist jetzt eine Beständige. Aus dieser Stellung lässt sich die Veränderliche r nicht fortbringen. Sollte es vermittelst einer theilweisen Integration geschehen, so würde das Glied rt entstehen. Die mit der Zeit t multiplizirten Glieder sind in den Integralen der Störungsgleichungen zwar unvermeidlich; aber es soll in denselben der Coeffizient von t durchaus nur eine beständige Grösse sein. Ich stelle diese Forderung, weil sie eine einfachere Form der Integrale voraussetzt, und weil sich an ihre Erfüllung weitere Vortheile knüpfen, deren Besprechung dem nächsten § vorbehalten ist. Das Glied rt ist also in dem Integral der Gleichung 33 nicht zulässig, und daraus folgt, dass man die zweifache Quadratur $frdt$ einführen muss. Zu einem ähnlichen Resultat gelangen wir bei der Bestimmung der Veränderlichen h. Wir finden die identische Gleichung

$$\left[\left(\frac{r_r}{p_r}+1\right)\frac{r_r}{p_r}\sin v_r\right]' = 2\lambda(1-e_r^2)\frac{r_r}{p_r}\cos v_r + 3\lambda e_r$$

und durch die theilweise Integration führen wir die Gleichung 26 über in:

$$34.\quad \left[\lambda h - \frac{a+\lambda}{\frac{r}{r_r}-\frac{1}{1-e_r^2}}\left(\frac{r_r}{p_r}+1\right)\frac{r_r}{p_r}\sin v_r\right]' = \frac{r'}{1-e_r^2}\left(\frac{r_r}{p_r}+1\right)\frac{r_r}{p_r}\sin v_r + 3e_r\frac{a+\lambda r}{1-e_r^2} + \frac{r_r}{p_r}\cos v_r\left(r_r\frac{d\Omega}{dr_r} - \frac{2\lambda\left(\frac{p_r}{r_r}\right)^2\Omega}{\left(\frac{p}{r}\right)^2 - \lambda\left(\frac{p_r}{r_r}\right)^2} - Q + P_r\right).$$

Auf der rechten Seite dieser Gleichung kommt die Veränderliche r mit beständigem Coeffizienten vor, und die Integration bringt wieder die zweifache Quadratur $frdt$. Wir bemerken noch, dass die zweifache Quadratur in dem Integral der Gleichung 33 den Faktor $3e\lambda$, und in dem Integral der Gleichung 34 den Faktor $3e_r\lambda$ hat, durch welche Faktoren kleine Bruchwerthe ausgedrückt sind.

Ferner sind zur Bestimmung der Veränderlichen w und w_r die Gleichungen 28. 29 gegeben:

$$w' + \cos i\,\vartheta' + \frac{p^2 - p_0^2 - e^2k}{r^2} = \frac{1}{r^2}\left(\frac{\Omega}{\left(\frac{p}{r}\right)^2 - \lambda\left(\frac{p_r}{r_r}\right)^2} + \lambda r\left(\frac{r}{p}\right)^2 + T - \left(\frac{1}{r^2} + \frac{1}{r_r^2}\right)R\right)$$

$$w_r' + \cos i_r\vartheta' + \lambda\frac{p_r^2 - p_{0r}^2 - e_r^2k}{r_r^2} = -\frac{1}{r_r^2}\left(\frac{\Omega}{\left(\frac{p}{r}\right)^2 - \lambda\left(\frac{p_r}{r_r}\right)^2} + \left(\frac{a}{\lambda}+r\right)\left(\frac{r_r}{p_r}\right)^2 + T - \left(\frac{1}{r^2} + \frac{1}{r_r^2}\right)R\right).$$

Die theilweise Integration hat hier viel Erfolg. Ich werde aber der theilweisen Integration noch einige Abkürzungen vorausschicken. Für den Fall, dass die Störungen der elliptischen Bahnen verschwinden, gehen die Veränderlichen u und u_r beziehungsweise in die Beständigen p_0^2 und λp_{0r}^2 über. Aus den Flächenintegralen bestimmen sich die Veränderlichen i und i_r als Funktionen von n und n_r, und man erhält die Werthe

$$\cos i = \frac{c^2 + n^2 - n_r^2}{2cn}, \qquad \cos i_r = \frac{c^2 + n_r^2 - n^2}{2cn_r}.$$

Bezeichnen i_0 und i_{0r} diejenigen Beständigen, in welche die Veränderlichen i und i_r für den Fall, dass die Störungen verschwinden, übergehen, so hat man die Werthe

$$\cos i_0 = \frac{c^2 + p_0^4 - \lambda^2 p_{0r}^4}{2cp_0^2}, \qquad \cos i_{0r} = \frac{c^2 + \lambda^2 p_{0r}^4 - p_0^4}{2c\lambda p_{0r}^2}$$

Digitized by Google

und die Differenzen $\cos i_0 - \cos i$, $\cos i_0 - \cos i$ sind Störungsglieder der ersten Ordnung. Ich multiplizire nun die Gleichungen 28.29 beziehungsweise mit p_0^2 und λp_0^2, und schreibe zur Abkürzung:

$$N = p_0^2 (\cos i_0 - \cos i)\vartheta' + \left(1 - \frac{p_0^2}{p^2}\right)\left[\left(\frac{p}{r}\right)^2 (p^2 - p_0^2 - ek) - \lambda\nu\right] + \frac{p_0^2}{r^2}\left[T - \left(\frac{1}{r^2} + \frac{1}{r_1^2}\right) R\right]$$

$$N_1 = \lambda p_0^2 (\cos i_0 - \cos i_1)\vartheta' + \left(1 - \frac{p_0^2}{p_1^2}\right)\left[\lambda^2 \left(\frac{p_1}{r_1}\right)^2 (p_1^2 - p_0^2 - e_1 k_1) + \alpha + \lambda\nu\right] - \frac{\lambda p_0^2}{r_1^2}\left[T - \left(\frac{1}{r^2} + \frac{1}{r_1^2}\right) R\right]$$

Die Störungsgleichungen geben dann über in:

$$p_0^2 (w + \cos i_0 \vartheta)' + \left(\frac{p}{r}\right)^2 (p^2 - p_0^2 - ek) = \frac{p_0^2}{p^2} \frac{\left(\frac{p}{r}\right)^2 \Omega}{\left(\frac{p}{r}\right)^2 - \lambda\left(\frac{p_1}{r_1}\right)^2} + \lambda\nu + N$$

$$\lambda p_0^2 (w_1 + \cos i_0 \vartheta)' + \lambda^2 \left(\frac{p_1}{r_1}\right)^2 (p_1^2 - p_0^2 - e_1 k_1) = -\frac{p_0^2}{p_1^2} \frac{\lambda \left(\frac{p_1}{r_1}\right)^2 \Omega}{\left(\frac{p}{r}\right)^2 - \lambda\left(\frac{p_1}{r_1}\right)^2} - \alpha - \lambda\nu + N_1 ,$$

wo N und N_1 Störungsglieder der zweiten Ordnung sind.

Die theilweise Integration bewerkstelligt sich vermittelst der im § 2 aufgestellten Gleichungen:

$$\zeta = \frac{r}{p}(k \cos v + h \sin v), \qquad \zeta' = -k \sin v + h (\cos v + e).$$

Durch die Elimination von h entsteht

$$\zeta \frac{p}{r}(\cos v + e) - \zeta' \sin v = \frac{p}{r} k .$$

Daraus folgt dann die Gleichung

$$\left(\frac{p}{r}\right)^2 k = \zeta \left(\frac{p}{r}\right)^2 (\cos v + e) + \zeta \left(\frac{p}{r} \sin v\right)' - \left(\zeta \frac{p}{r} \sin v\right)'$$
$$= 2\zeta \left(\frac{p}{r}\right)^2 \cos v - \left(\zeta \frac{p}{r} \sin v\right)'.$$

Mit Rücksicht darauf, dass $p^2 - p_0^2 = 2\zeta \left(\frac{p}{r}\right)^2$ ist, erhält man ferner

$$\left(\frac{p}{r}\right)^2 (p^2 - p_0^2 - ek) = 2\zeta \left(\frac{p}{r}\right)^3 + \left(\zeta \frac{p}{r} e \sin v\right)' .$$

Zur Bestimmung von ζ ist die Gleichung 9 gegeben:

$$\zeta'' + \left(\frac{p}{r}\right)^3 \zeta = q + r \frac{d\Omega}{dr} + P ,$$

mit deren Hilfe wir die vorige Gleichung überführen in:

$$\left(\frac{p}{r}\right)^2 (p^2 - p_0^2 - ek) = \left(-2\zeta' + \zeta \frac{p}{r} e \sin v\right)' + 2\left(q + r \frac{d\Omega}{dr} + P\right) .$$

Wir setzen noch die Werthe ζ und ζ' ein, ferner den durch die Gleichung 21 gegebenen Werth q und haben:

$$\left(\frac{p}{r}\right)^2 (p^2 - p_0^2 - ek) = \left[\left(\frac{p}{r} + 1\right)(k \sin v - h \cos v) - he\right]'$$
$$+ 2\left(r \frac{d\Omega}{dr} + \frac{\left(\frac{p}{r}\right)^2 \Omega}{\left(\frac{p}{r}\right)^2 - \lambda\left(\frac{p_1}{r_1}\right)^2} + 2\lambda\nu + Q + P\right) .$$

(Schluss folgt.)

Inhalt:

Zu Nr. 2315. *August Weiler.* Das Problem der drei Körper in der neuen Störungstheorie. (Fortsetzung.) 161.

Kiel Juni 5. 1880. Druck von C. F. Mohr.

Digitized by Google

Astronomische Nachrichten.

Expedition auf der Königlichen Sternwarte bei Kiel.

Herausgeber: Dr. C. F. W. Peters.

Band 97. **Nr. 2316.** 12.

Note sur un procédé pratique pour établir l'accord entre plusieures bases d'une triangulation.

Le procédé pratique que je vais exposer s'applique au cas où l'on veut établir l'accord entre un nombre quelconque de bases reliées par un réseau trigonométrique déjà compensé et auquel l'on ne veut plus apporter de nouvelles corrections.

I.

Soyent λ_1, λ_2, $\lambda_3 \ldots$, λ_n les longueurs mesurées des bases, au nombre de n, existant dans notre réseau. Nous pouvons calculer la valeur des $n-1$ premières, en fonction de la dernière λ_n. L'expression d'une base quelconque λ_q en fonction de λ_n aura la forme

$$\lambda_q = k_q \lambda_n,$$

dans laquelle

$$k_q = \frac{\sin\alpha' \sin\alpha'' \sin\alpha''' \ldots}{\sin\beta' \sin\beta'' \sin\beta''' \ldots}$$

sera une fonction des angles α et β du réseau qui réunit la base λ_n à la base λ_q.

Or, comme le réseau est compensé, la valeur du coefficient k_q sera invariable, quelle que soit la filiation de triangles adoptée pour partir de la base λ_n et arriver à la base λ_q.

Mais, comme dans la compensation l'on n'a pas établi la condition de l'accord des bases, il s'ensuit que généralement la condition

$$\lambda_q = k_q \lambda_n$$

ne sera pas satisfaite. Pour satisfaire à cette condition il faudrait corriger les angles du réseau et en conséquence la valeur de k_q, et les bases λ_q et λ_n.

Mais comme le réseau est déjà compensé et qu'il serait très compliqué d'y apporter de nouvelles corrections sans en déranger l'accord géométrique, il faudra que nous nous contentions de faire des corrections très petites x_q et x_n aux deux bases λ_q et λ_n. Ce qui nous donnera la relation $\lambda_q + x_q = k_q (\lambda_n + x_n)$.

Soit ε_q la correction à faire subir à l'unité de longueur de la base λ_q et ε_n la correction de l'unité de longueur pour la base λ_n; la relation précédente deviendra

$$\lambda_q (1 + \varepsilon_q) = k_q \lambda_n (1 + \varepsilon_n).$$

En prenant les logarithmes et appelant m le module 0.4342944...., l'on aura:

$$\log \lambda_q - \log k_q \lambda_n = m\varepsilon_n - m\varepsilon_q.$$

Le premier membre de cette égalité est la différence entre le logarithme de la valeur mesurée de λ_q et le logarithme de sa valeur calculée $k_q \lambda_n$; cette différence nous nommerons A_q, et nous aurons

$$A_q = m\varepsilon_n - m\varepsilon_q.$$

En appliquant ce raisonnement à toutes les $n-1$ bases depuis λ_1 jusqu'à λ_{n-1}, ou ce qui revient au même en donnant à q toutes les valeurs entières entre 1 et $n-1$, nous aurons $n-1$ équations de condition entre les n bases de notre réseau trigonométrique. Voici ces équations:

$$A_1 = m\varepsilon_n - m\varepsilon_1, \qquad A_2 = m\varepsilon_n - m\varepsilon_2,$$
$$A_3 = m\varepsilon_n - m\varepsilon_3, \ldots\ldots A_{n-1} = m\varepsilon_n - m\varepsilon_{n-1}.$$

Joignons à ces $n-1$ équations celle du minimum du carré des erreurs:

$$p_1\varepsilon_1^2 + p_2\varepsilon_2^2 + p_3\varepsilon_3^2 + \ldots + p_{n-1}\varepsilon_{n-1}^2 + p_n\varepsilon_n^2 = \text{min.}$$

et nous pourrons ainsi obtenir les valeurs plus convenables pour les ε.

Mais la difficulté consiste à donner aux différents poids p la valeur la plus plausible. La première idée qui se présenterait serait celle de faire dépendre la valeur de ces poids de la valeur de l'erreur moyenne des bases; mais la rigueur de cette méthode n'est qu'apparente, car les corrections ε sont dues en plus grande partie aux erreurs des mesures angulaires qu'aux erreurs des mesures de bases. Ceci nous conseille de choisir la solution la plus simple, qui revient à attribuer le même poids à chaque unité de longueur des bases et à poser $p_1 = p_2 = p_3 \ldots\ldots = p_n = 1$.

Digitized by Google

Dans cette hypothèse l'erreur moyenne des bases serait proportionnelle à la racine carrée de leur longueur, ce qui est très admissible pour des bases mesurées avec le même appareil et la même méthode.

Cela posé, soyent I, II, III, ... $(N-1)$ les corrélatifs des équations de condition; nous aurons les équations corrélatives suivantes:

$$\varepsilon_1 = -m\,\mathrm{I}, \quad \varepsilon_2 = -m\,\mathrm{II}, \ldots\ldots \varepsilon_{n-1} = -(N-1),$$
$$\varepsilon_n = m\,\mathrm{I} + m\,\mathrm{II} + m\,\mathrm{III} + \ldots\ldots + m\,(N-1).$$

Il n'est pas même besoin de former les équations normales, il suffit d'ajouter membre à membre les équations corrélatives pour avoir:

$$[\varepsilon] = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 + \ldots\ldots + \varepsilon_{n-1} + \varepsilon_n = 0.$$

Soyent respectivement c_1, c_2, c_3, ... c_n les corrections à faire subir aux logarithmes des bases; comme les ε sont très petits l'on pourra toujours poser

$$c = \log(1+\varepsilon) = m\,\varepsilon,$$

et alors la relation $[\varepsilon] = 0$, nous conduit à la relation

$$[c] = c_1 + c_2 + c_3 + \ldots\ldots + c_{n-1} + c_n = 0.$$

Soit S_q la valeur d'un côté quelconque S, déduite de la base λ_q; l'on aura en général, H_q étant une quantité analogue à k_q,

$$S_q = H_q\,\lambda_q,$$

ou
$$\log S_q = \log H_q + \log \lambda_q.$$

Pourtant, soit S la valeur corrigée du côté que l'on considère, l'on aura évidemment

$$\log S = \log H_q + \log \lambda_q + c_q = \log S_q + c_q;$$

égalité qui existera pour toutes les valeurs de l'indice q depuis $q = 1$ jusqu'à $q = n$.

Nous aurons donc:

$$\begin{aligned}
\log S &= \log S_1 + c_1 \\
\log S &= \log S_2 + c_2 \\
\log S &= \log S_3 + c_3 \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots \\
\log S_{n-1} &= \log S_{n-1} + c_{n-1} \\
\log S_n &= \log S_n + c_n.
\end{aligned}$$

Ajoutons ces équations et nous aurons:

$$n \log S = \log S_1 + \log S_2 + \ldots + \log S_{n-1} + \log S_n + [c].$$

Mais nous avons vu précédemment que $[c] = 0$, donc nous aurons:

$$\log S = \frac{\log S_1 + \log S_2 + \log S_3 + \ldots + \log S_n}{n}$$

C'est à dire que la solution cherchée s'obtient en prenant la moyenne des logarithmes de chaque côté calculé en partant de chacune des bases.

Il est facile de voir que ceci reviendrait à prendre la moyenne géométrique de n valeurs de chaque côté.

Il parait qu'un procédé analogue a été suivi par les géodètes anglais.

II.

Tout se réduirait donc à prendre pour valeur du logarithme de chaque côté la moyenne des logarithmes de ce même côté obtenu en partant des différentes bases.

Cette méthode a un grand avantage sur celle qui consisterait à prendre la moyenne des valeurs des côtés eux-mêmes, en ce sens que cette dernière méthode attribue le même poids aux bases, quelle que soit leur longueur; tandis que la méthode expliquée dans cette note tient compte de la longueur des bases.

Ce procédé n'est pas exempt d'objections. En effet, comme le désaccord entre les bases résulte en grande partie des observations angulaires, il parait peu raisonnable de faire supporter la correction par les bases. Et cette objection est d'autant plus sérieuse que les corrections que l'on fait subir aux bases sont supérieures aux erreurs d'observation dont peuvent être affectées les bases mêmes. On peut encore objecter que par notre procédé de compensation les côtés éloignés des bases sont corrigés comme les côtés qui se trouvent près des bases mêmes, tandis que l'inexactitude des valeurs des côtés augmente avec leur éloignement des bases.

Néanmoins nous osons recommander notre méthode par le fait même que la somme des corrections que subit chaque unité de longueurs est nulle et que par conséquent le dérangement qui peut résulter en appliquant ces corrections à tout le système est minime. Il n'y a pas besoin d'insister sur la simplicité de la méthode proposée.

Au reste tout autre procédé qui voudrait éviter de corriger la valeur des angles déjà compensés présenterait des inconvénients analogues à ceux que nous avons énoncés. En effet si la valeur des angles des triangles du système donné doit rester invariable il faudra que le nouveau système destiné à établir l'accord entre les bases constitue une figure géométrique semblable à celle du système précédent, et que par conséquent les nouvelles valeurs des côtés soyent proportionnelles aux valeurs anciennes et indépendantes de leur éloignement des bases.

Digitized by Google

III.

Exemple pris des triangulations italiennes:

Soit λ_1 la base de Catania,
λ_2 celle du Crati,
λ_3 celle de Foggia.

Les logarithmes des valeurs mesurées de ces bases sont respectivement

$$\left.\begin{aligned} \log \lambda_1 &= 3.2774570.5 \\ \log \lambda_2 &= 3.1754905.4 \\ \log \lambda_3 &= 3.3046132.2 \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

Or les valeurs de $\log \lambda_1$ déduites en partant des autres deux bases ont respectivement les deux valeurs

$$\left.\begin{aligned} \log \lambda_1 &= 3.2774557.4 \\ \log \lambda_1 &= 3.2774633.9 \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

La moyenne des trois valeurs de $\log \lambda_1$ est

$$\log \lambda_1 = 3.2774587\,3,$$

qui diffère de la valeur (1) de $+16.8$ unités du septième ordre. Ainsi il suffira d'ajouter 16.8 unités du septième ordre à tous les logarithmes des côtés calculés sur la base λ_1 pour avoir leur valeur compensée.

De même calculons les deux valeurs de $\log \lambda_2$ en partant de la base λ_1 et de la base λ_3, l'on aura:

$$\left.\begin{aligned} \log \lambda_2 &= 3.1754918.5 \\ \log \lambda_2 &= 3.1754981.9 \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

La moyenne de ces deux valeurs de $\log \lambda_2$ avec celle donnée par le tableau (1) est

$$\log \lambda_2 = 3.1754935.3,$$

valeur qui diffère de 29.9 unités du septième ordre en plus du logarithme de la base mesurée λ_2. L'on devra donc ajouter à tous les logarithmes des côtés calculés sur la base λ_2 29.9 unités du septième ordre.

Enfin en procédant de la même manière pour la base λ_3, l'on aura la moyenne de la valeur (1) et des deux valeurs suivantes:

$$\begin{aligned} \log \lambda_3 &= 3.3046068.8 \\ \log \lambda_3 &= 3.3046055.7, \end{aligned}$$

qui est

$$\log \lambda_3 = 3.3046085.6$$

valeur qui diffère de -46.6 unités du septième ordre de la valeur du logarithme de la base mesurée. Il faudra donc soustraire 46.6 unités du septième ordre décimal de tous les logarithmes des côtés calculés avec la base λ_3.

Par ce procédé il n'y aura plus de contradiction entre les trois valeurs de chaque côté déduites des trois bases λ_1, λ_2, λ_3.

Florence, Avril 1880.

A. Ferrero.

Ueber den Einfluss der Wahl verschiedener Nullrichtungen auf die Ausgleichung von Richtungsbeobachtungen.

Sind auf einer Station nach der Bessel'schen Satzmethode die Richtungen verschiedener zum Dreiecksnetz gehöriger Punkte beobachtet worden, so kann man zum Zwecke der Ausgleichung zunächst eine beliebige dieser Richtungen als Nullrichtung annehmen. Es ist nun die Frage aufgeworfen worden, wie bei Wahl einer andern Nullrichtung die hieraus hervorgehenden Endgleichungen zur Bestimmung der wahrscheinlichsten Richtungen sowie die sogenannten Gewichtsgleichungen mit den früheren zusammenhängen.

Sind z. B. 4 Richtungen 1.) 2.) 3.) 4.) beobachtet worden, und sind die aus der Stationsausgleichung hervorgehenden wahrscheinlichsten Werthe derselben o, A_1, B_1, C_1, so werden diese in bekannter Weise durch Gleichungen folgender Form bestimmt:

$$\begin{aligned} (aa)_1\ A_1 + (ab)_1\ B_1 + (ac)_1\ C_1 &= (an)_1 \\ (ba)_1\ A_1 + (bb)_1\ B_1 + (bc)_1\ C_1 &= (bn)_1 \\ (ca)_1\ A_1 + (cb)_1\ B_1 + (cc)_1\ C_1 &= (cn)_1 \end{aligned} \quad (1)$$

Bedeuten sodann $(1)_1$, $(2)_1$, $(3)_1$ die Verbesserungen, die A_1, B_1, C_1, noch in Folge der Netzausgleichung erhalten, und $[1]_1$, $[2]_1$, $[3]_1$ die entsprechenden Zuwachse von $(an)_1$, $(bn)_1$, $(cn)_1$, so giebt die Auflösung der Gleichungen

$$(aa)_1\ (1)_1 + (ab)_1\ (2)_1 + (ac)_1\ (3)_1 = [1]_1 \text{ u. s. w.}$$

nach $(1)_1$, $(2)_1$, $(3)_1$ die Gewichtsgleichungen:

$$\begin{aligned} (1)_1 &= (\alpha\alpha)_1\ [1]_1 + (\alpha\beta)_1\ [2]_1 + (\alpha\gamma)_1\ [3]_1 \\ (2)_1 &= (\alpha\beta)_1\ [1]_1 + (\beta\beta)_1\ [2]_1 + (\beta\gamma)_1\ [3]_1 \\ (3)_1 &= (\alpha\gamma)_1\ [1]_1 + (\beta\gamma)_1\ [2]_1 + (\gamma\gamma)_1\ [3]_1. \end{aligned} \quad (2)$$

Denke ich mir jetzt eine andere Richtung als Nullrichtung gewählt, so dass den Richtungen 2.) 3.) 4.)

Digitized by Google

1.) die wahrscheinlichsten Werthe 0, A_2, B_2, C_2, entsprechen, so erhalte ich wieder zwei Systeme von Gleichungen von der Form (1) und (2), nur alles mit dem Index 2 versehen.

Es ist zunächst klar, dass auch bei dieser Art der Ausgleichung die wahrscheinlichsten Winkel genau dieselben, wie früher werden müssen, da genau dieselben Winkelbeobachtungen benutzt sind. Es muss also werden

$$\begin{aligned} A_1 &= \quad - C_2 \\ B_1 &= A_2 - C_2 \\ C_1 &= B_2 - C_2. \end{aligned}$$

Setzen wir diese Werthe in (1) ein, so folgt:

$$\begin{aligned} -(ab)_1\ A_2 - (ac)_1\ B_2 + [(aa)_1 + (ab)_1 + (ac)_1]\ C_2 &= -(an)_1 \\ +(bb)_1\ A_2 + (bc)_1\ B_2 - [(ba)_1 + (bb)_1 + (bc)_1]\ C_2 &= \quad (bn)_1 \\ +(cb)_1\ A_2 + (cc)_1\ B_2 - [(ca)_1 + (cb)_1 + (cc)_1]\ C_2 &= \quad (cn)_1. \end{aligned}$$

Ziehen wir die beiden letzten dieser Gleichungen von der ersten ab und schreiben die so entstehende Gleichung als letzte, so erhalten wir das System:

$$\begin{aligned} (bb)_1\ A_2 + (bc)_1\ B_2 - [(ba)_1 + (bb)_1 + (bc)_1]\ C_2 &= (bn)_1 \\ (cb)_1\ A_2 + (cc)_1\ B_2 - [(ca)_1 + (cb)_1 + (cc)_1]\ C_2 &= (cn)_1 \\ -[(ab)_1 + (bb)_1 + (cb)_1]\ A_2 - [(ac)_1 + (bc)_1 + (cc)_1]\ B_2 + [(aa)_1 + (bb)_1 + (cc)_1 + 2(ab)_1 + 2(ac)_1 + 2(bc)_1]\ C_2 &= -(an)_1 - (bn)_1 - (cn)_1 \end{aligned} \tag{3}$$

Diese symmetrischen Gleichungen müssen identisch mit denen sein, die man durch directe Ausgleichung für den zweiten Fall erhalten haben würde. Man sieht hieraus, wie die Coefficienten und constanten Glieder von (3) sich einfach aus denen von (1) zusammensetzen.

Wäre eine andere Richtung als Nullrichtung gewählt worden, so brauchte man nur die entsprechenden Vertauschungen vorzunehmen. Ebenso ist die Ausdehnung auf mehr als 4 Richtungen einfach.

$$\begin{aligned} (1)_2 &= [(aa)_1 + (\beta\beta)_1 - 2(a\beta)_1]\ [1]_2 + [(aa)_1 + (\gamma\gamma)_1 - (a\beta)_1 - (a\gamma)_1]\ [2]_2 + [(aa)_1 - (a\beta)_1]\ [3]_2 \\ (2)_2 &= [(aa)_1 + (\beta\gamma)_1 - (a\beta)_1 - (a\gamma)_1]\ [1]_2 + [(aa)_1 + (\gamma\gamma)_1 - 2(a\gamma)_1]\ [2]_2 + [(aa)_1 - (a\gamma)_1]\ [3]_2 \\ (3)_2 &= [(aa)_1 - (a\beta)_1]\ [1]_2 + [(aa)_1 - (a\gamma)_1]\ [2]_2 + (aa)_1\ [3]_2. \end{aligned} \tag{4}$$

Auch hier sind die Coefficienten einfach aus denen von (2) zusammengesetzt.

Da endlich die 3 neuen Grössen $(1)_2$, $(2)_2$, $(3)_2$ und ebenso $[1]_2$, $[2]_2$, $[3]_2$ einfach, und zwar linear, von den entsprechenden früheren abhängen, so müssen auch nach der Netzausgleichung, mag man für die Stationsausgleichung eine Nullrichtung nehmen, welche man will, dieselben Winkel und dieselben Gewichte für dieselben hervorgehen.

Beispiel.

Nach der ersten Auflage der Hauptdreiecke der Königl. preussischen Landestriangulation, Seite 23, erhält man für die Station Piktupöhnen die beiden Gleichungssysteme*):

*) Vergl. den Aufsatz von Wittstein in der Nr. 1653 der Astr. Nachr. — Die Angabe der Beobachtung von E_1 im 8. Satz musste um 0″·01 geändert werden, um sie mit der zweiten Auflage in Uebereinstimmung zu bringen.

Ferner folgt aus Obigem:

$$\begin{aligned} (1)_1 &= \quad -(3)_2\ ;\ [1]_1 = -[1]_2 - [2]_2 - [3]_2 \\ (2)_1 &= (1)_2 - (3)_2\ ;\ [2]_1 = \quad [1]_2 \\ (3)_1 &= (2)_2 - (3)_2\ ;\ [3]_1 = \quad [2]_2. \end{aligned}$$

Setzt man diese Werthe in (2) ein, so erhalt man die neuen Gewichtsgleichungen:

$$\begin{aligned} 28\ A_1 - 8\ B_1 - 12\ C_1 &= -14.43 \\ 8\ A_1 + 16\ B_1 &= +2.20 \\ -12\ A_1 + 12\ C_1 &= +5.97. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (1)_1 &= +0.08333\ [1]_1 + 0.04167\ [2]_1 + 0.08333\ [3]_1 \\ (2)_1 &= +0.04167\ [1]_1 + 0.08333\ [2]_1 + 0.04167\ [3]_1 \\ (3)_1 &= +0.08333\ [1]_1 + 0.04167\ [2]_1 + 0.16667\ [3]_1. \end{aligned}$$

In der zweiten Auflage der Hauptdreiecke ist die Richtung A_1 zur Nullrichtung genommen (Seite 125), also unserer obigen Entwickelung entsprechend. Wendet man demnach auf dieses Beispiel die Gleichungen (3) und (4) an, so erhält man

$$\begin{aligned} 16\ A_2 - 8\ C_2 &= +2.20 \\ 12\ B_2 &= +5.97 \\ -8\ A_2 + 16\ C_2 &= +3.26 \end{aligned}$$

Digitized by Google

$$(1)_2 = +0.08333\,[1]_2 + 0\,[2]_2 + 0.04167\,[3]_2$$
$$(2)_2 = 0\,[1]_2 + 0.08333\,[2]_2 + 0\,[3]_2$$
$$(3)_2 = +0.04167\,[1]_2 + 0\,[2]_2 + 0.08333\,[3]_2.$$

Diese letzten Gleichungen stimmen natürlich mit den am angeführten Orte stehenden überein.

Berlin, 1. April 1880.

Dr. *A. Börsch.*

Bestimmung einer elliptischen Bahn des grossen Cometen 1880 *a*.

In Nr. 2308 dieser Nachrichten hatte Herr Professor Weiss in Wien sehr interessante Untersuchungen über die Identität des grossen südlichen Cometen dieses Jahres mit dem von 1843 I angestellt. Auf diesen Beobachtungen basirend habe ich mich entschlossen unter der Vorannahme einer grossen Axe von 11.08690 eine elliptische Bahn des Cometen zu berechnen. Ich erlaube mir nun die vorläufigen Resultate dieser Untersuchung mitzutheilen.

Der Rechnung liegen zu Grunde die in der Anfangs citirten Nummer der A. N. verzeichneten Beobachtungen von Cordoba, und zwar die von Februar 6, 12 und 19. Die vorläufige parabolische Bahn von Gould, welche aus Februar 6, 12 und 18 abgeleitet ist, diente mir zunächst zur ungefähren Bestimmung der Abstände des Cometen von der Erde an den betreffenden Beobachtungsmomenten. Mit Hülfe dieser Abstände corrigirte ich das Material wegen Aberration und Parallaxe.

Die mit diesem verbesserten Material gefundenen Elemente sind die folgenden:

$T = 1880$ Januar 27.47964 m. Z. Berlin
$\Omega = 356°16'43''2$
$w = 77\ 53\ 55.9$ } mittl. Aequin. 1880.0
$i = 143\ 7\ 46.8$
$a = 11.08690$
$\lg e = 9.9997682 \quad (q = 88''7''41''55)$
$\lg q = 7.7720095$

Diese Bahn stellt die mittlere Beobachtung bis auf eine halbe Bogenminute wieder dar. Ich behalte mir vor über die definitive Verbesserung obiger Elemente Näheres später mitzutheilen.

Vor der Hand ist es nur meine Absicht auf die ungemeine Aehnlichkeit dieser Bahn mit derjenigen hinzuweisen, welche Herr Professor Plantamour aus den Genfer Beobachtungen des Cometen von 1843 abgeleitet und in seinem Werke »Observations astronomiques, faites à l'observatoire de Genève dans l'année 1844,« veröffentlicht hat. Diese sind nämlich:

$T = 1843$ Februar 27.33377
$\lg e = 9\ 9996162$
$\lg q = 7.8394780$
$\Omega = 355°46'48''4$ } mittl. Aequin. 1880.0
$w = 77\ 43\ 57.9$
$i = 143\ 1\ 31.2$

Die Abweichungen der Winkelgrössen übersteigen nicht einen halben Grad, während allerdings e und q wegen der Vorannahme einer zu kleinen Halbaxe etwas verschieden ausgefallen sind. Herr Plantamour setzte für die Umlaufszeit des Cometen nur 21.875 Jahre, also $a = 7.82165$.

Der Comet war damals bekanntlich am 28. Febr. am Tage nahe bei der Sonne gesehen worden. Clarke in Portland machte an diesem Tage eine Sextantenbeobachtung des Cometen, indem er seine kürzeste Distanz von der Sonne mass. Diese einen Tag nach dem Periheldurchgang des Cometen gemachte Beobachtung wird durch die angeführten Elemente ebenso gut innerhalb der Grenzen der Beobachtungsfehler wiedergegeben wie die späteren und aus diesem Umstande muss der Plantamour'schen Bahn der Vorrang vor andern, in letzter Zeit öfters genannten Bahnen, welche jene Bedingung nicht in so vollkommener Weise erfüllen, eingeräumt werden. Namentlich weicht die Hubbard'sche Bahn sehr bedeutend von der des Herrn Plantamour ab. Dass die oben mitgetheilten elliptischen Elemente des diesjährigen Cometen eine so grosse Aehnlichkeit mit den letztgenannten besitzen, scheint mir ein weiterer Beweis für die Vorzüglichkeit jener alten Elemente, welche in dem Olbers'schen Verzeichniss gleichwohl nicht aufgeführt sind.

Genf, am 7. Mai 1880.

Dr. *M. Wilhelm Meyer.*

Digitized by Google

Osservazioni di pianeti fatte all' Equatoriale di

Data 1880	Tempo medio di Roma	Nome del pianeta	$\alpha_p - \alpha$	$\delta_p - \delta$	Correzione per differenza di rifrazione a $\delta_p - \delta$	Parallasse in α_p	Parallasse in δ_p	α_p apparente	δ_p apparente
1 Marzo	10h18m23s	Giunone	— 2m 5s64	+ 8′32″64	+ 0″23		+3″23	10h17m16s88	5°19′ 8″ 8
1	9 40 31	Urano	+ 3 11.71	— 1 31 69	—		0.41	10 35 11.82	9 47 35. 4
3	9 58 14	Cerere	— 0 20.41	— 8 0.98	— 0.14		1.23	9 50 14.69	29 36 21. 3
9	10 35 40	Ebe	+ 0 13.80	— 7 26.00	— 0.17		2.35	11 59 18.43	14 0 44. 2
9	11 0 3	„	+ 0 12.77	— 7 17.40			2.30	11 59 17.40	14 0 52. 6
11	10 44 26	„	— 1 27.95	+ 11 49.46	+ 0.27		2.30	11 57 36.69	14 19 59. 9
19	9 51 19	„	+ 1 29.61	— 14 31.54	— 0.33		2.21	11 50 44.71	15 31 53. 9
20	10 8 19	„	+ 0 37.25	— 6 8.02	— 0.13		2.15	11 49 52.36	15 40 17.65
21	10 42 44	„	— 0 15.62	+ 2 16.75	—		2.08	11 48 59.50	15 48 42. 6
31	8 53 8	„	+ 3 14.78	— 0 19.01	—		2.01	11 40 53.83	16 58 41. 2
19	11 55 59	Diana	+ 0 54.44	— 15 0.16	— 0.65		5.27	12 8 26.15	—9 5 54. 5
20	10 57 9	„	— 0 3.59	— 13 21.86	— 0.59		5.26	12 7 28.12	—9 4 16. 2
21	11 16 56	„	— 1 4.98	— 11 25.68	— 0.45		5.28	12 6 26.74	—9 2 19. 9
1 Aprile	9 55 39	Nemausa	+ 0 0.98	+ 1 49.22	—	—0″26	5.00	13 39 2.03	—2 41 9. 1
3	10 33 11	„	— 1 52.62	+ 5 50.28	+ 0.21	—0 20	5.02	13 37 30.57	—2 19 6. 1
6	10 32 23	„	— 1 35.95	+ 5 46.77	+ 0.21	—0.18	+5.00	13 35 10.56	—1 46 13. 0

La lettera T significa Tacchini, la lettera M Millosevich, al quale devonsi tutti i calcoli.

(1) La stella di confronto fu dedotta così : $\frac{1}{3}$ [2 Ll + 2 Arg + 1 Weisse]. La stella è in Lalande due volte ripetuta ai numeri 20558 e 20560, ma l' AR di quest' ultima ha un errore di + 10s. In Argelander VI. 2380 la stella fu osservata due volte, 2 e 3 Maggio 1862. In Weisse è H 10, 547.

(2) $\frac{1}{3}$ [Rümker + Weisse + Lamont] senza tener conto del moto proprio che si potrebbe ricavare dalle singole posizioni.

Digitized by Google

Merz dell' Osservatorio del Collegio Romano.

Stella di confronto	Equinozio medio 1880.0 α	Equinozio medio 1880.0 δ	Riduzione al luogo apparente in α	Riduzione al luogo apparente in δ	Numero dei confronti	Osservatore	Correzione apparente all' Effemeride
Z. Mon.: $+3^{o}+9^{o}221$	$10^{h}19^{m}19^{s}64$	$5^{o}10'48''4$	$+2^{s}88$	$-15''8$	5	M	$+5^{s}18$ $-11''9$
(1)	10 31 57.18	9 49 22.7	2.93	16.1	5	M	-0.05 $+6.0$
H 9 We 1044	9 50 31.81	29 44 33.0	3.29	11.8	10	M	$+10.11$ -43.8
H 11 We 980	11 59 1.67	14 8 26.9	2.96	18.85	10	M	$+7.19$ -0.9
—	—	—			5	M	$+7.02$ -2.5
—	—	—	2.97	18.95	9	T	$+7.11$ -10.1
H 11 We 927	11 49 12.05	15 46 42.1	3.05	18 5	8	T	$+6.55$ -10.5
—	—	—	3.06	18.5	11	T	$+6.39$ -0.05
—	—	—	3.07	18.4	5	T	$+5.95$ -5.9
Rümker 3715 H 11	11 37 35.97	16 59 15.35	3.08	17.1	4	M	$+6.71$ -8.7
83 H 12 Weisse	12 7 28.77	-8 50 39.8	2.94	19.1	5	T	-7.05 $+57.9$
—	—	—	2.94	19.2	14	T	-7.10 $+62.3$
—	—	—	2.95	19.2	6	T	-7.25 $+61.8$
646 H 13 We:	13 38 58.30	-2 42 44.1	3.01	19.2	8	M	$+5.79$ $+80.1$
Z. Mon. $4147+3^{o}-3^{o}$	13 39 20.36	-2 24 42.4	3.03	19.3	4	M	$+5.53$ $+76.9$
(2)	13 36 43.63	-1 51 45.7	$+3.06$	-19.4	4 (nubi)	T	$+5.63$ $+93.8$

Roma 10. Aprile 1880.

Il Direttore

P. Tacchini.

Digitized by Google

Formulae for some double stars.

$\varkappa$ 138	$\vartheta = 25°65$	$+ 0°295\,(t-1850)$		$\varrho = 1''493$	
262	269 55	$- 0.225$	—	1.984	
300	300.67	$+ 0.151$	—	2.992	
566	304.32	$- 0.326$	—	1.620	
622	176 93	$- 0.161$	—	2.520	
712	52.43	$+ 0.149$	—	2.992	
941	78.81	$+ 0.043$	—	1.935	
948	144.45	$- 0.515$	—	1.654	
1126	136.70	$+ 0.230$	—	1.393	
2545	316.98	$+ 0.074$	—	3.616	
2624	176.74	$- 0.038$	—	1.960	
$\varkappa$ 2998	$\vartheta = 345.88$	$+ 0.044$	—	$\varrho = 13.721$	

$\varkappa$ 314	$\vartheta = 296°86$	$+ 0°172\,(t-1850)$	$- 0°00052\,(t-1850)^2$	$\varrho = 1''440$	$+0''0043\,(t-1850)$	
742	250.88	$+ 0.187$ —	$- 0.00032$ —	3.330	$+0.0057$	—
1734	198.71	$- 0.335$ —	$+ 0.00273$ —	0.945	$+0.0077$	—
1944	338.36	$- 0.150$ —	$- 0.00089$ —	1.240	-0.0080	—
2323	3.11	$- 0.140$ —	$+ 0.00048$ —	3.325	$+0.0115$	—
2576	313.38	$- 0.306$ —	$- 0.00087$ —	3.425	-0.0097	—
$\varkappa$ 2947	72.43	$- 0.167$ —	$+ 0.00055$ —	3.180	$+0.0105$	—
$o.\varkappa$ 278	142.60	$- 0.904$ —	$+ 0.00646$ —	0.420	$+0.0030$	—
$\varkappa$ 1785	$\vartheta = 179.15$	$+ 0.771$ —	$+ 0.00585$ —	$+ 0°000176\,(t-1850)^3$		
				$\varrho = 3''230$	$- 0''0245$	$(t-1850)$
					$- 0.00055$	$(t-1850)^2$

$\varkappa$ 2384	$\vartheta = 327°14$	$+ 1°157\,(t-1850)$	$\varrho = 0''479$	$- 0''0200\,(t-1850)$	
2438	334.67	$- 0.328$ —	0.593	$- 0.0056$ —	
1830	273.55	$+ 0.482$ —	5.310	$+ 0.0190$ —	$- 0''00027\,(t-1850)^2$
$\varkappa$ 1306	$\vartheta = 258.36$	$- 0.385$ —	$- 0°00350\,(t-1850)^2 - 0°000017\,(t-1850)^3$		
			$\varrho = 3''920 - 0''0505\,(t-1850) + 0''00015\,(t-1850)^2$.		

Markree 1880, April 5. *W. Doberck.*

Berichtigungen.

A. N. Nr. 2292 S. 177 Z. 8 v. u. st. $\frac{ds}{du}u$, l. $\frac{d\,s}{du}$,
S. 178 Z. 16 st. $c^2 - n^2$ l. $c^2 + n^2$

A. N. Nr. 2311 S. 108 Z. 18 v. o. st. lt, l. l_t

A. N. Nr. 2313 S. 129 Z. 4 v. u. st. h l. h'
" Z. 2 v. u. st. derselben l. denselben

A. N. Nr. 2313 S. 137 Z. 7 v. u. st. $n_0 = p_0^4$ l. $n_0 = p_0^2$
S. 137 Z. 6 v. u. st. $n^2 - p_0^2$ l. $n^2 - p_0^4$
S. 142 Z. 15 v. o. st. $\lambda p_{0'}^4$ l. $\lambda^2 p_{0'}^4$
S. 143 Z. 12 v. o. st. $- \frac{r}{r_1^2}$ l. $+ \frac{r}{r_1^2}$
S. 144 Z. 3 v. o. sa. S) l. S'.

Inhalt:

Zu Nr. 2316. *A. Ferrero.* Note sur un procédé pratique pour établir l'accord entre plusieures bases d'une triangulation. 177. — *A. Bue...* Ueber den Einfluss der Wahl verschiedener Nullrichtungen auf die Ausgleichung von Richtungsbeobachtungen. 181. — *W. Wilhelm Meyer.* Bestimmung einer elliptischen Bahn des grossen Cometen 1880 *a*. 185. — *P. Tacchini.* Osservazioni di pianeti fatte all' Equatoriale di Merz dell' Osservatorio del Collegio Romano. 187. — *W. Doberck.* Formulae for some double stars. 191. — Berichtigungen. 191.

Kiel, Juni 7. 1880. Druck von C. F. Mohr.

Digitized by Google

Astronomische Nachrichten.

Expedition auf der Königlichen Sternwarte bei Kiel.

Herausgeber: Dr. C. F. W. Peters.

Band 97. Nr. 2317. 13.

Das Problem der drei Körper in der neuen Störungstheorie.

Von *A. Weiler.* (Fortsetzung von Nr 2315 S. 176.)

Um die Veränderliche w zu bestimmen, muss man die Gleichung 28 integriren, in welcher die Störungsglieder der ersten Ordnung von den Veränderlichen k und h abhängen. Es ist oben gezeigt worden, dass der Werth der Veränderlichen h eine zweifache Quadratur enthält. Daraus folgt, dass man durch die Integration der Gleichung 28 zu dreifachen Quadraturen gelangt. Diese dreifachen Quadraturen sind jetzt beseitigt. Denn es lassen sich diejenigen Störungsglieder der ersten Ordnung, welche von den Veränderlichen k und h abhängen, als Derivirte eines von diesen Veränderlichen abhängigen Ausdrucks darstellen. Ich habe vorhin die Grosse N in die Gleichung 28 eingeführt. Diese Gleichung geht jetzt über in:

35.
$$p_0^2\,(w+\cos i_0\,\vartheta)' + \left[\left(\frac{p}{r}+1\right)(k\sin v - h\cos v) - h\,e\right]'$$
$$= -2r\,\frac{d\Omega}{dr} - \left(4\,\frac{p_0^2}{p^2}\right)\frac{\left(\frac{p}{r}\right)^2\Omega}{\left(\frac{p}{r}\right)^2 - \lambda\left(\frac{p_r}{r_r}\right)^2} - 3\lambda\nu - 2Q - 2P + N.$$

Integrirt man die Störungsglieder der ersten Ordnung, so erhält man neben einfachen Quadraturen noch die zweifache Quadratur $\int\nu\,dt$.

Ferner findet man die identischen Gleichungen:

$$\lambda\left(\frac{p_r}{r_r}\right)^2 k_r = 2\lambda\,\zeta_r\left(\frac{p_r}{r_r}\right)^2\cos v_r - \left(\zeta_r\frac{p_r}{r_r}\sin v_r\right)'$$
$$\lambda\left(\frac{p_r}{r_r}\right)^2 (p_r^2 - p_0^2 - e_r k_r) = 2\lambda\,\zeta_r\left(\frac{p_r}{r_r}\right)^3 + \left(\zeta_r\frac{p_r}{r_r}e_r\sin v_r\right)'$$

und man kann die letztere überführen in:

$$\lambda^2\left(\frac{p_r}{r_r}\right)^2 (p_r^2 - p_0^2 - e_r k_r) = \lambda\left[\left(\frac{p_r}{r_r}+1\right)(k_r\sin v_r - h_r\cos v_r) - h_r e_r\right]'$$
$$+ 2\left[r_r\frac{d\Omega}{dr_r} - \frac{2\lambda\left(\frac{p_r}{r_r}\right)^2\Omega}{\left(\frac{p}{p}\right)^2 - \lambda\left(\frac{p_r}{r_r}\right)^2} - 2a - 2\lambda\nu - Q + P_r\right].$$

Die zur Bestimmung der Veränderlichen w_r gegebene Gleichung ist nun:

36.
$$\lambda\,p_0^2\,(w_r + \cos i_0\,\vartheta)' + \lambda\left[\left(\frac{p_r}{r_r}+1\right)(k_r\sin v_r - h_r\cos v_r) - h_r e_r\right]'$$
$$= -2r_r\frac{d\Omega}{dr_r} + \left(4 - \frac{p^2 w}{p_r^2}\right)\frac{\lambda\left(\frac{p_r}{r_r}\right)^2\Omega}{\left(\frac{p}{r}\right)^2 - \lambda\left(\frac{p_r}{r_r}\right)^2} + 3(a+\lambda\nu) + 2Q - 2P_r + N.$$

Die Integration der Störungsglieder erster Ordnung gibt neben einfachen Quadraturen noch die zweifache Quadratur $\int\nu\,dt$.

Digitized by Google

Ich habe jetzt die mehrfachen Quadraturen, welche in den Integralen der Störungsglieder vorkommen, so weit als möglich auf einfache Quadraturen zurückgeführt. Dieser Umwandlung zufolge sind nun in den Integralen die mehrfachen Quadraturen durch die einzige zweifache Quadratur $\int r\,dt$ ersetzt. Es ist nun auch bewiesen, was ich im Eingang des § 3 über den numerischen Werth der mehrfachen Quadraturen ausgesprochen habe. Der Werth der Veränderlichen r ist nur ein kleiner Bruchtheil des Werthes der übrigen Störungsglieder erster Ordnung. Denn in der Gleichung 30, durch welche die Veränderliche r bestimmt ist, zeigt sich die Störungsfunction nur in der Verbindung mit einem der Factoren $e\,\varepsilon$, $\sin^2\frac{J}{2}$. Zu dem ist die Veränderliche r in den meisten Fällen noch mit dem Faktor λ verbunden, welcher < 1 ist. Daraus folgt, dass sich die Störungen der elliptischen Bahnen in der That mit einer schon beträchtlichen Genauigkeit berechnen, wenn die zweifache Quadratur gleich Null gesetzt wird. Unter dieser Beschränkung fällt die Störungsgleichung 30 weg, und die Integrale der noch übrigen Störungsgleichungen sind durch einfache Quadraturen ausgedrückt.

Es ist ein in den Störungsaufgaben oft vorkommender Fall, dass von den Massen m und m_1 die eine als verschwindend angenommen werden kann. Die elliptische Bahn dieser Masse erleidet eine Störung, die der andern Masse bleibt ungestört. Ich werde zeigen, dass in diesem Falle die Ebene der ungestörten Bahn zugleich die unveränderliche Ebene des Systems der drei Körper ist. Die weitere Vereinfachung des Problems besteht darin, dass von den acht Störungsgleichungen, auf deren Integration das Problem der drei Körper zurückgeführt ist, drei wegfallen, dass also nur fünf Störungsgleichungen übrig bleiben. Man kann diese fünf Störungsgleichungen leicht erhalten, wenn man in Erwägung bringt, dass die Coordinaten der Massenpunkte in einem von den Massen abhängigen Verhältnisse in die Differentialgleichungen der Bewegung eingeführt worden sind. Wir haben die rechtwinkeligen Coordinaten des Massenpunktes m mit $\sqrt{m}$, die des Massenpunktes m_1 mit $\sqrt{m_0}$ multiplizirt, wo $m_0 = \frac{m_1}{1+m+m_1}$ ist, und diese Produkte als Coordinaten der idealen Massenpunkte eingeführt. Daher beziehen sich alle in den Störungsgleichungen vorkommenden linearen Grössen auf die idealen Massenpunkte. Will man die entsprechenden Liniengrössen für die wahren Massenpunkte haben, so muss man jene andern Liniengrössen beziehungsweise durch $\sqrt{m}$ und $\sqrt{m_0}$ theilen.

Die Störungsfunction hat den Faktor mm_1, und verschwindet daher sowohl für $m=0$ als auch für $m_1=0$; und gleichzeitig mit der Störungsfunktion verschwinden auch die Störungen der elliptischen Bahnen. Wir haben das Flächenintegral $n\sin i = n_0 \sin i_0$. Ferner haben sich die Gleichungen $n_0 = p_0^{-\frac{3}{2}}$, $n_0 = \lambda p_0^{-\frac{3}{2}}$ ergeben, wo p_0 und p_0, die zu den idealen Massenpunkten gehörigen Parameter sind. Wenn nun die Variationen der Veränderlichen n und n_0 verschwinden, so schreibt sich das erwähnte Flächenintegral

$$p_0^{\frac{3}{2}} \sin i = \lambda p_{0,}^{\frac{3}{2}} \sin i_0.$$

Es folgt daraus, dass für den Fall $m=0$ auch $i_0=0$ ist, dass also die unveränderliche Ebene mit der Bahn der Masse m_1 zusammenfällt. Ferner erhält man aus den Störungsgleichungen 32.34.36 die Werthe $k_0=0$, $h_0=0$, $w_0+\vartheta=w_{0,}$. Zur Bestimmung des Parameters p ist die Gleichung

$$p^{\frac{3}{2}} - p_0^{\frac{3}{2}} = \frac{p}{r}(k\cos v + h\sin v)$$

gegeben, aus welcher zu ersehen ist, dass der zu dem wahren Massenpunkte m gehörige Parameter von den Veränderlichen $\frac{k}{m}$ und $\frac{h}{m}$ abhängt. In den Störungsgleichungen, welche zur Bestimmung von $\frac{k}{m}$ und $\frac{h}{m}$ gegeben sind, darf der Faktor m der Störungsfunktion nicht gleich Null gesetzt werden, weil er wegfällt. Die gleiche Rücksicht ist in den Störungsgleichungen, welche zur Bestimmung der Veränderlichen $\frac{r}{m}$, w und ϑ vorliegen, zu nehmen. Für den Fall $m=0$ bleiben daher die fünf Störungsgleichungen 30.31.33.35.6 zu integriren übrig. Für den andern Fall $m_1=0$ folgt aus dem obigen Flächenintegral, dass $i=0$ ist, dass also die unveränderliche Ebene mit der Bahn der Masse m zusammenfällt. Ferner folgen aus den Störungsgleichungen 31.33.35 die Werthe $k=0$, $h=0$, $w+\vartheta=w_0$. Dagegen bleiben die fünf Störungsgleichungen 30.32.34.36.6 zu integriren übrig, durch welche die Veränderlichen $\frac{r}{m_0}$, k, h, w, ϑ bestimmt sind.

In der allgemeinen Aufgabe hat man neben dem System gewöhnlicher Differentialgleichungen der 7. Ordnung noch eine Quadratur. In jener einfacheren Aufgabe, wo die eine Masse als verschwindend angenommen werden kann, fallen drei Differentialgleichungen weg. Aber man hat dann nicht ein System der 4. Ordnung

Digitized by Google

und eine Quadratur, sondern ein System der 5. Ordnung. Denn zufolge der Gleichungen $w_1 + \vartheta = w_0$, und $w + \vartheta = w_0$ sind die Coeffizienten der Störungsgleichungen Funktionen von ϑ, während sie in der allgemeinen Aufgabe als unabhängig von ϑ aufgefasst werden können.

§ 5. Verwendung der überzähligen Integrationsbeständigen.

Es lassen sich, bevor noch die Störungsgleichnungen integrirt sind, aus denselben allgemeine Eigenschaften der Integrale ableiten. Die Derivirten der gestörten Elemente nach der Zeit genommen sind kleine Bruchwerthe. In vielen Fällen sind auch die Variationen der gestörten Elemente, zu welchen man durch die Integration der Störungsgleichnungen gelangt, kleine Bruchtheile von den die Ausmessnngen der Bahn bestimmenden Grössen. Diese Eigenschaft der Integrale folgt nicht mit Nothwendigkeit aus der erwähnten Beschaffenheit der Derivirten. Hiernach ist nur für den unendlich kleinen Zeitraum die Variation des gestörten Elementes ein kleiner Bruchtheil von der Variation der Zeit. Aber es frägt sich, ob die für den unendlich kleinen Zeitraum gegebene Variation des gestörten Elementes fortwährend in demselben Sinne erfolgt, oder ob sie abwechselnd das positive und negative Zeichen hat. Für einen endlichen Zeitraum ist die Variation des gestörten Elementes jedenfalls ein kleiner Bruchtheil von den die Ausmessungen der Bahn bestimmenden Grössen, wenn seine Derivirte ausschliesslich periodische Glieder von der Form $a \sin(A+Bt)$ oder $a \cos(A+Bt)$ hat, wo $a\,AB$ beständige Grössen sind, und wenn zugleich die Dauer der Periode kurz ist. Dass die Variation des gestörten Elementes die erwähnte Eigenschaft besitze, wenn die Periode der Störungsglieder von langer Dauer ist, kann nicht mehr vorausgesetzt werden. Für den Fall dass auch beständige Glieder in der Derivirten vorkommen, wächst die Variation des gestörten Elementes mit der Zeit in's Unendliche.

Die Veränderlichen, welche aus den Störungsgleichungen bestimmt werden sollen, sind die Parameter p und p_1, die Perihele w und w_1, die Summe der Flächengeschwindigkeiten a und der gemeinsame Knoten ϑ. Die Veränderlichen p und p_1 sind Linien, dagegen ist a eine Fläche. Diese drei Elemente erleiden immer nur periodische Variationen, und der Betrag dieser Variationen überschreitet nicht einen kleinen Bruchtheil des Werthes, welchen diese Elemente jemals erreichen. Die drei übrigen Elemente der Störung w w, ϑ sind Winkelgrössen, welche mit der Zeit in's Unendliche wachsen. Ich nehme an, der algebraische Ausdruck dieser Elemente habe zwei verschiedenartige Bestandtheile. Der eine Bestandtheil ist ein der Zeit proportionales Glied im strengen Sinne des Wortes. Es soll nämlich in diesem Gliede die Zeit einen beständigen Coeffizienten haben. Der andere Bestandtheil ist wieder eine periodische Funktion der Zeit, deren Variation sich als kleinen Bruchtheil des Kreisumfangs darstellt. Neben den periodischen Gliedern ist hiernach in den gestörten Elementen w w, ϑ die Zeit frei in der ersten Potenz vorhanden, die zweite und die höheren Potenzen der Zeit aber sind nicht zugelassen. Diese Eigenschaften der Integrale sind zwar nicht von vornherein ersichtlich; aber sie ergeben sich als eine nothwendige Folge aus den von mir gemachten Voraussetzungen.

Ich werde nun die acht Störungsgleichungen, von deren Integration die Lösung des Problems der drei Körper abhängt, der leichteren Uebersicht halber mit neuen Nummern bezeichnen. Die Derivirte v' bestimmt sich durch die Gleichung I, die Derivirten k' und k_1' durch die Gleichungen II und III, die Derivirten h' und h_1', durch die Gleichungen IV und V, die Derivirten w' und w_1', durch die Gleichungen VI und VII, und endlich die Derivirte ϑ' durch die Gleichung VIII. Wenn man auf die Beschaffenheit der Störungsglieder weiter eingeht, so findet man, dass die acht Störungsgleichungen von zweierlei Art sind. Ich denke mir die Störungsfunktion Ω in der im § 1 angegebenen Form entwickelt, und die Veränderlichen r r, s als Funktionen der Winkel v v, u u, ausgedrückt. Ich setze

$$\Omega = i^2\left(\frac{p_0^{\,3}\,m_0}{r,\ 2}\right)r^2\left[\ 3\varepsilon^2 - 1 + (1-m)\left(\frac{m_0}{m}\right)^{\frac{1}{3}}\frac{r}{r,}\ (5\varepsilon^2 - 3\varepsilon) + \frac{1-m+m^2}{4}\,\frac{m_0}{m}\left(\frac{r}{r,}\right)^2(35\varepsilon^4 - 30\varepsilon^2 + 3) + \ldots\right]$$

und bediene mich zur Elimination von r r, s der Gleichungen:

$$\frac{p}{r} = 1 + e\cos v,$$

$$\frac{p,}{r,} = 1 + e,\cos v,$$

$$-\varepsilon = \cos u\cos u + \cos J\sin u\sin u,.$$

Verwandelt man nun alle Produkte in lineare trigonometrische Funktionen, so erhalten die Störungsglieder die Form $a\sin x$ oder die Form $a\cos x$, wo a eine Beständige, und x eine lineare Funktion der Winkel v v, u u, ist. Man erhält

$$x = b\,v + b_1 v, + c\,u + c\,u,.$$

Digitized by Google

wo die Coefficienten $b\ b,\ c\ c,$ positive oder negative ganze Zahlen sind. Die Unterscheidung, welche zwischen den acht Störungsgleichungen zu machen ist, besteht darin, dass in den Gleichungen I II III, aus welchen sich die Veränderlichen $r\ k\ k,$ bestimmen, alle Störungsglieder die Form $a \sin \alpha,$ in den übrigen Gleichungen IV V VI VII VIII, aus welchen sich die Veränderlichen $h\ h,\ w\ w,\ \vartheta$ bestimmen, alle Störungsglieder die Form $a \cos \alpha$ haben.

Es frägt sich zunächst, ob unter den Störungsgliedern auch solche vorkommen, welche sich als beständige Grössen darstellen. Denn in diesem Falle erhält man durch die Integration die der Zeit proportionalen Glieder. In jedem andern Falle ist auch das Integral des Störungsgliedes eine trigonometrische Function der Veränderlichen. Ich denke mir die Winkel v und v_1 als Functionen der Zeit dargestellt. Man findet bekanntlich $v = \beta\, t + \vartheta,\ v_1 = \beta_1\, t + \vartheta_1,$ wo β und β_1 beständige Grössen, dagegen ϑ und ϑ_1 unendliche Reihen von Sinus-Gliedern bezeichnen, deren Argumente die Vielfachen von $\beta\, t$ und $\beta_1 t$ sind. Es wird sich zeigen, dass auch die Werthe der Veränderlichen u und u_1 neben je einem der Zeit proportionalen Gliede unendliche Reihen von Sinus-Gliedern darstellen, deren Argumente lineare Funktionen von $v\ v,\ u\ u_1$ sind. Ich erhalte daher den Werth

$$\alpha = A + Bt + D,$$

in welchem A und B beständige Grössen sind, ferner D eine unendliche Reihe von Sinus-Gliedern ist. Man findet in's Besondere:

$$B = b\,\beta + b_1\,\beta_1 + c\,\gamma + c_1\,\gamma_1,$$

wo neben den schon erwähnten ganzzahligen Coefficienten $b\ b,\ c\ c,$ vier weitere beständige Grössen $\beta\ \beta_1\ \gamma\ \gamma_1$ vorkommen, welche letzteren aber nicht ganzzahlig sind, sondern als Bruchwerthe gedacht werden sollen. Der Integration der Glieder $a \sin x$ und $a \cos \alpha,$ wo nun $\alpha = A + Bt + D$ ist, muss man die folgenden Entwicklungen vorausgehen lassen:

$$a \sin \alpha = a \sin (A + Bt)\,(1 - \tfrac{1}{2} D^2 + \ldots) + a \cos (A + Bt)\,(D - \ldots)$$
$$a \cos \alpha = a \cos (A + Bt)\,(1 - \tfrac{1}{2} D^2 + \ldots) - a \sin (A + Bt)\,(D - \ldots).$$

Indem man alle Produkte in lineare trigonometrische Funktionen umwandelt, überzeugt man sich, dass ein beständiges Glied nur dann entstehen kann, wenn der Coefficient B verschwindet. Für diesen Fall $B = 0$ erhält man in der ersten Gleichung das beständige Glied a, $\sin A$, in der zweiten Gleichung das beständige Glied a, $\cos A$.

Ich muss nun, um die im Eingang dieses § ausgesprochenen Behauptungen über die algebraische Form der gestörten Elemente beweisen zu können, von einer Hypothese ausgehen, welche sich nach den vorliegenden Erfahrungen in allen bekannten Störungsaufgaben bewährt. Ich nehme an, die Beständigen $\beta\ \beta_1\ \gamma\ \gamma_1$ seien unter sich inkommensurabele Grössen. Aus dieser Annahme folgt, dass es keine lineare Funktion $\alpha = b\ v + b_1\ v_1 + c\ u + c_1\ u_1$ gibt, in welcher für irgend ganzzahlige von der Null verschiedene Werthe $b\ b,\ c\ c,$ der Coefficient des mit t multiplizirten Gliedes verschwindet. Dieser Coefficient $B = b\,\beta + b_1\,\beta_1 + c\,\gamma + c_1\,\gamma_1$ kann zwar der Null beliebig nahe kommen; aber es ist unmöglich, dass er identisch gleich Null werde. Der Coefficient B verschwindet nur in dem Falle, dass die vier ganzzahligen Werthe $b\ b,\ c\ c,$ gleichzeitig $= 0$ sind. In diesem Falle verschwindet auch die lineare Funktion α. Es ist dann neben $B = 0$ gleichzeitig $A = 0,\ D = 0$; ferner ist $a_1 \sin \alpha = 0$ und $a_1 \cos \alpha = a_1,$

In den Gleichungen I II III, durch welche die Veränderlichen $r\ k\ k,$ bestimmt sind, haben alle Störungsglieder die Form $a \sin x,$ in den Gleichungen IV V VI VII VIII dagegen, durch welche sich die Veränderlichen $h\ h,\ w\ w,\ \vartheta$ bestimmen, die Form $a \cos \alpha$. Aus dem Verstehenden folgt, dass es in den Werthen der Veränderlichen $r\ k\ k,$ keine der Zeit proportionalen Glieder gibt; dass aber in den Werthen der übrigen gestörten Elemente $h\ h,\ w\ w,\ \vartheta$ solche Glieder vorkommen.

Im Eingang dieses § habe ich behauptet, dass die der Zeit proportionalen Glieder nur in den gestörten Elementen $w\ w,\ \vartheta$ vorkommen; dass aber die übrigen gestörten Elemente davon frei seien. Wir haben jetzt gefunden, dass die der Zeit proportionalen Glieder in den fünf gestörten Elementen $h\ h, w\ w, \vartheta$ vorkommen. Aber man kann dieses Ergebniss mit der obigen Behauptung in Uebereinstimmung bringen. Denn es ist in § 2 gezeigt worden, dass man über die beständigen Coefficienten in den der Zeit proportionalen Gliedern von h und h_1 frei verfügen kann. Wir setzen diese Coefficienten ohne Weiteres gleich Null, und es ist die Anwesenheit der der Zeit proportionalen Glieder in der That auf die drei gestörten Elemente $w\ w, \vartheta$ beschränkt. Zur Bestimmung der Veränderlichen $h\ h,$ sind die Gleichungen IV und V des § 4 gegeben:

Digitized by Google

$$\left[h - \frac{\lambda\nu}{1-e^2}\left(\frac{r}{p}+1\right)\frac{r}{p}\sin v\right]' = -\frac{\lambda\nu'}{1-e^2}\left(\frac{r}{p}+1\right)\frac{r}{p}\sin v - 3e\frac{\lambda\nu}{1-e^2} \cdot$$
$$+ \frac{r}{p}\cos v\left(r\frac{d\Omega}{dr} + \frac{2\left(\frac{P}{r}\right)^2\Omega}{\left(\frac{P}{r}\right)^2 - \lambda\left(\frac{P_r}{r_r}\right)^2} + Q + P\right),$$

$$\left[kh_r + \frac{\alpha + \nu}{1-e_r^2}\left(\frac{r_r}{p_r}+1\right)\frac{r_r}{p_r}\sin v_r\right]' = \frac{\nu'}{1-e_r^2}\left(\frac{r_r}{p_r}+1\right)\frac{r_r}{p_r}\sin v_r + 3e_r\frac{\alpha+\lambda\nu}{1-e_r^2} \cdot$$
$$+ \frac{r_r}{p_r}\cos v_r\left(r_r\frac{d\Omega}{dr_r} - \frac{2k\left(\frac{P_r}{r_r}\right)^2\Omega}{\left(\frac{P}{r}\right)^2 - \lambda\left(\frac{P_r}{r_r}\right)^2} - Q + P_r\right).$$

Wir bemerken, dass unter den beständigen Gliedern der Gleichung IV die Grösse $-\frac{3e\lambda\nu_0}{1-e^2}$, und unter den beständigen Gliedern der Gleichung V die Grösse $3e_1\frac{\alpha+\lambda\nu_0}{1-e_1^2}$ von den Integrationsbeständigen ν_0 und α abhängig ist. Indem wir die Summe aller übrigen beständigen Glieder der Gleichung IV mit C, und die aller übrigen beständigen Glieder der Gleichung V mit C_1 bezeichnen, bedarf es nur der beiden Gleichungen

$$-\frac{3e\lambda\nu_0}{1-e^2} + C = 0, \qquad 3e_1\frac{\alpha+\lambda\nu_0}{1-e_1^2} + C_1 = 0,$$

um die der Zeit proportionalen Glieder aus den Veränderlichen h und h_1 fortzubringen. Die überzähligen Integrationsbeständigen ν_0 und α haben dann eine Verwendung; sie sind durch die beiden vorliegenden Gleichungen bestimmt.

Aus den zur Bestimmung der Beständigen ν_0 und α erhaltenen Gleichungen scheint zu folgen, dass der Werth ν_0 den Nenner e und der Werth $\alpha + \lambda\nu_0$ den Nenner e_1 habe. Es ist aber aus der oben erörterten Entstehungsweise der beständigen Glieder leicht zu ersehen, dass dieselben in der Gleichung IV den Faktor e und in der Gleichung V den Faktor e_1 haben. Man kann daher in den beiden zur Bestimmung von ν_0 und α vorliegenden Gleichungen die gemeinsamen Faktoren e und e_1 streichen, und daraus folgt, dass die Werthe ν_0 und α von den Nennern e und e_1 frei sind. Die bisherige Störungstheorie, welche auf die Variation der elliptischen Elemente gegründet ist, führt zu Gliedern, welche die Nenner e und e_1 haben. Wir wollen uns hier den Fall denken, dass die elliptische Bahn in eine Kreisbahn übergehe, dass also $e = 0$ oder $e_1 = 0$ sei. Diejenigen Glieder, welche den Nenner e oder e_1 haben, sind dann unendlich gross, und es ist gewiss sehr widerspruchsvoll, dass in diesem Falle, wo sich die Bewegung der gestörten Masse so wesentlich vereinfacht, die Lösung des Problems an einer unüberwindlichen Schwierigkeit scheitert. Die Anwesenheit der Nenner e und e_1 in den Integralen der Störungsgleichungen ist eine der auffallendsten Mängel der bisherigen Störungstheorie. Die neue Störungstheorie ist frei von diesem Mangel.

Ich habe gezeigt, dass alle Störungsglieder der 1. Ordnung in den Gleichungen I II III die Form $a\sin\alpha$, in den Gleichungen IV V VI VII VIII die Form $a\cos\alpha$ haben, wo a eine Beständige und α eine lineare Funktion von v e. α u, ist, deren Coeffizienten ganzzahlig sind. Ich habe ferner nachgewiesen, dass sich auf Grund dieser Eigenschaft der Störungsgleichungen das Vorkommen der der Zeit proportionalen Glieder auf die gestörten Elemente w w, ϑ beschränkt, sobald man die überzähligen Integrationsbeständigen ν_0 und α in der vorgeschriebenen Weise verwendet. Auch die überzähligen Integrationsbeständigen h_0 und h_{01} haben eine bestimmte Verwendung. Man kann sich leicht davon überzeugen, dass $h_0 = 0$ und $h_{01} = 0$ gesetzt werden muss. Diese Forderung ist unumgänglich. Die Veränderlichen h und h_1 bestimmen sich aus den Gleichungen IV und V, deren Glieder die Form $a\cos\alpha$ haben. Sie sind daher durch Reihen von Sinus-Gliedern ausgedrückt. Wollte man neben den Sinus-Gliedern die Beständigen h_0 und h_{01} zulassen, so würde jene Eigenschaft der Störungsgleichungen, wonach alle Glieder der Gleichungen I II III die Form $a\sin\alpha$, und alle Glieder der Gleichungen IV V VI VII VIII die Form $a\cos\alpha$ haben, für die Störungsglieder der zweiten und höheren Ordnungen verloren gehen. Es wären dann auch die auf diese Eigenschaft gestützten Folgerungen hinfällig. Unter der Annahme $h_0 = 0$, $h_{01} = 0$ bleibt diese Eigenschaft den Störungsgleichungen gewahrt.

Digitized by Google

Von den sechs überzähligen unbestimmten Bestän-digen sind jetzt noch die beiden k_0 und $k_{0'}$ übrig. Wenn dieselben eine Verwendung in der Art finden sollen, dass die Störungsglieder der ersten Ordnung davon berührt sind, so ist dies nur in den Gleichungen VI und VII möglich, durch welche sich die gestörten Elemente w und w_r bestimmen. Die Gleichung VI ist:

$$p_0^2 (w + \cos i_0 \vartheta)' + \left[\left(\frac{p}{r} + 1\right)(k \sin v - h \cos v) - h e\right]'$$

$$= -2r\frac{d\Omega}{dr} - \left(4 - \frac{p_0^2}{p^2}\right)\frac{\left(\frac{p}{r}\right)^2 \Omega}{\left(\frac{p}{r}\right)^2 - \lambda\left(\frac{p_r}{r_r}\right)^2} - 3\lambda r - 2Q - 2P + N,$$

und das mit k_0 multiplizirte Glied $k_0\left(\frac{p}{r} + 1\right)\sin v$ führt durch die geeignete Verwendung von k_0 zu einer Reduktion der periodischen Glieder des Integrals. Die Gleichung VII ferner ist:

$$\lambda p_{0'}^2 (w_r + \cos i_0 \vartheta)' + \lambda\left[\left(\frac{p_r}{r_r} + 1\right)(k_r \sin v_r - h_r \cos v_r) - h_r e_r\right]'$$

$$= -2r_r\frac{d\Omega}{dr_r} + \left(4 - \frac{p_{0'}^2}{p_r^2}\right)\frac{\lambda\left(\frac{p_r}{r_r}\right)^2 \Omega}{\left(\frac{p}{r}\right)^2 - \lambda\left(\frac{p_r}{r_r}\right)^2} + 3(a + \lambda r) + 2Q - 2P_r + N_r,$$

und das mit $k_{0'}$ multiplizirte Glied $\lambda k_{0'}\left(\frac{p_r}{r_r} + 1\right)\sin v_r$ kann zu einer Reduction, der periodischen Glieder des Integrals verwendet werden.

Aus dem Umstande, dass die der Zeit proportionalen Glieder in ihrem Vorkommen auf die gestörten Elemente w w_r ϑ beschränkt sind, dass ferner die höheren Potenzen der Zeit von den Integralen der Störungsgleichungen fern gehalten sind, folgt, dass die von mir gegebene Lösung des Problems der drei Körper nicht etwa für einen irgend wie begrenzten sondern für jeden beliebigen wenn auch noch so grossen Zeitraum brauchbar ist. Zu diesem Standpunkt hat sich die bisherige Störungstheorie nicht aufschwingen können. Wie oft auch die Frage über die etwaige Form der Integrale für den unbegrenzten Zeitraum erörtert worden ist, niemals ist man im Stande gewesen, die Schwierigkeit zu überwinden, welche in der Anwesenheit der höheren Potenzen der Zeit ihren Grund hat. Die Gültigkeit der von mir gegebenen Lösung für den unbegrenzten Zeitraum ist allerdings von der Bedingung abhängig, dass in dem Werthe $\alpha = A + Bt + D$ der Coeffizient des der Zeit proportionalen Gliedes $B = b\beta, + b_{,}\beta, + c\gamma + c_{,}\gamma$, niemals verschwinde, wenn nicht zugleich die vier ganzzahligen Coeffizienten $bb, cc,$ jeder einzeln genommen $= 0$ sind. Den Fall, dass diese vier Coeffizienten nicht verschwinden und doch $B = 0$ ist, ziehe ich nicht in Betracht. Denn ich stehe hier an der Grenzscheide von zwei einander fremden Gebieten. Das eine gehört dem abstrakten Mathematiker, welcher die Lösung des Problems entweder in einer für alle Fälle gültigen Form oder auch keine Lösung haben will. Das andere Gebiet umfasst die Aufgabe des Astronomen, welcher sich gern damit begnügt, sie unter den erfahrungsgemäss im Weltraum bestehenden Beschränkungen zu lösen.

§ 6. Ueber die Störungsglieder der zweiten Ordnung.

Ich habe Eingangs ausdrücklich bemerkt, dass sich diese Abhandlung nicht mit der Ausführung der Quadraturen beschäftige, dass sie nur die Aufstellung derjenigen Quadraturen geben wolle, zu welchen die neue Störungstheorie führt. Ich darf nun die Aufgabe in der Hauptsache als gelöst betrachten, nachdem ich die Störungsgleichungen so eingerichtet habe, dass die Störungsglieder der ersten Ordnung jedesmal gegebene Funktionen der Zeit sind. Denn man findet die Störungsglieder der zweiten und höheren Ordnungen nach bekannten und bestimmt vorgeschriebenen Regeln, nachdem man die ersten Näherungen der gestörten Elemente durch Quadraturen ausgedrückt hat. Es gibt aber zwei verschiedene Wege, auf welchen man dazu gelangen kann, die Störungsglieder der zweiten und höheren Ordnungen als gegebene Funktionen der Zeit darzustellen, und die Art der Anwendbarkeit dieser beiden Methoden ist nicht unabhängig von den Eigenthümlichkeiten der neuen Störungstheorie.

Gesetzt, die Störungsgleichung, durch welche das Element w_i bestimmt ist, sei $w_i' = A_i$, wo $A_i = f_i(t\, w_1\, w_2 \ldots w_n)$ eine bestimmte Funktion der Zeit und der

Digitized by Google

gestörten Elemente $e_1 e_2 \ldots e_n$ bezeichnet. Wir integriren die Gleichung $a_i' = A_i$ unter der Annahme, dass die gestörten Elemente beständige Grössen seien, und erhalten die erste Näherung von a_i in der Form $e_{0i} + B_i$, wo e_{0i} die Integrationsbeständige und $B_i = F_i\ (t\ e_1\ e_2 \ldots e_n)$ eine bestimmte Funktion von t und der gestörten Elemente $e_1 e_2 \ldots e_n$ ist. Wir denken uns das genaue Integral der Gleichung $a_i' = A_i$ in der Form $a_i = e_{0i} + B_i + \beta_i$, wornach also β_i die Correktion der ersten Näherung $e_{0i} + B_i$ bezeichnet. Differentiirt man diese Gleichung, so erhält man:

$$a_i' = \frac{dB_i}{dt} + \frac{dB_i}{de_1} e_1' + \frac{dB_i}{de_2} e_2' + \ldots + \frac{dB_i}{de_n} e_n' + \beta_i'.$$

Die Integration der Gleichung $a_i' = A_i$ hat unter der Annahme, dass die gestörten Elemente $e_1 e_2 \ldots e_n$ beständige Grössen seien, die erste Näherung von a_i ergeben. Es ist daher $\frac{dB_i}{dt} = A_i = a_i'$ und die obige Gleichung geht über in:

$$-\beta_i' = \frac{dB_i}{de_1} e_1' + \frac{dB_i}{de_2} e_2' + \ldots + \frac{dB_i}{de_n} e_n',$$

durch welche die Derivirte der ersten Näherung β_i gegeben ist. Die rechte Seite der vorliegenden Gleichung enthält nur Störungsglieder der zweiten und höheren Ordnungen, und die der zweiten Ordnung sind als gegebene Funktionen der Zeit zu betrachten. Man kann vermittelst dieser Gleichung die erste Näherung von β_i durch eine Quadratur erhalten, und kennt dann auch die zweite Näherung des gestörten Elementes e_i. Dies ist die erste der beiden oben erwähnten Methoden. Ich werde sie die Methode der variirten Näherung nennen.

Um die andere Methode anzuwenden, muss man der ersten Näherung eine andere Bedeutung beilegen als im Vorstehenden. Ich schreibe die erste Näherung in der Form $e_{0i} + C_i'$, wo e_{0i} die Integrationsbeständige und $C_i = F_i\ (t\ e_{01}\ e_{02} \ldots e_{0n})$ ist. Die erste Näherung $e_{0i} + B_i$ wird hiernach in die erste Näherung $e_{0i} + C_i$ übergeführt, indem man in B_i an die Stelle der gestörten Elemente $e_1 e_2 \ldots e_n$ die Integrationsbeständigen $e_{01} e_{02} + \ldots e_{0n}$ setzt. Es ist offenbar, dass die Werthe der ersten Näherung in dem einen und in dem andern Falle um Störungsglieder der zweiten Ordnung von einander verschieden sind. Ferner schreibe ich das genaue Integral der Störungsgleichung $a_i' = A_i$ in der Form $a_i = e_{0i} + C_i + \gamma_i$, wonach also γ_i die Correction der ersten Näherung $e_{0i} + C_i$ sein soll. Aus diesen Annahmen folgt, dass $C_i = f_i\ (t\ e_{01} e_{02} \ldots e_{0n})$ ist, und es folgt weiter, dass die Störungsgleichung $a_i' = A_i = f_i\ (e_1\ e_2 \ldots e_n)$ auf Grund der Taylor'schen Entwickelung in der folgenden Form geschrieben werden kann:

$$a_i' = C_i' + \frac{dC_i'}{de_{01}}(C_1 + \gamma_1) + \frac{dC_i'}{de_{02}}(C_2 + \gamma_2) + \ldots + \frac{dC_i'}{de_{0n}}(C_n + \gamma_n) + \ldots$$

Differentiirt man die Gleichung $a_i = e_{0i} + C_i + \gamma_i$, so erhält man $a_i' = C_i' + \gamma_i'$, und zur Bestimmung der Correction γ_i entsteht die Gleichung:

$$\gamma_i' = \frac{dC_i'}{de_{01}}(C_1 + \gamma_1) + \frac{dC_i'}{de_{02}}(C_2 + \gamma_2) + \ldots + \frac{dC_i'}{de_{0n}}(C_n + \gamma_n) + \ldots$$

Die rechte Seite dieser Gleichung enthält nur Störungsglieder der zweiten und höheren Ordnungen. Die Störungsglieder der zweiten Ordnung sind gegebene Funktionen der Zeit, und man kann daher die erste Näherung von γ_i durch eine Quadratur ausdrücken. Dies ist die zweite Methode, nach welcher sich die Störungsglieder der zweiten Ordnung als gegebene Funktionen der Zeit darstellen. Um dieselben nach der ersten Methode zu erhalten, muss man die erste Näherung nach den gestörten Elementen variiren. Dagegen wird hier die Derivirte der ersten Näherung oder das Störungsglied der ersten Ordnung nach den gestörten Elementen variirt. Die zweite Methode werde ich die der successiven Substitution nennen.

Die erste Methode hat den Vorzug vor der zweiten, dass sie die Derivirte der Correktion in einer einfacheren Form gibt. Denn aus der Gleichung

$$-\beta_i' = \frac{dB_i}{de_1} e_1' + \frac{dB_i}{de_2} e_2' + \ldots + \frac{dB}{de_n} e_n'$$

erhält man die Derivirte der ersten Näherung β_i in einem geschlossenen Ausdruck. Dagegen ist zufolge der Gleichung

$$\gamma_i' = \frac{dC_i'}{de_{01}}(C_1 + \gamma_1) + \frac{dC_i'}{de_{02}}(C_2 + \gamma_2) + \ldots + \frac{dC_i'}{de_{0n}}(C_n + \gamma_n) + \ldots$$

die Derivirte der ersten Näherung γ_i in der Form einer unendlichen Reihe gegeben. Nur in denjenigen Fällen, in welchen die Taylor'sche Entwickelung abbricht, erhält man auch hier einen geschlossenen Ausdruck.

Digitized by Google

Die Coefficienten $C_1\ C_2\ \ldots Cn$ der in der Derivirten γ'_j unterscheidenen Glieder sind gleichbedeutend mit den Quadraturen, durch welche sich die ersten Näherungen der gestörten Elemente ausdrücken. Daraus folgt, dass man nach der Methode der successiven Substitution in der Gleichung $a'_j = A_j$ die Störungsglieder der zweiten Ordnung erst dann erhalten kann, nachdem man die ersten Näherungen aller gestörten Elemente $e_1\ e_2 \ldots e_n$ aufgestellt hat. Die Glieder der Derivirten β'_j dagegen sind mit den Derivirten der gestörten Elemente, mit $e_1'\ e_2' \ldots e_n'$ multiplizirt. Wären die Derivirten der gestörten Elemente unmittelbar gegebene Funktionen der Zeit, so könnte man nach der Methode der variirten Näherung in der Gleichung $a'_j = A_j$ die Störungsglieder der zweiten Ordnung sofort anschreiben, nachdem man die erste Näherung a_j aufgestellt hat. Diese Voraussetzung ist aber nicht für alle gestörten Elemente zutreffend. Wir haben sieben Störungsgleichungen zur Bestimmung der gestörten Elemente $r\ k\ k,\ h\ h,\ w\ w_1$. In der Derivirten r' sind die Störungsglieder der ersten Ordnung allerdings unmittelbar gegebene Funktionen der Zeit. Dagegen sind in den Derivirten $k'\ k_1'\ h'\ h_1'$ die Störungsglieder der ersten Ordnung von dem gestörten Elemente r abhängig. Ferner sind die Störungsglieder der ersten Ordnung in der Derivirten w' von den gestörten Elementen $r\ k\ h$, und in der Derivirten w_1' von den gestörten Elementen $r\ k_1\ h_1$ abhängig. Die Folge davon ist, dass man nach der Methode der variirten Näherung in der Gleichung $a'_j = A_j$ die Störungsglieder der zweiten Ordnung doch erst dann erhalten kann, nachdem man die ersten Näherungen aller gestörten Elemente mit Ausnahme der beiden w und w_1, deren ersten Näherungen nicht bekannt zu sein brauchen, aufgestellt hat. Nach der zweiten Methode kann man die Störungsglieder der zweiten Ordnung erst dann erhalten, nachdem man die ersten Näherungen aller gestörten Elemente, ohne eine Ausnahme machen zu können, aufgestellt hat. Dieser Umstand darf immerhin als ein Vorzug angesehen werden, welcher abermals für die erste Methode spricht.

Was ich im Vorstehenden als Vorzüge der ersten Methode erwähnt habe, ist nicht maassgebend für die Wahl der Methode im gegebenen Falle. Auch ist man nicht genöthigt, bei der Integration der Störungsgleichung die eine oder die andere Methode ausschliesslich anzuwenden; vielmehr bleibt bei der Integration jedes einzelnen Störungsgliedes die Wahl der Methode frei. Der Erfolg der Rechnung ist aber von weiteren Umständen abhängig, welche in der besonderen Beschaffenheit des Störungsgliedes ihren Grund haben. Die Wahl der Methode wird hauptsächlich von der Grösse des numerischen Werthes abhängen, welchen die Correction der ersten Näherung hat. Man wird derjenigen Methode den Vorzug geben, bei deren Anwendung sich die kleinere Correctiou der ersten Näherung ergibt. Denn die Näherungen der aufeinander folgenden Ordnungen müssen als die Glieder einer unendlichen Reihe angesehen werden, deren Convergenz um so stärker ist, je kleiner der Quotient zwischen je zwei aufeinander folgenden Gliedern der unendlichen Reihe ist. Die weitere Verfolgung dieses Gegenstandes gehört übrigens nicht hierhin, sondern ist zu den Untersuchungen zu verweisen, welche sich mit der Ausführung der Quadraturen beschäftigen.

Ich habe einen Anlass, eines besonderen Falles doch Erwähnung zu thun. Wenn das Störungsglied unabhängig von der Veränderlichen t, also eine Funktion der gestörten Elemente $e_1 e_2 \ldots e_n$ allein ist, so ist man jedesmal genöthigt, die Methode der successiven Substitution anzuwenden. Die Methode der variirten Näherung würde ein der Zeit proportionales Glied ergeben, in welchem der Coefficient von t eine veränderliche Grösse ist. Derartige Glieder sollen aber, wie ich im § 5 ausführlich dargelegt habe, unter allen Umständen fern gehalten werden. In dem vorliegenden Falle werden sie vermieden, wenn man sich bei der Integration des Störungsgliedes der Methode der successiven Substitution bedient. Wir haben gesehen, dass man nach der Methode der successiven Substitution die Störungsglieder der zweiten Ordnung als gegebene Funktionen der Zeit erst dann erhält, nachdem man die ersten Näherungen aller gestörten Elemente aufgestellt hat. Da es Störungsglieder gibt, deren Integration durchaus nach dieser Methode bewerkstelligt werden muss, so gelange ich am Schlusse meiner Abhandlung zu einem bemerkenswerthen Satze über die Natur der Integrale des Systems gewöhnlicher Differentialgleichungen der 7. Ordnung, von dessen Integration die Lösung des Problems der drei Körper abhängt. Es ist nicht möglich, von den Integralen dieses Systems eines oder auch einige herzuleiten unabhängig von der Kenntniss der übrigen Integrale. Man erhält die sieben Integrale des Systems gleichzeitig. Denn man muss die ersten Näherungen aller gestörten Elemente aufstellen, bevor man im Stande ist, die Störungsglieder der zweiten Ordnung als gegebene Funktionen der Zeit anzuschreiben.

Mannheim, den 25. Februar 1880.

Kiel. Juni 9. 1880. — Druck von C. F. Mohr in Kiel.

Digitized by Google

Astronomische Nachrichten.

Expedition auf der Königlichen Sternwarte bei Kiel.

Herausgeber: Dr. C. F. W. Peters.

Band 97. **Nr. 2318.** 14.

Sur un point de la théorie analytique du système du Monde.

Par Mr. *Abel Souchon* à Paris.

§ I.

Les formules qui expriment la variation différentielle de l'époque due au carré des forces perturbatrices et dans le cas de la grande inégalité de Jupiter et de Saturne, ont été données par de Pontécoulant au Livre VI de sa théorie analytique du système du Monde, mais par une analyse qui ne nous paraît pas avoir toute la rigueur désirable. Cet estimable auteur a supposé qu'il suffisait, dans cette recherche, de réduire à son premier terme la partie non périodique de R, désignée par F dans la Mécanique céleste et dont les dérivées, prises par rapport au demi-grand axe et à l'excentricité, entrent, comme on sait, dans l'expression différentielle de l'époque. Il nous semble que, pour comprendre dans le calcul toutes les quantités ayant une valeur sensible, il est nécessaire d'y joindre aussi les termes du second ordre provenant des excentricités et des inclinaisons, termes qui, bien que supérieurs aux premiers, peuvent cependant donner naissance à des quantités comparables en grandeur numérique à celles que l'on conserve dans la valeur de dE, et auxquelles, il convient, dès lors, d'avoir égard. C'est ce calcul que nous allons effectuer dans ce Mémoire, en suivant la méthode de la variation des constantes arbitraires. La réduction en nombres des formules auxquelles nous parvenons et que nous donnerons dans un autre écrit, montrera de quel ordre sont précisément les quantités négligées par de Pontécoulant, et jusqu'à quel point il était permis de ne pas y avoir égard.

Désignons par m, nt, a, e, ω, la masse, le moyen mouvement, le demi-grand axe, l'excentricité, la longitude du périhélie de Jupiter, et par les mêmes lettres affectées d'un accent, les quantités analogues qui se rapportent à Saturne. Soient de plus γ l'inclinaison mutuelle des deux orbites, et ι la longitude du noeud ascendant de l'orbite de m' compté, sur l'orbite de m. Posons conformément à l'usage

$$l = nt + E, \qquad l' = n't + E',$$

E étant la constante qui, dans le mouvement elliptique de m, accompagne toujours le moyen mouvement nt et que l'on nomme la longitude de l'époque. En négligeant les puissances des excentricités supérieures à la seconde, la variation de cet élément sera exprimée, comme on sait, par l'équation différentielle

$$\frac{dE}{dt} = 2a^2 n \frac{dR_0}{da} - \frac{1}{2} a n e \frac{dR_0}{de};$$

et si l'on se borne à considérer dans le développement de R, la partie non périodique de cette fonction, exacte jusqu'aux termes du second ordre par rapport aux excentricités et aux inclinaisons, savoir:

$$R_0 = \frac{m'}{8} A^{(0)} + \frac{m'}{8} a a' B^{(1)} \gamma^2 + \frac{m'}{8}\left(2a\frac{dA^{(0)}}{da} + a^2\frac{d^2A^{(0)}}{da^2}\right)(e^2 + e'^2)$$
$$+ \frac{m'}{2}\left(A^{(1)} - a\frac{dA^{(1)}}{da} - \frac{a^2}{2}\frac{d^2A^{(1)}}{da^2}\right) e e' \cos(\omega' - \omega),$$

on aura

$$\frac{dE}{dt} = \left(\underline{a\ a'}\right)_0 + m'n\left[\frac{\gamma^2}{4} a' a^2\left(B^{(1)} + a\frac{dB^{(1)}}{da}\right)\right] + \left(\underline{a\ a'}\right)_1 e^2 + \left(\underline{a\ a'}\right)_2 e'^2 + \left(\underline{a\ a'}\right)_3 e e' \cos(\omega' - \omega),$$

expression dans laquelle

Digitized by Google

$$\left(\overline{a\ a'}\right)_0 = m'na^2\frac{dA(a)}{da}$$

$$\left(\overline{a\ a'}\right)_1 = \frac{m'n}{8}\left(2a^2\frac{dA(a)}{da} + 7a^3\frac{d^2A(a)}{da^2} + 2a^4\frac{d^3A(a)}{da^3}\right),$$

$$\left(\overline{a\ a'}\right)_2 = \frac{m'n}{4}\left(2a^2\frac{dA(a)}{da} + 4a^3\frac{d^2A(a)}{da^2} + a^4\frac{d^3A(a)}{da^3}\right).$$

$$\left(\overline{a\ a'}\right)_3 = -\frac{m'n}{8}\left(2a\,A(a) - 2a^2\frac{dA(a)}{da} + 15a^3\frac{d^2A(a)}{da^2} + 4a^4\frac{d^3A(a)}{da^3}\right).$$

Maintenant on a pour la variation de $\frac{dE}{dt}$ qui est de l'ordre du carré des masses,

$$\begin{aligned}\delta\left(\frac{dE}{dt}\right) = {} & \frac{d}{dn}\left(\frac{dE}{dt}\right)\delta n + \frac{d}{da}\left(\frac{dE}{dt}\right)\delta a + \frac{d}{de}\left(\frac{dE}{dt}\right)\delta e \\ & + \frac{d}{dy}\left(\frac{dE}{dt}\right)\delta y + \frac{d}{d\omega}\left(\frac{dE}{dt}\right)\delta\omega + \frac{d}{da'}\left(\frac{dE}{dt}\right)\delta a' \\ & + \frac{d}{de'}\left(\frac{dE}{dt}\right)\delta e' + \frac{d}{d\omega'}\left(\frac{dE}{dt}\right)\delta\omega'.\end{aligned}$$

On a d'ailleurs, (Mécanique céleste Livre VI),

$$\begin{aligned}\delta n &= -\frac{6\,m'\,a\,n^2}{5\,n'-2n}\left(P\sin(5\,l'-2\,l) + P'\cos(5\,l'-2\,l)\right),\\ \delta a &= \frac{4\,m'\,a\,n}{5\,n'-2n}\left(a\,P\sin(5\,l'-2\,l) + a\,P'\cos 5\,l'-2\,l)\right),\\ \delta e &= -\frac{m'\,a\,n}{5n'-2n}\left(\frac{d\,P}{d\,e}\sin(5l'-2\,l) + \frac{dP'}{d\,e}\cos(5l'-2\,l)\right),\\ \delta y &= -\frac{m'\,a\,n}{5n'-2n}\left(\frac{d\,P'}{d\,y}\sin(5\,l'-2\,l) + \frac{dP}{dy}\cos(5\,l'-2\,l)\right),\\ e\,\delta\omega &= -\frac{m'\,a\,n}{5\,n'-2n}\left(\frac{d\,P'}{de}\sin(5\,l'-2\,l) - \frac{dP}{de}\cos(5\,l'-2\,l)\right),\\ \delta a' &= -\frac{a'n}{an'}\frac{4m\,a'\,n'}{5n'-2n}\left(a\,P\sin(5\,l'-2\,l) + a\,P'\cos(5\,l'-2l)\right),\\ \delta e' &= -\frac{m\,a'\,n'}{5n'-2n}\left(\frac{\delta P}{d\,e'}\sin(5l'-2l) + \frac{dP}{d\,e'}\cos(5\,l'-2l)\right),\\ e'\delta\omega' &= -\frac{m\,a'\,n'}{5\,n'-2n}\left(\frac{d\,P'}{d\,e'}\sin(5l'-2\,l) - \frac{dP}{d\,e'}\cos(5\,l'-2l)\right);\end{aligned}$$

Ainsi

$$\begin{aligned}\delta\left(\frac{dE}{dt}\right) = {} & \frac{m'\,a\,n}{5n'-2n}\Big[-6n\frac{d}{dn}\left(\frac{dE}{dt}\right)P\sin(5l'-2l) - 6n\frac{d}{dn}\left(\frac{dE}{dt}\right)P'\cos(5\,l'-2l)\\ & + 4a\frac{d}{da}\left(\frac{dE}{dt}\right)P\sin(5l'-2l) + 4a\frac{d}{da}\left(\frac{dE}{dt}\right)P'\cos(5l'-2l)\\ & - \frac{d}{de}\left(\frac{dE}{dt}\right)\frac{dP}{de}\sin(5\,l'-2l) - \frac{d}{de}\left(\frac{dE}{dt}\right)\frac{dP'}{de}\cos(5l'-2l)\\ & - \frac{d}{dy}\left(\frac{dE}{dt}\right)\frac{dP}{dy}\sin(5l'-2l) - \frac{d}{dy}\left(\frac{dE}{dt}\right)\frac{dP'}{dy}\cos(5l'-2l)\\ & - \frac{d}{e\,d\omega}\left(\frac{dE}{dt}\right)\frac{dP'}{de}\sin(5l'-2l) + \frac{d}{e\,d\omega}\left(\frac{dE}{dt}\right)\frac{dP}{de}\cos(5l'-2l)\Big]\\ & - \frac{m\,a'n'}{5n'-2n}\Big[4a\frac{a'n}{an'}\frac{d}{da'}\left(\frac{dE}{dt}\right)P\sin(5l'-2l') + 4a\frac{a'n}{an'}\frac{d}{da'}\left(\frac{dE}{dt}\right)P'\cos(5l'-2l)\\ & + \frac{d}{de'}\left(\frac{dE}{dt}\right)\frac{dP}{de'}\sin(5l'-2l) + \frac{d}{de'}\left(\frac{dE}{dt}\right)\frac{dP'}{de'}\cos(5l'-2l)\\ & + \frac{d}{e'd\omega'}\left(\frac{dE}{dt}\right)\frac{dP'}{de'}\sin(5l-2l) - \frac{d}{e'd\omega'}\left(\frac{dE}{dt}\right)\frac{dP}{de'}\cos(5l'-2l).\Big]\end{aligned}$$

Digitized by Google

De la valeur de $\frac{dE}{dt}$, on déduit en la différentiant

$$\frac{d}{dn}\left(\frac{dE}{dt}\right) = m'a^2\frac{dA^{(0)}}{da},$$

$$\frac{d}{da}\left(\frac{dE}{dt}\right) = 2\,m'n\,a\,\frac{d^2A^{(0)}}{da^2},$$

$$\frac{d}{de}\left(\frac{dE}{dt}\right) = 2\left(\overline{a\ a'}\right)_1 e + \left(\overline{a\ a'}\right)_2 e'\cos(\omega'-\omega),$$

$$\frac{d}{dy}\left(\frac{dE}{dt}\right) = m'n\left[\tfrac{1}{2}\,y\,a'\,a^2\left(B^{(1)} + a\frac{dB^{(1)}}{da}\right)\right].$$

$$\frac{d}{ed\omega}\left(\frac{dE}{dt}\right) = \left(\overline{a\ a'}\right)_2 e'\sin(\omega'-\omega),$$

$$\frac{d}{da'}\left(\frac{dE}{dt}\right) = m'na^2\frac{d^2A^{(0)}}{da\,da'},$$

$$\frac{d}{de'}\left(\frac{dE}{dt}\right) = 2\left(\overline{a\ a'}\right)_2 e' + \left(\overline{a\ a'}\right)_2 e\cos(\omega'-\omega),$$

$$\frac{d}{e'd\omega'}\left(\frac{dE}{dt}\right) + -\left(\overline{a\ a'}\right)_2 e\sin(\omega'-\omega).$$

On a d'autre part

$$\begin{aligned} m'\frac{dP}{de} &= M^{(0)}\,e'^2\sin 3\omega' + M^{(1)}\,e\,e'^2\sin(2\omega'+\omega) \\ &+ M^{(1)}\,e'e^2\sin(2\omega+\omega') + M^{(2)}\,e^3\sin 3\omega \\ &+ M^{(1)}\,e'\,\gamma^2\sin(2\tau+\omega') + M^{(2)}\,e\,\gamma^2\sin(2\tau+\omega), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m'\frac{dP'}{de} &= M^{(0)}\,e'^2\cos 3\omega' + M^{(1)}\,e\,e'^2\cos(2\omega'+\omega) \\ &+ M^{(1)}\,e'\,e^2\cos(2\omega+\omega') + M^{(2)}\,e^3\cos 3\omega \\ &+ M^{(1)}\,e'\,\gamma^2\cos(2\tau+\omega') + M^{(2)}\,e\,\gamma^2\cos(2\tau+\omega); \end{aligned}$$

d'où

$$\begin{aligned} m'\frac{dP}{de} &+ M^{(1)}\,e'^2\sin(2\omega+\omega') + 2M^{(1)}\,e\,e'\sin(2\omega+\omega') \\ &+ 3M^{(2)}\,e^2\sin 3\omega + M^{(2)}\,\gamma^2\sin(2\tau+\omega), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m'\frac{dP'}{de} &= M^{(1)}\,e'^2\cos(2\omega'+\omega) + 2M^{(1)}\,e\,e'\cos(2\omega+\omega') \\ &+ 3M^{(2)}\,e^2\cos 3\omega + M^{(2)}\,\gamma^2\cos(2\tau+\omega), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m'\frac{dP}{de'} &= 3M^{(0)}\,e'^2\sin 3\omega' + 2\,M^{(1)}\,e\,e'\sin(2\omega'+\omega) \\ &= M^{(1)}\,e^2\sin(2\omega+\omega') + M^{(1)}\,\gamma^2\sin(2\tau+\omega'), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m'\frac{dP'}{de'} &= 3M^{(0)}\,e'^2\cos 3\omega' + 2M^{(1)}\,e\,e'\cos(2\omega'+\omega) \\ &= M^{(1)}\,e^2\cos(2\omega+\omega') + M^{(1)}\,\gamma^2\cos(2\tau+\omega'), \end{aligned}$$

$$m'\frac{dP}{dy} = 2M^{(1)}\,e\,\gamma\sin(2\tau+\omega') + 2M^{(1)}\,e\,\gamma\sin(2\tau+\omega),$$

$$m'\frac{dP'}{dy} = 2M^{(1)}\,e\,\gamma\cos(2\tau+\omega') + 2M^{(1)}\,e\,\gamma\cos(2\tau+\omega).$$

En convenant de représenter par $\vartheta_1\left(\frac{dE}{dt}\right)$ la partie de $\vartheta\left(\frac{dE}{dt}\right)$ qui est multipliée par $\sin(5l-2l')$, et posant $\frac{M^{(i)}}{m'} = K^{(i)}$ puis

$$V = -6\,m'n\,a^2\frac{dA^{(0)}}{da}, \qquad W = 8\,m'n\,a^2\frac{d^2A^{(0)}}{da^2},$$

on aura donc

$$\begin{aligned} \vartheta_1\left(\frac{dE}{dt}\right) = -\frac{m'a\,n}{5n'-2n}\Big[&(V+W)\,K^{(0)}\,e'^2\sin 3\omega' \\ &+ (V+W)\,K^{(1)}\,e\,e'^2\sin(2\omega'+\omega) \\ &- 2\left(\overline{a\ a'}\right)_1 K^{(1)}\,e\,e'^2\sin(2\omega'+\omega) \\ &- 2\left(\overline{a\ a'}\right)_2 K^{(1)}\,e'^2\sin 3\omega' \\ &+ (V+W)\,K^{(1)}\,e'\,e^2\sin(2\omega+\omega') \\ &- 4\left(\overline{a\ a'}\right)_1 e^2\,e'\,K^{(1)}\sin(2\omega+\omega') \\ &- 4\left(\overline{a\ a'}\right)_2 e\,e'^2\,K^{(1)}\sin(2\omega'+\omega) \\ &+ (V+W)\,K^{(1)}\,e^3\sin 3\omega \\ &- 6\left(\overline{a\ a'}\right)_1 K^{(2)}\,e^3\sin 3\omega \\ &- 6\left(\overline{a\ a'}\right)_2 K^{(2)}\,e'e^2\sin(2\omega+\omega') \\ &+ (V+W)\,K^{(1)}\,e'\,\gamma^2\sin(2\tau+\omega')\Big] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &- m'n\ \tfrac{1}{2}\,\gamma\,a^2\,a'\left(B^{(1)} + a\frac{dB^{(1)}}{da}\right)2K^{(1)}\,e'\,\gamma\sin(2\tau+\omega') \\ &+ (V+W)\,K^{(1)}\,e\,\gamma^2\sin(2\tau+\omega) \\ &- 2\left(\overline{a\ a'}\right)_1 K^{(1)}\,e\,\gamma^2\sin(2\tau+\omega) \\ &- 2\left(\overline{a\ a'}\right)_2 K^{(1)}\,e'\,\gamma^2\sin(2\tau+\omega') \\ &- m'n\ \tfrac{1}{2}\,\gamma\,a^2\,a'\left(B^{(1)} + a\frac{dB^{(1)}}{da}\right)2K^{(1)}\,e\,\gamma\sin(2\tau+\omega)\Big]\sin(5l'+2l'). \end{aligned}$$

Soient

$$U^{(0)} = (V+W)\,K^{(0)} - 2\left(\overline{a\ a'}\right)_2 K^{(1)},$$

$$U^{(1)} = (V+W)\,K^{(1)} - 2\left(\overline{a\ a'}\right)_2 K^{(1)} - 4\left(\overline{a\ a'}\right)_2 K^{(2)},$$

$$U^{(2)} = (V+W)\,K^{(2)} - 4\left(\overline{a\ a'}\right)_1 K^{(2)} - 6\left(\overline{a\ a'}\right)_2 K^{(3)},$$

Digitized by Google

$$U^{(1)} = (V+W)\ K^{(1)} - 6\left(\overbrace{a\ a'}\right)_1 K^{(1)}$$

$$U^{(2)} = (V+W)\ K^{(2)} - m'n\left\{a^2 a'\left(B^{(1)} + a\frac{dB^{(1)}}{da}\right)\left(K^{(2)} - 2\left(\overbrace{v\ a'}\right)_2 K^{(2)}\right.\right.,$$

$$U^{(3)} = (V+W)\ K^{(3)} - m'n\left\{a^2 a'\left(B^{(1)} + a\frac{dB^{(1)}}{da}\right)\left(K^{(3)} - 2\left(\overbrace{a\ a'}\right)_1 K^{(3)}\right.\right.,$$

Alors on pourra écrire

$$\vartheta_1\left(\frac{dE}{dt}\right) = \frac{m'a\,n}{5n'-2n}\Big\{e'^3 U^{(0)}\sin 3\omega' + e e'^2 U^{(1)}\sin(2\omega'+\omega) + e^2 e' U^{(1)}\sin(2\omega+\omega') + e^3 U^{(3)}\sin(3\omega) + e'\gamma^2 U^{(4)}\sin(2\tau+\omega') + e\gamma^2 U^{(5)}\sin(2\tau+\omega)\Big\}\sin(5l'-2l).$$

Quant à la partie de $\vartheta\left(\frac{dE}{dt}\right)$ qui se trouve multipliée par $\cos(5l'-2l)$, il n'est besoin d'aucun calcul pour la déterminer: L'inspection des valeurs de P', $\frac{dP}{de}$, $\frac{dP'}{de}$, $\frac{dP'}{d\gamma}$ montre assez qu'il suffit de changer les sinus en cosinus dans l'expression de $\vartheta_1\left(\frac{dE}{dt}\right)$, pour avoir immédiatement la partie qui correspond au multiplicateur $\cos(5l'-2l)$.

§ II.

Considérons présentement la partie de la variation de l'époque qui a pour multiplicateur la quantité $-\frac{m\,a'n'}{5l'-2l}$. Elle renferme les dérivées

$$\frac{d}{da'}\left(\frac{dE}{dt}\right),\ \frac{d}{de'}\left(\frac{dE}{dt}\right),\ \frac{d}{ed\omega'}\left(\frac{dE}{dt}\right)$$

dont nous avons formé les expressions au paragraphe qui précède; ensorte que la désignant par $\vartheta_2\left(\frac{dE}{dt}\right)$ et posant:

$$N = \frac{4m'a'n^2a^2}{n'}\frac{d^2A^{(0)}}{da\,da'},$$

$$U_1^{(0)} = NK^{(0)} + 6\left(\overbrace{a\ a'}\right)_2 K^{(0)},$$

$$U_1^{(1)} = NK^{(1)} + 4\left(\overbrace{a\ a'}\right)_2 K^{(1)},$$

$$U_1^{(2)} = NK^{(2)} + 2\left(\overbrace{a\ a'}\right)_2 K^{(2)},$$

$$U_1^{(3)} = NK^{(3)},$$

$$U_1^{(4)} = NK^{(4)} + 2\left(\overbrace{a\ a'}\right)_2 K^{(4)},$$

$$U_1^{(5)} = NK^{(5)},$$

on aura

$$\vartheta_2\left(\frac{dE}{dt}\right) = \frac{m\,a'n'}{5n'-2n}\Big\{e'^3 U_1^{(0)}\sin 3\omega' + e e'^2 U_1^{(1)}\sin(2\omega'+\omega) + e^2 e' U_1^{(1)}\sin(2\omega+\omega') + e^3 U_1^{(3)}\sin 3\omega + e'\gamma^2 U_1^{(4)}\sin(2\tau+\omega') + e\gamma^2 U_1^{(5)}\sin(2\tau+\omega)\Big\}\sin(5l'-2l).$$

Et l'on obtiendrait la partie semblable qui se trouve multipliée par $\cos(5l'-2l)$, en changeant dans la précédente les sinus en cosinus. Il suit de là et de ce qui précède que la valeur de $\vartheta\left(\frac{dE}{dt}\right)$ a pour expression complète:

$$\vartheta\left(\frac{dE}{dt}\right) = \frac{m'a\,n}{5n'-2n}\Big([\Phi\sin\zeta\sin(5l'-2l)] + [\Phi\cos\zeta\cos(5l'-2l)]\Big) - \frac{m\,a'n'}{5n'-2n}\Big([\Psi\sin\zeta\sin(5l'-2l)] + [\Psi\cos\zeta\cos(5l'-2l)]\Big),$$

expression dans laquelle

$$\Phi\sin\zeta = e'^3 U_0^{(0)}\cos 3\omega' + e e'^2 U^{(1)}\sin(2\omega'+\omega) + \ldots + e\gamma^2 U_0^{(5)}\sin(2\tau+\omega),$$

$$\Phi\cos\zeta = e'^3 U_0^{(0)}\cos 3\omega' + e e'^2 U^{(1)}\cos(2\omega'+\omega) + \ldots + e\gamma^2 U_0^{(5)}\cos(2\tau+\omega),$$

$$\Psi\sin\zeta = e'^3 U_1^{(0)}\sin 3\omega' + e e'^2 U_1^{(1)}\sin(2\omega'+\omega) + \ldots + e\gamma^2 U_1^{(5)}\sin(2\tau+\omega),$$

$$\Psi\cos\zeta = e'^3 U_1^{(0)}\cos 3\omega' + e e'^2 U_1^{(1)}\cos(2\omega'+\omega) + \ldots + e\gamma^2 U_1^{(5)}\cos(2\tau+\omega).$$

Par l'intégration on a donc

$$\vartheta E = \frac{m'a\,n}{(5n'-2n)^2}\Phi\,[\sin\zeta\cos(5l'-2l) - \cos\zeta\sin(5l'-2l)] - \frac{m\,a'n'}{(5n'-2n)^2}\Psi\,[\sin\zeta\cos(5l'-2l') - \cos\zeta\sin(5l'-2l)].$$

Digitized by Google

§ III.

Pour les applications numériques, il convient d'exprimer $A^{(0)}$, $A^{(1)}$, $B^{(1)}$ et leurs dérivées en fonction des quantités $b_{\frac{1}{2}}^{(0)}$, $b_{\frac{1}{2}}^{(1)}$, $b_{\frac{3}{2}}^{(1)}$, $\frac{db_{\frac{1}{2}}^{(0)}}{da}$, $\frac{db_{\frac{3}{2}}^{(1)}}{da}$ etc. Or c'est ce qu'il est aisé de faire en remarquant que l'on a

$$a'a\,\frac{dA^{(0)}}{da} = -\,a\frac{db_{\frac{1}{2}}^{(0)}}{da},\quad a'a^2\frac{d^2A^{(0)}}{da^2} = -\,a^2\frac{d^2b_{\frac{1}{2}}^{(0)}}{da^2},\quad a'a^3\frac{d^3A^{(0)}}{da^3} = -\,a^3\frac{d^3b_{\frac{1}{2}}^{(0)}}{da^3},$$

$$A^{(1)} = \frac{a}{a'^2} - \frac{1}{a'}\,b_{\frac{1}{2}}^{(1)},\quad a'a\,\frac{dA^{(1)}}{da} = -\,a - a\frac{db_{\frac{1}{2}}^{(1)}}{da},$$

$$a'a^2 = \frac{d^2A^{(1)}}{da^2} = -\,a^2\frac{d^2b_{\frac{1}{2}}^{(1)}}{da^2},\quad a'a^3\frac{d^3A^{(1)}}{da^3} = -\,a^3\frac{d^3b_{\frac{1}{2}}^{(1)}}{da^3},$$

$$a'a\frac{dA^{(0)}}{da} = a\left(b_{\frac{1}{2}}^{(0)} + a\frac{db_{\frac{1}{2}}^{(0)}}{da}\right),\quad a^2a'\left(B^{(1)} + a\frac{dB^{(1)}}{da'}\right) = 3a\left(b_{\frac{3}{2}}^{(1)} + a\frac{db_{\frac{3}{2}}^{(1)}}{da}\right),$$

$$a\,a'^2\frac{d^2A^{(0)}}{da\,da'} = -\,a'\left(2a\frac{dA^{(0)}}{da} + a^2\frac{d^2A^{(0)}}{da^2}\right)$$

$$= 2a\frac{db_{\frac{1}{2}}^{(0)}}{da} + a^2\frac{d^2b_{\frac{1}{2}}^{(0)}}{da^2},$$

$$a'^2\frac{d^2A^{(0)}}{da'^2} = a'\left(2A^{(0)} + 4a\frac{dA^{(0)}}{da} + a^2\frac{d^2A^{(0)}}{da^2}\right)$$

$$= -\left(2b_{\frac{1}{2}}^{(0)} + 4a\frac{db_{\frac{1}{2}}^{(0)}}{da^2} + a^2\frac{d^2b_{\frac{1}{2}}^{(0)}}{da^2}\right).$$

On trouve, en effet, par la substitution de ces valeurs dans celles de $U^{(0)}$, $U^{(1)}$, ... $U_1^{(0)}$, $U_1^{(1)}$, $U_1^{(1)}$...

$$a'\,U^{(0)} = GK^{(0)} - 2a'\,\overline{(a\,a')}_3\,K^{(1)},$$

$$a'\,U^{(1)} = GK^{(1)} - 2a'\,\overline{(a\,a')}_1\,K^{(1)} - 4a'\,\overline{(a\,a')}_2\,K^{(0)},$$

$$a'\,U^{(2)} = GK^{(2)} - 4a'\,\overline{(a\,a')}_1\,K^{(2)} - 6a'\,\overline{(a\,a')}_2\,K^{(0)},$$

$$a'\,U^{(3)} = GK^{(3)} - 6a'\,\overline{(a\,a')}_1\,K^{(3)},$$

$$a'\,U^{(4)} = GK^{(4)} - m'n\left\{3a\left(b_{\frac{3}{2}}^{(1)} + a\frac{db_{\frac{3}{2}}^{(1)}}{da}\right)\right\}K^{(1)} - 2\,\overline{(a\,a')}_3\,K^{(3)},$$

$$a'\,U^{(5)} = GK^{(5)} - 2\,\overline{(a\,a')}_1\,K^{(5)} - m'n\left\{3a\left(b_{\frac{3}{2}}^{(1)} + a\frac{db_{\frac{3}{2}}^{(1)}}{da}\right)\right\}K^{(3)};$$

$$a'\,U_1^{(0)} = HK^{(0)} + 6a'\,\overline{(a\,a')}_2\,K^{(0)},\qquad a'\,U_1^{(3)} = HK^{(3)},$$

$$a'\,U_1^{(1)} = HK^{(1)} + 4a'\,\overline{(a\,a')}_2\,K^{(1)},\qquad a'\,U_1^{(4)} = HK^{(4)} + 2a'\,\overline{(a\,a')}_2K^{(4)},$$

$$a'\,U_1^{(2)} = HK^{(2)} + 2a'\,\overline{(a\,a')}_2\,K^{(2)},\qquad a'\,U_1^{(5)} = HK^{(5)}$$

expressions dans lesquelles

$$G = 6\,m'n\,a\,a\frac{db_{\frac{1}{2}}^{(0)}}{da} - 8\,m'n\,a^2\frac{d^2b_{\frac{1}{2}}^{(0)}}{da^2},$$

$$H = \frac{4\,m'n^2}{n'}\left(2b_{\frac{1}{2}}^{(0)} + a\frac{db_{\frac{1}{2}}^{(0)}}{da} + a^2\frac{d^2b_{\frac{1}{2}}^{(0)}}{da^2}\right);$$

Digitized by Google

$$a'\left(\frac{a}{a'}\right)_1 = -\frac{m'n}{8}\,a\,\left(2a\frac{db_{\frac{1}{2}}^{(a)}}{da} + 7a^2\frac{d^2b_{\frac{1}{2}}^{(a)}}{da^2} + 2a^3\frac{d^3b_{\frac{1}{2}}^{(a)}}{da^3}\right),$$

$$a'\left(\frac{a}{a'}\right)_2 = -\frac{n'n}{4}\,a\,\left(2a\frac{db_{\frac{1}{2}}^{(a)}}{da} + 4a^2\frac{d^2b_{\frac{1}{2}}^{(a)}}{da^2} + a^3\frac{d^3b_{\frac{1}{2}}^{(a)}}{da^3}\right),$$

$$a'\left(\frac{a}{a'}a\right)_3 = -\frac{m'n}{8}\,a\,\left(2b_{\frac{1}{2}}^{(1)} - 2a\frac{db_{\frac{1}{2}}^{(1)}}{da} + 15a^2\frac{d^2b_{\frac{1}{2}}^{(1)}}{da^2} + 4a^3\frac{d^3b_{\frac{1}{2}}^{(1)}}{da^3}\right).$$

Si l'on voulait obtenir par la même analyse la valeur de dE' relative à Saturne, il suffirait d'observer que l'on a

$$\frac{dE'}{dt} = 2a'^2n'\frac{dR'_0}{da'} - \frac{a'n'e'}{2}\frac{dR'}{de'},$$

avec

$$R'_0 = \frac{m}{2}A^{(0)} + \frac{m}{8}a\,a'\,B^{(1)}\gamma^2 + \frac{m}{8}\left(2a\frac{dA^{(0)}}{da} + a^2\frac{d^2A^{(0)}}{da^2}\right)(e^2+e'^2)$$
$$+\frac{m}{2}\left(A^{(1)} - a\frac{dA^{(1)}}{da} - \frac{a^2}{2}\frac{d^2A^{(1)}}{da^2}\right)e\,e'\cos(\omega'-\omega)\,;$$

et, d'autre part, que

$$\left(\frac{a'}{a}a\right)_0 = m\,n'\,a'^2\frac{dA^{(0)}}{da'},$$

$$\left(\frac{a'}{a}a\right)_1 = -\frac{mn'}{8}a'\left(10a'\frac{dA^{(0)}}{da} + 11a^2\frac{d^2A^{(0)}}{da^2} + 2a^3\frac{d^3A^{(0)}}{da^3}\right),$$

$$\left(\frac{a'}{a}a\right)_2 = -\frac{mn'}{4}a'\left(4a\frac{dA^{(0)}}{da} + 5a^2\frac{d^2A^{(0)}}{da^2} + a^3\frac{d^3A^{(0)}}{da^3}\right),$$

$$\left(\frac{a'}{a}a\right)_3 = \frac{mn'}{4}a'\left(-5A^{(1)} - 5a\frac{dA^{(1)}}{da} + \frac{21}{2}a^2\frac{d^2A^{(1)}}{da^2} + 2a^3\frac{d^3A^{(1)}}{da^3}\right).$$

Paris, le 9 Mars 1880.

Oppositions-Ephemeride der (37) Fides.

12h Mittl. Berl. Zeit		AR. (37) Fides	Decl. (37) Fides	Log. Etf. (37) von δ	Aber.-Zeit
Juni	18	19h14m26s64	−27° 0′ 45″3	0.305440	16″46″
	19	13 35.12	2 50.0	0.304283	
	20	12 42.65	4 53.2	0.303180	41
	21	11 49.29	6 54.6	0.302132	
	22	10 55.10	8 54.0	0.301139	36
	23	10 0.11	10 51.2	0.300202	
	24	9 4.37	12 46.1	0.299322	32
	25	8 7.91	14 38.2	0.298499	
	26	7 10.79	16 27.5	0.297733	28
	27	6 13.08	18 14.0	0.297026	
	28	5 14.83	19 57.7	0.296380	25
	29	4 16.08	21 38.5	0.295795	
	30	3 16.89	23 16.2	0.295271	22
Juli	1	2 17.35	24 50.6	0.294808	
	2	1 17.51	26 21.3	0.294406	21
	3	19 0 17.42	27 48.0	0.294066	
	4	18 59 17.16	29 10.9	0.293788	19
	5	58 16.79	30 29.9	0.293572	
	6	57 16.37	31 44.9	0.293418	18
	7	56 15.97	32 55.8	0.293328	

12h Mittl. Berl. Zeit		AR. (37) Fides	Decl. (37) Fides	Log. Etf. (37) von δ	Aber.-Zeit
Juli	8	18h55m15s66	−27°34′ 2″7	0.293300	16″18″
	9	54 15.50	35 5.4	0.293334	
	10	53 15.54	36 3.8	0.293430	18
	11	52 15.86	36 57.8	0.293589	
	12	51 16.51	37 47.5	0.293809	19
	13	50 17.57	38 32.8	0.294091	
	14	49 19.10	39 13.9	0.294432	21
	15	48 21.18	39 50.6	0.294833	
	16	47 23.86	40 22.9	0.295294	23
	17	46 27.17	40 50.9	0.295814	
	18	45 31.17	41 14.5	0.296393	25
	19	44 35.92	41 33.6	0.297028	
	20	43 41.48	41 48.4	0.297720	28
	21	42 47.88	41 59.1	0.298467	
	22	41 55.18	42 5.6	0.299268	32
	23	41 3.45	42 8.1	0.300122	34

Opp. in AR. Juli 4.4462.

Lichtstärke = 0.55, Grösse 11.68.

Breslau, 1880 Mai 28.

Dr. *Paul Neugebauer.*

Digitized by Google

Observations of Comet *b* 1880 (Schäberle),

made at Dun Echt Observatory with the Filar-Micrometer on the 15 in. Refractor.

	Date 1880	Dun Echt M. T.	$\mathfrak{C} - *$		α $\mathfrak{C}$	δ $\mathfrak{C}$	Observer.
a	Apr. 22	$11^h57^m45^s$	$+ 1^m49^s47$	$- 9'29''0$	$6^h15^m39^s57$	$+72°37'42''3$	J. G. L.
	„ 22	12 55 41	+ 1 48.12	−11 5.6	6 15 38.22	72 36 5.7	„
b	„ 22	12 55 41	+ 3 55.53	− 2 19.2	6 15 38.46	72 36 4.6	„
c	„ 23	10 58 23	− 0 6.81	− 7 16.3	6 15 17.54	71 58 15.0	R. C.
d	„ 25	13 51 16	+ 0 11.80	− 3 34.4	6 14 47.18	70 32 29.2	J. G. L.
e	„ 29	13 8 58	+ 7 27.54	+ 2 29.9	6 14 44.65	67 58 58.0	„
f	May 1	12 36 6	− 3 45.25	+ 3 34.7	6 15 2.64	66 45 45.1	R. C.
g	„ 4	12 19 43	+ 1 45.55	+ 3 53.9	6 15 47.43	64 59 13.5	„
h	„ 8	11 6 49	+ 0 3.76	− 1 26.8	6 17 9.16	62 45 35.8	„
i	„ 13	12 23 10	− 0 15.75	− 7 39.4	6 19 21.82	60 5 38.5	J. G. L.
k	„ 13	12 48 51	− 1 8.42	− 2 13.2	6 19 22.25	+60 5 5.3	„

Adopted Mean Places of Comparison-stars for 1880.

	α	Red.	δ	Red.	
a	$6^h13^m47^s79$	$+2^s31$	$+72°46'56''6$	+14.7	Arg.-Oe. 6740.
b	6 11 40.66	2.27	72 38 9.1	14.7	- 6695.
c	6 15 22.08	2.27	72 5 16.8	14.5	3 Bonn. Cat. + 72°317 + A.-Oe. 6767 / 4
d	6 14 33.26	2.12	70 35 49.8	13.8	Radcliffe Cat. No. 1707.
e	6 7 15.27	1.84	67 56 15.4	12.7	Bonn. Cat. + 67°422.
f	6 18 45.99	1.90	66 41 58.4	12.0	Arg.-Oe. 6834.
g	6 14 0.13	1.75	64 55 8.4	11.2	D.M. + 64°582; place determined from „C.“
h	6 17 3.72	1.68	62 46 52.6	10.0	Arg.-Oe. 6815 + 6816 / 2
i	6 19 35.96	1.61	60 13 9.3	8.6	- 6871.
k	6 20 29.05	1.62	60 7 9.9	8.6	- 6892.
l	6 12 6.45	1.73	64 57 48.7	11.2	Bonn. Cat. + 64°580.

Remarks:

April 22. With power 442 no nucleus visible; tail well seen with powers 229 and 442; it is a little broader than the head. Approx. pos. of tail 58°44'. Bright moonlight.

April 25. Comet faint; nucleus recognizable; tail broad. Observations somewhat difficult in consequence of moonlight and light clouds.

May 1. The comet had a very small almost stellar nucleus = 13^m5 star, and a tail about 4' long in pos. 48°7. Power 229.

May 4. Tail about 7' long, $p = 51°2$ (3 meas.). A very small stellar nucleus seen with power 229. — The A. R. of + 64°582 in the D. M. is 10^s two small the star has a strong red tinge.

May 8. Tail about 6' long.

May 13. The comet has a small sharp nucleus = 12^m star; in the finder it is an exceedingly faint object.

From a Paris observation for April 8 given in the Comptes Rendus, Tome XC, p. 911

	Paris M. T.	R.A.	N. P. D.
1880 April 8.	$12^h4^m55^s$	$6^h54^m23^s94$	6°50' 24''8

„already corrected for the effect of parallax“, and from the Dun Echt determinations of April 23 and May 8 we have deduced the following elements by Prof. Klinkerfues' method for the Equator:

Digitized by Google

T = 1880 July 1.569186
$\pi - \Omega + A$ = 347°35′58″9
$\pi - \Omega + B$ = 41 4 2.6
$\pi - \Omega + C$ = 119 38 28.4
$\log a$ = 9.760554
$\log b$ = 9.964778
$\log c$ = 9.956311
$\log q$ = 0.258990
Mean Equinox 1880.0

The residuals for the middle observation are:

$\Delta\pi \cos\delta = -4''9$
$\Delta\delta = -2.0$

The angular elements for the Ecliptic are:

i = 123° 4′ 8″0
Ω = 257 14 31.8
π = 42 18 19.8
Mean Equinox 1880.0

The subjoined ephemeris for Berlin Midnight is sufficiently detailed to give a general idea of the comet's path during the next six months.

1880		α	δ	$\log r$	$\log \Delta$	Brightness
May	19	6h22m19s0	+ 57°11′58″	0.277913	0.387701	0.82
	22	6 23 55.2	55 49 54	0.275470	0.393537	0.80
	26	6 26 7.2	54 5 38	0.272461	0.400885	0.79
	30	6 28 22.2	52 26 46	0.269727	0.407701	0.77
July	1	6 45 49.2	41 34 58	0.258990	0.439414	0.70
	17	6 52 55.4	37 3 11	0.261696	0.438599	0.70
Aug.	2	6 57 59.7	32 41 50	0.269629	0.426061	0.70
	14	6 59 54.6	29 22 7	0.278638	0.408798	0.74
	18	7 0 4.8	28 13 16	0.282154	0.401549	0.75
	22	6 59 58.7	27 2 44	0.285903	0.393558	0.77
	26	6 59 34.6	25 50 6	0.289868	0.384841	0.78
	30	6 58 50.7	24 35 2	0.294033	0.375400	0.80
Sept.	3	6 57 44.7	23 17 4	0.298386	0.365260	0.82
	7	6 56 14.1	21 55 46	0.302910	0.354449	0.85
	11	6 54 16.4	20 30 38	0.307589	0.343016	0.88
	15	6 51 48.9	19 1 8	0.312419	0.335024	0.89
	19	6 48 48.8	17 26 43	0.317358	0.318551	0.94
Oct.	5	6 30 15.5	10 9 5	0.338170	0.266278	1.08
	21	5 58 37.8	+ 1 2 37	0.360055	0.220797	1.21
Nov.	6	5 13 12.4	− 9 4 11	0.382418	0.203124	1.18
	22	4 20 30.4	− 17 37 6	0.404817	0.228383	0.95

In this latitude the midnight twilight has now become so strong as to obliterate every trace of the comet.

Lord Lindsay's Observatory, Dun Echt 1880 May 28.

Ralph Copeland.
J. Gerh. Lohse.

Berichtigungen zu Crelle's Rechentafeln.

In addition to the typographic error in Crelle's Rechentafeln published in the Astronomische Nachrichten, Bd. 92, 143, I remark two others which appear in the editions of 1857 and 1875, and also probably in the intermediate editions of 1864 and 1869:

In the product of 112 by 437,
for 499 read 489.
In the product of 265 by 881,
for 2234 read 2334.

D. P. Todd.

Nautical Almanac Office, Washington, 12. March, 1880.

Kiel. Juni 10. 1880. Druck von C. F. Mohr.

Digitized by Google

Astronomische Nachrichten.

Expedition auf der Königlichen Sternwarte bei Kiel.

Herausgeber: Dr. C. F. W. Peters.

Band 97. **Nr. 2319.** 15.

Einige Bemerkungen über die anomalen Bewegungserscheinungen einiger Kometen und über das Widerstand leistende Medium.

Von *Th. v. Oppolzer.*

Es ist von mehren Seiten in Hinweis auf die Aehnlichkeit der Bahnelemente des ersten Kometen des Jahres 1843 mit denen des ersten Kometen des Jahres 1880 die Identität derselben behauptet worden; doch dieser Behauptung stellen sich deshalb begründete Bedenken entgegen, weil es ganz unmöglich ist, nach den von Hubbard hierüber angestellten Rechnungen, mit einer Umlaufszeit von 37 Jahren den Beobachtungen des Jahres 1843 mit blosser Berücksichtigung des Attraktionsgesetzes zu genügen. Meine Untersuchungen über die Bahn des Winnecke'schen Kometen (vergl. Astr. Nachr. Nr. 2314) haben mir das auffällige Resultat gegeben, dass die von Encke aufgestellte Hypothese des Widerstand leistenden Mediums auch bei diesem Kometen Geltung zu haben scheint und dass die Widerstandsconstante U nahezu identisch für beide Kometen gefunden wird; meine letzten Rechnungen haben sogar noch näher zusammenfallende Resultate gegeben, indem ich für den Winnecke'schen Kometen für die Beschleunigung in μ nach einem Umlauf aus den Beobachtungen den Werth $0{\cdot}01498$ ableitete, was für U den Werth $\frac{1}{891}$ finden lässt. Dieses Resultat muss aber mit einer gewissen Vorsicht aufgenommen werden, da auf dasselbe in sehr merkbarer Weise ganz geringe Unsicherheiten in der Jupitermasse Einfluss nehmen.

Es schien mir der Untersuchung werth, ob nicht Encke's Hypothese die oben bemerkten Schwierigkeiten für den Kometen des Jahres 1843 beseitigt, ich bin jedoch hierbei zu negativen Resultaten gelangt.

Vor Allem war die Entwicklung der Formeln nöthig, die auf Grundlage der Encke'schen Hypothese die durch das Widerstand leistende Medium bedingten Störungen ergaben; indem ich die Entwicklung derselben der Kürze halber unterdrücke, will ich nur die Resultate derselben anführen, die ich dadurch erlangt habe, dass ich die Produkte der störenden Kraft in die bei dem ersten Kometen des Jahres 1843 kleine Grösse $(1-e)$ vernachlässigte. Unter strenger Annahme der Encke'schen Hypothese erhielt ich die folgenden einfachen geschlossenen Ausdrücke, bei denen ich die gewöhnlich übliche Bezeichnungsweise gebraucht habe und wo Δv und Δr die Störungen in der wahren Anomalie und im Radius vector vorstellen:

$$\Delta v = \tfrac{4}{5}\frac{Uk^2}{q}\cos\tfrac{1}{2}v\,[3+8\,tg\tfrac{1}{2}v^2] + \frac{dv}{dq}\Delta q + \frac{dv}{de}\Delta e + \frac{dv}{dT}\Delta T + \frac{dv}{d\omega}\Delta\omega$$

$$\Delta r = -\tfrac{1}{5}\,Uk^2\frac{tg\tfrac{1}{2}v}{\cos\tfrac{1}{2}v}[7+2\,tg\tfrac{1}{2}v^2] + \frac{dr}{dq}\Delta q + \frac{dr}{de}\Delta e + \frac{dr}{dT}\Delta T.$$

$$\Delta\omega = -\tfrac{8}{3}\,\frac{Uk^2}{q}\cos\tfrac{1}{2}v_0^3.$$

Δq, Δe, ΔT und $\Delta\omega$ sind die Integrationsconstanten und die durch das Widerstand leistende Medium bedingten Incremente der Elemente. Ist v_0 die zur Zeit der angenommenen Osculationsepoche stattfindende wahre Anomalie, so hat man zur Berechnung der Integrationsconstanten die Ausdrücke:

$$\Delta q = \tfrac{1}{3}\,Uk^2\sin\tfrac{1}{2}v_0^2$$

$$\Delta e = \tfrac{8}{3}\,\frac{Uk^2}{q}\sin\tfrac{1}{2}v_0\,[2+\cos\tfrac{1}{2}v_0^2]$$

$$\Delta T = Uk^2\sqrt{2q}\cos\tfrac{1}{2}v_0^3\,[-\tfrac{1}{5}+\tfrac{8}{5}\,tg\tfrac{1}{2}v_0^2+\tfrac{8}{5}\,tg\tfrac{1}{2}v_0^4]$$

Die Differentialquotienten für eine beliebige Zeit t finden sich in bekannter Weise nach

$$\frac{dv}{dq} = -\tfrac{3}{2}\,\frac{t-T}{r^2}\sqrt{\frac{2}{q}}$$

$$\frac{dv}{de} = \tfrac{1}{2}\cos\tfrac{1}{2}v^3\sin\tfrac{1}{2}v\,[1-tg\tfrac{1}{2}v^2+\tfrac{4}{3}\,tg\tfrac{1}{2}v^4]$$

$$\frac{dv}{dT} = -\frac{k\sqrt{2q}}{r^2},\quad \frac{dv}{d\omega} = 1$$

Digitized by Google

$$\frac{dr}{dq} = \cos v$$

$$\frac{dr}{de} = \frac{q}{2} \sin \tfrac{1}{2} v^2 \left[2 + tg \tfrac{1}{2} v^2 + \tfrac{1}{3} tg \tfrac{1}{2} v^4\right]$$

$$\frac{dr}{dT} = -\frac{k \sin v}{\sqrt{2q}}$$

Unter der Annahme des Werthes $\frac{1}{880}$ für die Widerstandsconstante ergab sich sofort durch Anwendung der obigen Formeln, dass der Einfluss des Widerstand leistenden Mediums innerhalb des Zeitraumes der Beobachtungen fast völlig verschwindend ist, wobei die Osculationsepoche auf 1843 März 30.45 gelegt wurde; es werden deshalb die für diesen Kometen von Hubbard ermittelten Resultate eine nahezu unveränderte Geltung haben, gleichgiltig ob man das Widerstand leistende Medium berücksichtigt oder nicht; da aber Hubbard's Untersuchungen für die Umlaufszeit von 37 Jahren unerträglich grosse Fehler in den Beobachtungen übrig lassen, so gelangt man zu dem Schlusse, dass Encke's Widerstandshypothese keinen Beitrag zur Identificirung der ersten Kometen der Jahre 1843 und 1880 liefert.

Es könnte gegen diese Schlussfolgerung eingeworfen werden, dass möglicherweise eine wesentliche Vergrösserung der Widerstandsconstante die Uebereinstimmung herstellen könnte, es lässt sich aber leicht zeigen, dass für diesen Kometen eine wesentliche Verminderung von U aus anderen Gründen angenommen werden muss. Ermittelt man nämlich den Einfluss, den das Widerstand leistende Medium auf einen in einer nahezu parabolischen Bahn sich bewegenden Kometen während eines Umlaufes auf den reciproken Werth der grossen Halbachse ausübt, so erhält man hierfür mit einem sehr hohen Grade der Annäherung den Ausdruck

$$\Delta \left(\frac{1}{a}\right) = \frac{\pi \varrho}{3} \frac{U^2 k^2}{q^2}$$

welcher Ausdruck für den ersten Kometen des Jahres 1843 unter der obigen Annahme über die Widerstandsconstante den Werth 0.12 annimmt. Wäre der Komet in einer parabolischen Bahn vor seiner Erscheinung im Jahre 1843 in das Sonnengebiet eingetreten, so hätte er nach diesem Perihel beiläufig eine Umlaufszeit von 24 Jahren gehabt; dieses Resultat würde zwar nicht in zu argem Widerspruche mit der Annahme einer Umlaufszeit von 37 Jahren stehen, doch müsste für die Zukunft eine rapide Abnahme der Umlaufszeit eintreten, so dass der nächste Umlauf etwa nur 10 Jahre betragen würde u. s. f., Resultate die in keiner Weise durch die Beobachtungen ihre Bestätigung finden und schon mit den früher gemachten Schlüssen nach Hubbard's Rechnungen unverträglich sind. Allerdings lassen sich sofort annehmbare Resultate erhalten, wenn man die Widerstandskraft wesentlich verkleinert, doch müsste diese Verminderung die ursprüngliche Annahme über U wohl mindestens auf den zehnten Theil reduciren. Eine solche Annahme kann wohl nicht als völlig unzulässig bezeichnet werden, indem man sich erlauben kann beiläufig anzunehmen, dass der Widerstand proportional dem Querschnitte des bewegten Körpers und umgekehrt proportional der Masse desselben einwirkt; nimmt man, was allerdings gewiss nicht der der Fall ist, die Dichte für die verschiedenen Himmelskörper gleich an, so würde für sphärische Körper der störende Einfluss des Widerstands umgekehrt proportional dem Radius der Kugel sein; es würde genügen anzunehmen, dass der Kern des Jahres 1843 einen zehnmal grösseren Radius hat, oder wohl auch bei denselben Dimensionen die zehnfache Dichte, als der Encke'sche und Winnecke'sche Komet, um die obigen paradoxen Resultate dem Wesen nach zum Verschwinden zu bringen.

Diese Annahme des Zusammenhanges zwischen der Grösse U mit der Dichte und den Dimensionen des Körpers steht auch in Uebereinstimmung mit der Thatsache, dass man an den Planeten bislang keine merkliche Wirkung des Widerstand leistenden Mediums beobachtet hat, muss aber auch andererseits zu dem Resultate führen, dass eine unendlich feine vertheilte kosmische Materie in ihrer Bewegung dem Attraktionsgesetze sich dem Wesen nach entzieht; sehr fein vertheilte kosmische Materie würde aber langsam gegen die Sonnenoberfläche hinsinken und mit nahezu constanter Geschwindigkeit daselbst anlangen, gleichgiltig mit welcher Geschwindigkeit die Materie in das Sonnengebiet eingetreten ist. Diese letzteren Schlussfolgerungen gelten aber in ihren äussersten Konsequenzen nur dann, wenn man das Widerstand leistende Medium als kontinuirlich betrachtet; stellt man sich aber dasselbe selbst als sehr fein vertheilte kosmische Materie vor, indem man dem Aether keine Widerstandskraft zutheilt, so werden die obigen Grenzzustände keine Geltung haben. Man wird aber fast zu dieser Annahme der Diskontinuität gezwungen, wenn man beachtet, dass nach Schiaparelli's Untersuchungen die Sternschnuppen, die doch wohl einen sehr kleinen Radius im Verhältniss zu den Kometenkernen haben werden, nahezu mit parabolischen Geschwindigkeiten sich fortbewegen; allerdings ist das Widerstand leistende Medium in den Regionen, in denen die Erde sich bewegt, schon sehr verdünnt und überdies scheinen die aus

Digitized by Google

Schmidt's Beobachtungen durch Schiaparelli abgeleiteten Zahlen für die stündliche Häufigkeit der Sternschnuppen auf eine geringere Bewegungsgrösse hinzuweisen, ja es scheint sogar aus denselben Untersuchungen hervorzugehen, was die Encke'sche Hypothese und die daraus gemachten Folgerungen zu fordern scheinen, dass in der Region der Erde die zur Sonne hineilenden Sternschnuppen zahlreicher sind als die austretenden.

Indem die vorstehenden Untersuchungen ergeben, dass die Encke'sche Hypothese des Widerstandes mit den Beobachtungen bislang nirgends in direktem Widerspruche steht, lässt sich sogar mit einem gewissen Grade der Wahrscheinlichkeit der Nachweis liefern, dass es in der That eine Kraft ist, die entgegen der Richtung der Tangentialbewegung wirkt, welche die Anomalien in der Bewegung des Encke'schen Kometen allein erklärt. Diese Untersuchung lässt sich allgemeiner führen, ohne eine bestimmte Annahme über die Form der auftretenden Funktionen zu machen, nur wird der Vorbehalt gemacht, dass die störende Einwirkung mit der Annäherung an die Sonne wesentlich zunimmt. Die unten folgenden Sätze sind theilweise dieser Einschränkung unterworfen, wenn ich auch der Kürze halber nicht weiter dieselbe hervorhebe. —

Nehmen wir vorerst an, was wohl die plausibelste Annahme ist, dass die störende Kraft in der Richtung des Radius vectors wirken würde; über das Wesen der Kraft, ob dieselbe elektrischer Natur, mit der Wärme u. s. w. in Zusammenhang steht, soll nichts entschieden werden. Aus dieser Annahme über die Richtung der Kraft leitet man den wichtigen Satz ab, da eine Wirkung senkrecht auf den Radius vector ausgeschlossen ist, dass die Bahnlage und der Parameter konstant bleiben. Hiermit ist also völlig unabhängig von dem Gesetze der Kraftwirkung eine Relation zwischen den säkularen Aenderungen von μ und φ hergestellt; der Zusammenhang drückt sich aus durch:

$$\Delta\mu = -\frac{3k}{a^{3/2}}\,\mathrm{tg}\,\varphi\,\Delta\varphi.$$

Asten hat in seinen schönen Untersuchungen über den Encke'schen Kometen aus den Beobachtungen empirisch abgeleitet für je einen Umlauf

$$\Delta\mu = +\ 0''1044 \pm 0''0001$$
$$\Delta\varphi = -\ 3''68 \pm 0''15.$$

Bestimmt man nun nach der obigen Formel aus dem empirischen Werthe von $\Delta\mu$ theoretisch $\Delta\varphi$, so findet sich

$$\Delta\varphi = -\ 4''21.$$

Der Widerspruch zwischen der Theorie und der Beobachtung ist ein merklicher, wenn auch in Rücksicht auf den wahrscheinlichen Fehler die Differenz als nicht allzugross bezeichnet werden kann.

Will man aber durch derartige Kräfte, die in der Richtung des Radius vectors wirken, das Vorhandensein der Acceleration der Bewegung erklären, so muss man annehmen, dass diese Kraft wenigstens theilweise eine Funktion der ungeraden Potenzen der Differentialquotienten des Radius vectors nach der Zeit sei, eine Annahme, die dem Wesen nach auf eine endliche Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Kräfte führen würde. — Wenn auch durch W. Weber ähnliche (allerdings zweiter Potenzen dieses Differentialquotienten) Betrachtungen nicht ohne Widerspruch in die Wissenschaft eingeführt sind, so möchte sich eine derartige Annahme mit Rücksicht darauf, dass der Parameter beim Encke'schen Kometen in der That nicht konstant zu sein scheint, kaum empfehlen; ich will aber doch einige Konsequenzen daraus ziehen. Bezeichnet man mit W eine durch die Beobachtungen zu bestimmende Konstante, so kann etwa das modifeirte Attraktionsgesetz angenommen werden:

$$\frac{k^2}{r^2}\left(1 - \frac{dr}{dt}\,W\right).$$

Die Zunahme der täglichen siderischen mittleren Bewegung für einen Umlauf findet sich darnach

$$\Delta\mu = (3\pi k^2 W)\frac{\sin\varphi^2}{a^2\cos\varphi^3}.$$

Der konstante, in der Klammer eingeschlossene Faktor findet sich aus der Acceleration des Encke'schen Kometen $+0''1084$ und erscheint in Einheiten der Bogensekunde angesetzt. Macht man die allerdings willkürliche Annahme, dass W nahezu konstant sei für alle Kometen, so fände sich für den Winnecke'schen Kometen darnach

$$\Delta\mu = +\ 0''0209,$$

was dem beobachteten Werth $+0''0150$ nur theilweise entspricht, doch würde eine Annäherung der Annahme über die Jupitermasse $\left(\frac{1}{1049}\right)$ an den Bessel'schen Werth auf die erstere Zahl führen. Für den Faye'schen Kometen erhielte man $\Delta\mu = 0''0036$, also sehr klein, doch immerhin ausreichend gross, um sich nicht der Beobachtung ganz zu entziehen. Der Einfluss auf den reciproken Werth der grossen Halbachse findet sich für einen Umlauf

$$\Delta\left(\frac{1}{a}\right) = \tfrac{3}{2}\,(3\,W k^2\pi)\,\sin 1''\,\frac{\sin\varphi^2}{k\,p^{3/2}}$$

also für den grossen Kometen 1843 etwa 0.017, dem-

Digitized by Google

selben einen Parameter von 0.011 zuschreibend; wäre dieser Comet in einer Parabel in das Sonnensystem getreten, so würde derselbe wenige Tage nach seinem Perihel eine Bahn erhalten haben, die einer Umlaufszeit von 5—6 Jahrhunderten entspricht. Wenn auch dieses Resultat fast eine Bestätigung in Hubbard's wahrscheinlichsten Elementen zu erhalten scheint, so ist doch nichts gewonnen für die Identificirung der Kometen 1843 und 1880.

Die Konstante W kann keine absolute Konstante sein, sondern muss mindestens für die Planeten fast verschwindende Werthe annehmen, indem das allerdings in diesem Falle kleine Quadrat der Excentricität, welches als Faktor in $\Delta\mu$ eintritt, nicht ausreicht, um die nahe Konstanz von μ zu erreichen. Allerdings ist wohl ein solcher Unterschied leicht denkbar; stellt man sich z. B. elektrische Kräfte als wirksam vor, so werden dieselben proportional den Oberflächen zunehmen, während die Gravitation proportional der Massen zunimmt; welche Betrachtung eine ganz bedeutende Verminderung des Werthes W für die Planeten zulässig erscheinen liesse.

Ueberblickt man die hier für die in der Richtung des Radius vectors wirkenden Kräfte gemachten Folgerungen, so wird man wohl zugeben müssen, dass dieselben nur mit einiger Unwahrscheinlichkeit als Erklärungsprinzip zugelassen werden können.

Eine Kraft annehmen zu wollen, die senkrecht auf die Richtung des Radius vectors wirkt, dürfte bei dem Mangel völlig analoger Fälle kaum Anspruch auf eine Berechtigung haben und muss übrigens in der Richtung der Bahnebene wirkend gedacht werden, da eine wesentliche Verschiebung in der Bahnlage bei den hierher gehörigen Beispielen bislang nicht nachgewiesen werden konnte. Führt man die excentrische Anomalie E als unabhängige Variable ein, S sei die senkrecht auf den Radius vector in der Bahnebene wirkende Kraft, so sind die diesbezüglichen Differentialquotienten von μ und φ

$$\frac{d\mu}{dE} = -\frac{3\sqrt{p}}{k} S$$

$$\frac{d\varphi}{dE} = \frac{rp}{k^2 \cos\varphi^2} [\cos v + \cos E] S.$$

Erlaubt man sich die Bahn im Gebiete der Hauptstörung als parabolisch vorauszusetzen, was für den vorliegenden Fall erlaubt ist, so darf für den letzteren Differentialquotienten geschrieben werden

$$\frac{d\varphi}{dE} = \left(\frac{p}{k \cos\varphi^2}\right) S.$$

Setzt man nun das Integral $\int_0^{2\pi} S\, dE = J$, so wird sein

für einen Umlauf

$$\Delta\mu = -\frac{3\sqrt{p}}{k} J$$

$$\Delta\varphi = \left(\frac{p}{k \cos\varphi}\right)^2 J$$

also die Relation zwischen $\Delta\mu$ und $\Delta\varphi$ unabhängig von der Form der Funktion von S

$$\Delta\mu = -\frac{3k}{a^{3/2} \cos\varphi} \Delta\varphi. \qquad A.)$$

Die Substitution des empirischen Werthes von $\Delta\mu$, den Asten für den Encke'schen Kometen gefunden hat, ergibt theoretisch für $\Delta\varphi$ den Werth $-3''.66$ der mit dem empirischen Werth innerhalb seines wahrscheinlichen Fehlers stimmt. In Anbetracht der geringen Wahrscheinlichkeit von Kräften, die senkrecht auf den Radius vector wirken, verfolge ich trotz dieser guten Uebereinstimmung diese Annahme nicht weiter, wiewohl man sofort sieht, dass durch dieselbe eine gute Harmonie der verschiedenen Resultate erzielt würde.

Nimmt man nun an, dass die störende Kraft als Widerstand auftritt, so macht man keine inplausible Annahme, denn wollte man auch zugeben, dass das Licht und die Anziehungskraft zu ihrer Fortpflanzung keiner materiellen Träger bedarf, so wird man doch wohl kaum den Raum innerhalb des Sonnengebietes als leer betrachten dürfen; derselbe wird aller Orten mehr minder mit kosmischer Materie erfüllt sein, wie dies wohl die Sternschnuppen allein klar erweisen; der Widerstand wird mit Ausschluss der Grenzwerthe um so auffallender in seiner Wirkung sein, je kleiner die bewegte Masse ist. Sei T die Störung in der Tangente, so werden, ohne noch die Form der Funktion näher zu bezeichnen, die folgenden Differentialquotienten gelten:

$$\frac{d\mu}{dt} = -\frac{3}{a}\sqrt{\frac{1+\sin\varphi\cos E}{1-\sin\varphi^2\cos E^2}}\, T$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{2\sqrt{p}\cos E}{k\sqrt{1-\sin\varphi^2\cos E^2}} T$$

für welche mit Rücksicht auf die bisher gemachten Annahmen mit hinreichender Annäherung geschrieben werden darf

$$\frac{d\mu}{dt} = -\frac{6}{a} T$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{2\sqrt{p}}{k} T$$

Digitized by Google

wobei für T der Werth $T(1-\sin\varphi^2\cos E^2)^{-1/2}$ gesetzt ist. Wäre das Integral von T' für einen ganzen Umlauf dem Werthe nach durch J' dargestellt, so erhält man für die Variationen von μ und φ für einen Umlauf die Ausdrücke

$$\Delta\mu = -\frac{6}{a}J', \qquad \Delta\varphi = \frac{2\sqrt{p}}{k}J,$$

und die Relation zwischen $\Delta\mu$ und $\Delta\varphi$ unabhängig von der Form der Funktion T'

$$\Delta\mu = -\frac{3k}{a^{3/2}\cos\varphi}\Delta q,$$

völlig gleich mit dem bei der Betrachtung der senkrecht auf den Radius vector wirkenden Kräfte; es ist also auch in diesem Falle eine völlige Uebereinstimmung zwischen der Theorie und der Beobachtung hergestellt und man hat daher den wichtigen Schluss: Die bei dem Encke'schen Kometen gefundenen empirischen Variationen von $\Delta\mu$ und $\Delta\varphi$ werden theoretisch völlig bestätigt gefunden, wenn man die störende Kraft als Widerstand betrachtet; die Form der Kraft selbst ist aber unter dem bekannten Vorbehalte noch völlig willkürlich. Man sieht daher ohne Schwierigkeit ein, dass die Form des Widerstandes, welche Encke eingeführt hat, nach diesem Satz noch keine Bestätigung erhält, nur so viel dürfte aus diesem Satze mit einiger Wahrscheinlichkeit folgen, dass in der That ein Widerstand die störende Ursache ist.

Bei der Vielheit der Formen, die man aber diesem Widerstande zuweisen kann, bleibt es bei der gegenwärtigen Sachlage völlig unentschieden, ob die von Encke gewählte Form die richtige ist, wenn auch oben gezeigt wurde, dass dieselbe unter ganz plausiblen Annahmen mit den Beobachtungen in Uebereinstimmung gebracht werden kann. Unter den zahlreichen Formen, die man aufzustellen in der Lage ist und von denen ich viele untersucht habe, scheint mir eine Form einer besonderen Beachtung werth, die ein exponentielles Gesetz für die Dichte einführt. Setzt man den Widerstand proportional der Dichte und dem Quadrate der Geschwindigkeit, so wird man T setzen dürfen

$$T = -c^2 Db^{-\vartheta r}$$

wo D und ϑ durch die Beobachtungen zu bestimmende Konstanten sind, von denen übrigens die erstere, da der Widerstand von der Form und Struktur der bewegten Körper abhängig ist, für die verschiedenen Kometen verschieden sein kann und b die Basis der natürlichen Logarithmen vorstellt. Führt man die excentrische Anomalie als unabhängige Variable ein, so erhält man für die diesbezüglichen Differentialquotienten:

$$\frac{d\mu}{dE} = \frac{3kD}{\sqrt{a}}\sqrt{\frac{1+e\cos E}{1-e\cos E}}(1+e\cos E)b^{-\vartheta r}$$

$$\frac{d\varphi}{dE} = -2Da\cos\varphi\sqrt{\frac{1+e\cos E}{1-e\cos E}}\cos E b^{-\vartheta r}.$$

Zur Bestimmung der beiden Konstanten habe ich die Acceleration des Encke'schen und Winnecke'schen Kometen herangezogen, wiewohl nach den gemachten Bemerkungen über die Unsicherheit, die dem Resultate des letzteren anhaftet, und über die Möglichkeit, dass verschiedenen Kometen verschiedene Werthe von D zukommen, diese numerischen Angaben nahezu illusorisch sind. Setzt man $\vartheta = 3.1$ und $D = 1''555$, so findet man durch die Integration der obigen Ausdrücke für die Kometen von Encke, Winnecke und Faye die folgenden Variationen für je einen Umlauf:

	Encke	Winnecke	Faye
$\Delta\mu =$	$+\ 0''1044$	$+\ 0''0149$	$+\ 0''0005$
$\Delta q =$	$-\ 3''71$	$-\ 1''19$	$-\ 0''07$.

Die aufgestellte Form bietet also den grossen Vortheil, dass dieselbe in der That die Einwirkung auf den Faye'schen Kometen fast unmerklich macht, sich also der Thatsache, dass an diesem Kometen bislang eine Acceleration in seiner Bewegung nicht erkannt wurde, anschliesst, ohne eine Aenderung in den Konstanten vornehmen zu müssen. Für den reciproken Werth der grossen Halbachse findet sich der Differentialquotient nach der wahren Anomalie mit einer ausreichenden Annäherung (parabol. Bahn):

$$\frac{d\left(\frac{1}{a}\right)}{dv} = \frac{4D}{\cos\frac{1}{2}v}e^{-\frac{dq}{\cos\frac{1}{2}v^2}}$$

Die Integration dieses Ausdruckes für den ersten Kometen 1843 gibt für den Umlauf

$$\Delta\frac{1}{a} = +\ 0.00292,$$

d. h. der Komet würde, wenn er in das Gebiet der diesbezüglichen Störungen mit einer parabolischen Geschwindigkeit eintritt, nach dem Perihele eine Umlaufszeit von nahe 200 Jahrtausenden besitzen. Es ist also auch hier nicht nöthig, die Konstanten zu variiren, um die Uebereinstimmung zwischen der Theorie und Beobachtung herzustellen.

Digitized by Google

Dass mit dieser Annahme nichts gewonnen ist zur Identificirung der Kometen 1843 und 1880, ist klar, und es scheint aus dieser Untersuchung hervorzugehen, dass die Kräfte, welche eine Acceleration in der Bewegung des Winnecke'schen und Encke'schen Kometen bedingen, nicht herangezogen werden können zu diesem Zwecke; auch würden diese Kräfte nicht ausreichend sein, die an dem grossen Kometen des Jahres 1811 bemerkten Anomalien der Bewegung zu erklären.

Es würde noch einer späteren Untersuchung vorzubehalten sein, ob nicht die Heranziehung der mächtigen Schweifentwicklung der Kometen vom Jahre 1811, 1843 und 1880. eine Erklärung für die anomale Bewegung des ersteren geben und die Identität der letzteren erreichen lasse; doch kann gleich hier erwähnt werden, dass die hier und da gemachte Behauptung über einen eventuellen Unterschied des Schwerpunktes der Kometen mit dem beobachteten Kerne wohl bei der allgemein angenommenen Konstitution der Kometen als nicht haltbar bezeichnet werden muss. Im Allgemeinen möchte es sich aber wohl empfehlen, vorerst die Identität der Kometen 1843 und 1880 nicht als erwiesen zu betrachten, denn die scheinbar so zwingende Aehnlichkeit der 5 willkürlichen Constanten wird wenig beweisend, wenn man die nicht gerade so seltenen Fälle in Betracht zieht, dass bestimmt verschiedene Kometen sehr ähnliche Bahnen beschreiben, und wefür sich plausible Erklärungen leicht finden lassen.

Fassen wir die Resultate der vorstehenden Untersuchungen kurz zusammen, so lassen sich dieselben dahin definiren, dass man mit einiger Wahrscheinlichkeit die anomalen Bewegungserscheinungen des Encke'schen und Winnecke'schen Kometen auf einen Widerstand beziehen kann, der sich ihrer Fortbewegung entgegenstellt; über die Form des Widerstandes lässt sich jedoch gegenwärtig nichts Bestimmtes aussagen. Das Widerstand leistende Medium scheint kein völlig kontinuirliches zu sein.

Wien. 2. Juni 1880.

v. Oppolzer.

Elemente und Ephemeride des Cometen Schäberle,

berechnet von Herrn stud. *Martin* in Leipzig.

Da die Ephemeride in Nr. 2310 der astronomischen Nachrichten bei der folgenden Beobachtung des Herrn Dr. Peter:

Leipzig mittl. Zt.	α app.	log f. p.	δ app.
Mai 27 $12^h7^m9^s$	$6^h26^m45^s40$	(9.481)	$+53°40'32''4$
		log f. p.	Zahl der Beob.
		(0.953)	6 : 2

Mittl. Ort des Vergleichsternes 1880.0

$\alpha = 6^h23^m45^s58$ $\delta = +53°43'49''4$ Arg. Oe. Nr.6956

eine Abweichung von etwa 6′ in δ zeigte, veranlasste ich Herrn stud. Martin aus den Beobachtungen von April 12, April 30 und der obigen neue Elemente und Ephemeride zu rechnen. Er erhielt als Elemente

$T = 1880$ Juli 1.72965 Mittl. Berl. Zt.

$\left.\begin{array}{rl} \pi = & 42°26'55''5 \\ \Omega = & 257\ 16\ 32.2 \\ i = & 123\ 3\ 14.0 \end{array}\right\}$ Mittl. Aequin. 1880.0

$\log q = 0.258831.$

Der mittlere Ort wird dargestellt

in $\lambda \cos \beta$ bis auf — 12″4

in β „ „ 0.3

Folgende Ephemeride kann dazu dienen den Cometen noch bis Anfang August auffinden und beobachten zu können. Bei der grossen Schwäche, welche er am 27 Mai schon zeigte, wird er schwerlich noch später, wenn er sich weiter von der Sonne entfernt, zu sehen sein.

Ephemeride für 12 Uhr mittl. Berl. Zeit.

12^h	α app.	δ app.	log Δ	Lichtst.(1b. der Entd.)
Juni 20	$6^h40^m12^s$	$+44°56'57''$	0.43327	0.71
24	6 42 20	43 41 20	0.43608	0.70
28	6 44 23	42 28 3	0.43820	0.70
Juli 2	6 46 23	41 16 46	0.43961	0 69
6	6 48 21	40 7 11	0.44030	0.69
10	6 50 6	38 59 1	0.44028	0.69
14	6 51 15	37 52 0	0.43952	0.69
18	6 53 23	36 45 49	0.43804	0.69
22	6 55 50	35 40 13	0.43582	0.69
26	6 56 9	34 34 55	0.43288	0.70
30	6 57 19	33 29 39	0.42918	0.70
Aug. 3	6 58 19	32 24 9	0.42473	0.71
7	6 59 7	31 18 8	0.41954	0 71
11	6 59 42	30 11 17	0.41359	0.73
15	7 0 4	29 3 24	0.40689	0.74

Leipzig, Juni 10. 1880.

C. Bruhns.

Digitized by Google

Observations on Comet *b* 1880, made at Princeton Observatory U. S. A.

Lat. 40°20′58″ Long. 9ᵐ34ˢ65 East of Washington.

Washington Mean Time 1880	Comet − Star		No. of Comp.	AR. ref. to Mean Equinox Jan. 0 1880	log factor Parallax	Decl. N ref. to Mean Equinox Jan. 0. 1880	log factor Parallax	Comp. star	Mean R.A. Jan. 0. 1880	Mean Declin. Jan. 0. 1880
	m	*d*								
April 8th	8ʰ15ᵐ41ˢ		1Point.	6ʰ52ᵐ45ˢ	0.3873+	83°08′	0.6388*n*			
9	8 28 46	− 4ᵐ28ˢ56	− 18′ 41″3	3	6 45 46.49	0.3861	82 18 40″6	0.5778*n*	*a*	6ʰ50ᵐ15ˢ05	82°37′ 21″9
10	8 27 18		3Point	6 39 50	0.3596	81 31 30	0.5457*n*	*b*	7 02 31.92	81 28 15
11	8 14 17	− 2 51.80	− 8 42 2	4	* 6 34 51.22	0.3137	* 80 44 42.8	0.5486*n*	* *c*	* 6 37 43.02	* 80 53 25.0
12	9 22 47	+ 5 01.05	+ 13 58.2	3	6 30 44.65	0 3708	79 55 20.4	0.1971*n*	*d*	6 25 43.60	79 41 22.2
13	8 10 43	− 0 38.76	− 2 04.3	6	* 6 27 46 70	0.2686	* 79 11 34.2	0.5063*n*	* *e*	* 6 28 25.46	* 79 13 38.5
14	8 53 09	+ 3 12.59	+ 18 43.4	4	6 25 01.71	0.3776	78 23 55.7	0.2628*n*	*f*	6 21 49.12	78 5 12.3
20	9 47 27	− 6 00.78	+ 9 44 7	4	6 16 44.65	0.2061	73 56 49.3	9.9876+	*g*	6 22 45.43	73 47 4.6
21	8 52 00	− 1 11.18	− 14 56.6	4	6 16 15.02	0.1646	73 16 19.0	9.7165+	*h*	6 17 16.20	73 31 15.6
22	9 01 09		1Point.	6 15 47	0.1554	72 33 15	8.8964+			
26	8 38 32	− 1 52.33	− 6 36 8	6	6 14 40.19	0.0958	69 53 13.1	9.3028+	*i*	6 16 32.52	69 59 49.9
28	9 55 52	+ 8 00.63	− 8 39.0	4	* 6 14 39.18	0 0865	* 68 33 51.4	0.3765+	* *k*	* 6 06 38.55	* 68 42 30.4
May 3	8 58 19	− 3 40 71	+ 17 44.3	5	* 6 15 31.32	0.0223	* 65 31 29.1	0.1951+	* *l*	* 6 19 12.03	* 65 13 44.8

Authority.

a Carrington No. 992
b Carrington No. 1021
c Argelander's Durchmusterung, Zone 80°, No. 221
d Berlin „539 stars" for 1880
e Argelander's Durchmusterung, Zone 79°, No. 213
f Greenwich 9 year Cat. for 1872 No. 622
g Greenwich 9 year Cat. for 1872 No. 625
h Place determined by Comparison with *g*
i Argelander's Durchmusterung, Zone 70° No. 402
k Argelander's Durchmusterung, Zone 68°, No. 436
l Argelander's Durchmusterung, Zone 65°, No. 531

*Stars *c*, *e*, *k* and *l* are found only in the „Durchmusterung" and the places are approximate only.

On the 8th, 10th and 22d, no micrometer observations were taken, but the place of the comet was determined by the circles of the telescope. On the 10th alternate pointings were made on the comet and a star near by. The readings are corrected for instrumental errors and refraction.

The position of the comet on the other dates was determined by ring-micrometer observations. On the 9th, 12th, 14th, 21st and May 3d a micrometer of one ring was used, the radii of whose inner and outer edges are respectively 764″0 and 887″2. On the 11th, 13th, 20th, 26th and 28th, a micrometer consisting of two concentric rings was used, the four radii being 297″2, 346″2, 460″7 and 519″3. In estimating the number of comparisons a complete comparison with the double ring has been counted as equal to two of the single ring. On the 20th, the comparison star did not enter the inner ring.

April 8th. Comet had a bright stellar nucleus about 12th mag. and a tail, brush shaped, 3′ or 4′ long.

April 12th. Comet much brighter and larger than at first.

Apr. 13th. Comet faint on account of haze.

No observations taken from 14th to 20th on account of bad weather.

April 20th. Comet very faint, bright moonlight, no tail perceptible.

April 21st. Same as 20th.

April 22d. Still fainter, no good star for comparison.

April 26th. No moon, but comet not so bright as at first; no bright nucleus.

April 28th. Comet faint and nebulous. Tail seen but not very distinctly.

May 3d. Comet has no stellar nucleus. Whole light about 10th mag. Tail 6′ long, 2′ broad; slightly concave south following.

The telescope employed has an aperture of 9·5 English inches. The Magnifying powers employed were 69 and 77.

The observations were made partly by Prof. C. A. Young, and partly by Mr. Mc. Neill assistant. They were reduced by Mr. Mc. Neill.

Princeton N. J. May 4, 1880.

C. A. Young, Prof. of Astronomy.

237

2319

238

Digitized by Google

The double star, 85 Pegasi.

In July, 1878, I discovered the duplicity of 85 Pegasi, and obtained several measures of the new companion, as well as the distant ninth magnitude star which has been used heretofore by Brünnow (Dunsink Observations, 1873) for the determination of the parallax of the principal star. The proper motion is so large, it was evident that an interval of a few months would be sufficient to show, even without making any measures, whether the close companion participated in this movement. A second series of measures was made about nine months after the first, and a comparison of the two shows beyond all question that the stars have a common proper motion:

P	D		
274°0	0″67	1878.73	3 nights.
284.6	0 75	1879.46	5 nights.

There is some evidence of change in the angle, indicating rapid orbital motion, but it is a difficult object; and while the individual observations agree well enough among themselves, some allowance must be made for errors of judgment in placing the wires. The measures certainly establish the physical relation of the two stars. The annual proper motion of the large star is 1″3 in the direction of about 138°; hence, the distance at the time of the second series of measures given above, if the two stars were widely separated in space, would have been about 1″7, instead of remaining substantially unchanged.

The rapid proper motion of 85 Pegasi is strikingly shown by the observations of the distant companion before referred to. My measures in detail are as follows:

P	D	
33°9	14″06	1878.39
33.8	14.38	1878.47
33.1	14 52	1878.62
33.9	14.64	1878.67
31.7	14.73	1878.85
31.8	14 75	1878.96
33.0	14.79	1878 98
31.1	14.79	1879.03
29.6	15.20	1879 46
29°1	15″02	1879.47
28.7	15.40	1879.90.

These individual measures may be grouped, and compared with the prior measures of Brünnow and Flammarion as follows:

	P	D		
Brü.	77°0	16″00	1870.00	
Flm.	49.8	14.0	1877.94	
β	33.6	14 40	1878.54	4 nights
β	31.9	14.76	1878 95	4 nights
β	29.1	15.21	1879.61	3 nights.

This will prove to be one of the most interesting double star systems known, and it is important that measures should be made each year of the close pair by as many observers as possible. It is an admirable test for an instrument of any size, by reason of the extreme inequality of the components. My various estimates of the magnitude of the small star make it about the twelfth magnitude of Struve's scale. Few observers know how difficult to detect and measure a double star becomes when two stars, so widely different in light, are brought within a distance of 1″ of each other. Possibly I may have underestimated the magnitude of the companion, but it is certainly a very minute point, when compared with the larger star, and will require, I think, an aperture of at least twelve inches to show it. It is hardly necessary to say that no double star of this class is to be found in any of the older catalogues of the Struves, Herschels, and others. There are but three stars of this kind now known, 85 Pegasi, η Piscium and β Scorpii,. The first is much the easiest of the three, the principal stars of the other two being much brighter. The were all discovered with the same instrument, and I am not aware that they have been seen yet with any other. No telescope, however large, will be able to deal with these stars unless the definition with a high power is very nearly perfect. I found it necessary in measuring them to use a power of 900.

Chicago, April 17, 1880.

S. W. Burnham.

Berichtigungen.

A. N. Nr. 2309 Seite 74 Zeile 19 von unten statt Länge lies längs.
" 2314 " 153 " 9 und 10 von oben statt lg $\frac{1}{2}\lambda$ lies tg $\frac{1}{2}\lambda$.

Kiel Juni 19 1880. Druck von C. F. Möller.

Digitized by Google

Astronomische Nachrichten.

Expedition auf der Königlichen Sternwarte bei Kiel.

Herausgeber: Dr. C. F. W. Peters.

Band 97. **Nr. 2320.** 16.

Observations of Jupiter's Satellites made at the Sayre Observatory.

The observations which follow were made by myself with the six inch Equatorial of this Observatory. The method of observing was as follows. The micrometer was provided with two pairs of threads, one pair attached to the fixed plate, the other to the slide moved by the micrometer screw.

The distance apart of the two threads in each pair was approximately 35″.

In observing position angles the threads attached to the fixed plate were used.

These were so placed as to cut off equal segments on the Planet's disc and with the Satellite midway between them. The position angles given below are in each case the mean of five such measurements.

The distances were measured as follows:

Let a and b be the threads of the slide,

„ a' „ b' be those of the fixed plate,

a' and b' were so placed as to cut off equal segments on the disc of the planet, and the Satellite bisected first with a and then with b, a and b were then brought on the planet and the Satellite bisected with a' and b'. The difference of the mean of the readings on a and b and the mean on a' and b' is the double distance of the Satellite from the apparent center of the Planet.

The distances given below are each the result of a single measurement made in this way.

The value of the screw used in reducing the observations of 1878*) was 35″328. A redetermination of the value made during the past summer and autumn gave for the result 35″327 leaving nothing to be desired as far as the agreement with the old value is concerned.

Through the courtesy of Prof. Harkness I have also been able to make two series of measurements of the screw with the measuring engine at the U. S. Naval Observatory as a test for irregularities and periodic errors. —

*) See A. N. 2243, P. 171.

The measurements were made for each entire revolution of the screw from the scale reading 15 to 55 and for every quarter revolution from 25 to 42.

The other parts of the screw are very little used in observation.

The measurements from 15 to 20 have not been used as they were the first made and being unfamiliar with the instrument I had less confidence in them. They do not however differ widely from the remaining values.

Taking the mean length of one revolution for each five revolutions in succession the result is as follows.

The quantities in the second column are fractional parts of one inch.

Micrometer	One Revolut.	v	v''
20—25	.01541	— 3	—0″07
25—30	.01538	0	00
30—35	.01539	— 1	— .02
35—40	.01536	+ 2	+ .05
40—45	.01537	+ 1	+ .02
45—50	.01536	+ 2	+ .05
50—55	.01541	— 3	— .07

Mean value = .01538.

The means of the measurements for the quarter revolutions are as follows:

Micrometer	¼ Revolution	v	v''
0— .25	.00381	+ 2.5	+0″06
.25— .50	.00384	— .5	— .01
.50— .75	.00385	— 1.5	— .03
.75—1.00	.00384	— .5	— .01

Mean value = .003835.

As I believe the discrepancies shown in the las column are as much due to the measurements as to the screw itself I have assumed the latter to be uniform.

Digitized by Google

Satellite I. Magnifying power 140.

Date 1879	Bethlehem Sid. Time	p	Bethlehem Sid. Time	s
Aug. 26	22h00m24s	249°12 6	22h14m10s	65 18
			22 20 46	63.61
	22 35 00	249 20.8	22 27 39	61.79
28	23 19 23	62 27.3	23 27 12	71.43
			23 31 10	72.31
	23 39 49	63 1.3	23 35 3	74.03
30	23 15 25	65 19.4	23 23 10	140.97
			23 27 38	141.57
	23 41 01	65 31.0	23 31 56	141.29
31	22 46 12	246 7.7	22 52 23	144 56
			22 56 9	145.55
	23 5 47	246 9.9	23 01 3	144.40
Sept. 5	22 49 42	242 59.3	22 56 28	73.87
			22 59 19	73.81
	23 7 3	243 32.5	23 02 34	74 31
8	22 5 32	66 10.0	22 11 24	145.04
			22 14 38	145.11
	22 21 53	66 14.2	22 18 14	145.10
12	23 45 7	242 58.2	23 53 49	47.88
			23 56 56	48.85
	0 5 23	243 16.2	0 00 14	49.38
14	22 13 26	245 25.9	22 19 25	114.31
			22 23 20	115.17
	22 31 00	245 24.9	22 26 22	115.44
15	21 49 43	65 40.1	21 56 35	137.01
			22 00 9	137.25
	22 06 14	65 44.3	22 3 13	137.45
16	22 55 56	245 0.3	23 01 24	152.20
			23 05 45	153.30
	23 14 32	245 17.7	23 09 43	153.83
17	22 51 31	67 8.1	22 55 41	116.41
			22 58 06	116.15
	23 04 9	67 21 5	23 00 40	115.65
25	21 18 39	247 3.8	21 24 22	125.17
			21 27 21	124.59
	21 35 18	246 59.4	21 30 15	124.48
26	21 26 32	67 32.2	21 31 47	88.49
			21 34 40	87.86
	21 43 17	67 58.4	21 37 47	86 62
29	22 57 55	64 19.9	23 5 18	97.88
			23 13 55	99.24
	23 23 37	64 8 7	23 17 46	100.46
Sept. 30	22h37m38s	246° 7 2	22h44m27s	126°44
			22 49 5	127.11
	23 01 14	246 25.2	22 54 7	127.87
Oct. 1	21 20 59	65 40.5	21 27 24	136.46
			21 32 59	136.87
	21 44 56	65 42.9	21 38 11	137.57

Satellite II. Magnifying power 140.

Date 1879	Bethlehem Sid. Time	p	Bethlehem Sid. Time	s
Aug. 26	22h42m09s	245°49 0	22h50m59s	224 11
			22 56 36	224.03
	23 08 18	246 06.0	23 01 57	224.55
28	22 10 13	66 23.7	22 17 47	231.40
			22 22 41	231.24
	22 33 48	66 23.1	22 27 54	230.93
30	22 16 49	247 20.6	22 22 51	203.01
			22 27 20	202.48
	22 37 34	247 12.4	22 32 34	201.93
31	21 41 50	64 18.3	21 50 32	144.45
			21 56 50	146.70
	22 10 43	64 20.9	22 04 55	148.55
Sept. 4	22 45 21	66 37.8	22 53 46	232.37
			22 57 30	232.57
	23 06 55	66 49.8	23 01 24	232.50
5	23 19 33	239 24.9	23 28 26	41.87
			23 33 56	43.58
	23 43 34	239 56.1	23 38 22	45.05
8	22 32 53	67 55.4	22 40 38	174.30
			22 43 43	173.96
	22 51 53	68 03.6	22 48 07	173.05
11	22 17 46	66 07.0	22 27 03	223.00
			22 33 41	223.57
	22 48 28	66 06.8	22 40 47	224.43
12	21 21 40	74 59.7	21 30 20	37.49
			21 34 03	37.32
	21 44 21	66 22.7	21 38 10	35.23
14	22 50 35	62 15.9	22 54 37	77.82
			22 57 17	79.11
	23 03 32	62 33.3	22 59 43	79.62
15	21 23 10	67 15.4	21 30 29	210.19
			21 33 42	209.46
	21 42 44	67 24.6	21 38 27	209.53
16	22 26 25	246 37.8	22 31 21	141.68
			22 35 03	141.84
	22 42 55	246 35.4	22 38 14	141.54

Digitized by Google

Date 1879	Bethlehem Sid. Time	p	Bethlehem Sid. Time	s
Sept. 17	22h30m45s	248°59 0	22h34m44s	141''98
			22 37 18	141.87
	22 44 39	248 58.8	22 40 03	141.08
22	21 36 29	67 24.3	21 46 49	221.49
			21 53 30	221.22
	22 09 21	67 35.7	22 00 41	220.71
25	21 42 11	65 35.2	21 47 00	171.34
			21 51 33	171.75
	21 59 25	65 50.4	21 55 51	172.52
26	21 54 00	68 41.7	21 59 44	113.43
			22 03 10	113.67
	22 12 02	68 55.3	22 07 23	112.90
27	22 49 42	246 41.7	22 53 38	216.26
			22 56 52	216.33
	23 04 34	246 42.7	23 00 31	216.39
29	21 19 11	66 44.7	21 28 16	226.35
			21 34 57	226.52
	21 47 21	66 50.9	21 40 11	226.33
30	23 09 57	243 59.3	23 16 41	74 30
			23 21 28	75.50
	23 32 51	244 35.9	23 26 02	76.76
Oct. 1	21 52 26	247 53.4	22 00 19	200.18
			22 05 31	199.33
	22 18 23	247 57.2	22 11 43	198.74

Satellite III.

Date 1879	Bethlehem Sid. Time	p	Bethlehem Sid. Time	s	Power
Aug. 26	23h17m05s	246°26' 5	23h26m38s	297 '93	
			23 32 03	297.89	140
	23 44 47	246 36.7	23 38 48	297.40	
27	21 45 46	254 56.5	22 02 13	43.04	
			22 05 23	41.98	140
	22 14 59	256 53.9	22 09 47	41.11	
28	21 36 53	64 22.8	21 47 11	254.49	
			21 51 07	254.69	140
	22 02 55	64 28.0	21 56 48	255.52	
30	22 45 14	67 30.1	22 52 02	209.47	
			22 56 32	208.63	140
	23 04 35	67 40.1	23 00 07	207.34	
31	22 15 49	240 48.9	22 21 19	95.73	
			22 25 1	95.84	140
	22 33 14	240 55.1	22 28 56	97.34	

Date 1879	Bethlehem Sid. Time	p	Bethlehem Sid. Time	s	Power
Sept. 4	22h15m10s	64°03' 5	22h21m24s	220''46	
			22 25 03	220.94	140
	22 33 54	64 20.5	22 28 51	222.07	
5	21 45 25	65 42.1	21 54 03	369.43	
			21 58 45	369.41	140
	22 11 12	65 46 9	22 05 01	369.75	
8	21 26 36	245 4.7	21 37 37	305 66	
			21 44 37	306 20	140
	21 54 49	245 5.1	21 49 16	307.06	
11	22 59 43	63 51 5	23 29 11	190.47	
			23 35 58	191.96	140
	23 50 9	64 1.5	23 42 49	193.12	
12	23 00 36	65 45.8	23 06 56	364.08	
			23 11 48	363.21	140
	23 24 12	65 47.6	23 17 59	364.03	
15	22 13 06	245 7.8	22 18 26	278.82	
			22 22 11	279.19	140
	22 30 55	245 0.4	22 26 15	279.39	
16	21 58 00	246 22.1	22 02 29	360.65	
			22 06 09	360.42	110
	22 13 44	246 24.5	22 09 41	359.78	
17	22 06 45	248 16.8	22 11 8	181.61	
			22 14 22	181.19	140
	22 23 02	248 29.2	22 17 29	180.84	
25	22 7 1	61 34.9	22 12 38	79.36	
			22 16 10	79.70	140
	22 28 02	61 52.5	22 19 48	80.67	
26	22 22 16	65 29.5	22 30 50	323.34	140
			22 35 01	322.77	
	22 44 31	65 34.9	22 40 32	323.16	
27	22 20 46	66 40.2	22 26 46	331.43	140
			22 33 05	330.81	
	22 43 17	66 35.8	22 38 29	330.14	
29	23 32 30	245 0.4	23 40 48	212.44	140
			23 47 7	213.13	
	23 59 44	245 5.0	23 53 1	214.05	
30	21 27 36	246 22.7	21 36 33	353.49	140
			21 43 05	354.04	
	21 55 54	246 22.9	21 50 29	353.43	
Oct 1	22 24 39	247 49.7	22 32 36	252.17	140
			22 38 35	251.62	
	22 51 21	247 48.1	22 44 14	251.02	

Digitized by Google

Satellite IV.

Date 1879	Bethlehem Sid. Time	p	Bethlehem Sid. Time	s	Power
Aug. 26	23h49m58s	68°29′ 2	23h57m29s	275′30	
			0 2 12	273.97	140
	0 15 50	68 26.8	0 7 26	273.25	
27	22 31 07	79 34.3	22 39 58	52.25	
			22 44 51	51.05	140
	22 58 10	80 21.7	22 50 58	50.52	
28	22 43 10	242 32.0	22 49 56	195.48	
			23 1 5	196.31	140
	23 11 48	242 36.8	23 5 37	196.88	
30	21 39 16	245 24.1	21 48 42	561.42	
			21 57 18	562.09	140
	22 10 36	245 30.5	22 04 30	562.28	
31	23 21 13	245 58.4	22 31 38	642.02	
			23 38 35	641.39	110
	23 55 35	246 3.6	23 48 02	642.37	
Sept. 4	21 41 12	252 22.2	21 50 50	119.05	
			21 55 54	117.76	140
	22 06 17	252 32.6	22 1 00	116.61	
5	22 18 17	61 20.7	22 26 25	132.78	
			22 30 23	133.12	140
	22 40 35	61 29.1	22 35 27	134.09	
8	23 8 44	66 1.8	23 17 28	636.82	
			23 25 03	637.07	110
	23 39 24	66 1.4	23 33 7	637.47	
11	21 31 35	67 33.7	21 42 15	423 04	
			21 49 58	422.58	110
	22 06 02	67 39.3	21 57 38	421.72	
12	22 26 17	69 29.2	22 31 31	204.03	
			22 36 6	201.93	140
	22 52 13	69 45.6	22 40 46	201.22	

Date 1879	Bethlehem Sid. Time	p	Bethlehem Sid. Time	s	Power
Sept. 14	21h35m35s	244°11′ 2	21h42m33s	265′50	
			21 48 9	266.61	140
	21 58 11	244 12.6	21 53 16	267.23	
15	22 40 49	245 29.7	22 47 14	469.28	
			22 51 57	469.62	110
	23 0 4	245 28.3	22 55 58	470.68	
16	21 31 57	246 1 0	21 39 10	593.68	
			21 43 24	593.21	110
	21 52 28	246 05.2	21 47 53	592 77	
17	21 31 32	246 35.3	21 38 15	638 52	
			21 44 44	638 06	110
	21 56 58	246 35.1	21 51 04	638.10	
25	22 36 37	66 20.9	22 43 50	637.44	
			22 50 43	637.23	110
	22 58 46	66 25.7	22 54 21	636 93	
26	22 56 1	66 41.4	23 03 48	615.35	
			23 11 38	615.38	110
	23 23 26	66 42.4	23 17 24	615.13	
27	21 29 57	67 12.2	21 38 34	518.36	
			21 45 11	517.54	110
	21 54 46	67 15.0	21 49 34	517.27	
29	22 22 40	71 30.0	22 30 1	118.05	
			22 34 38	116.98	140
	22 45 47	71 59.0	22 39 12	116.64	
30	22 06 35	241 16.1	22 15 7	116.50	
			22 19 56	117.49	140
	22 32 12	241 30.7	22 24 51	118.19	
Oct. 1	22 58 48	245 23.9	23 7 56	342.32	
			23 13 35	342.71	140
	23 29 25	245 25.3	23 19 54	343.00	

Eclipses.

Date 1879	Satellite	Phase	Bethlehem Sid. Time	Wt.	Power	Remarks.
July 18	I	Dis.	23h05m39s	4	140	First diminution of brightness.
			23 8 4			Disappearance.
Aug. 2	IV	Reap.	22 16 53	1	185	Suspected 1.5 minute earlier, but not distinctly seen.
2	II	Dis.	23 16 16	2	185	First diminution of brightness.
			23 18 04			Disappearance.
19	I	Dis.	21 46 46	4	185	First diminution of brightness.
			21 49 29			Disappearance.
26	I	„	0 11 55	1	140	Image poor. Disappearance.
27	II	„	21 57 37	3	140	Disappearance.
27	III	„	23 8 26	3	140	Disappearance.

Digitized by Google

Date 1879	Satellite	Phase	Bethlehem Sid. Time	Wt.	Power	Remarks.
Sept. 4	I	Re.	23h26m00s	4	140	First seen.
			23 29 54			Full brightness.
11	I	"	1 49 12	4	140	First seen.
			1 52 50			Full brightness.
14	II	"	20 20 34	3	140	First seen.
			20 23 47			Full brightness.
25	III	"	20 28 34	5	140	First seen.
			20 34 7			Full brightness.
27	I	"	1 11 5	4	140	First seen.
			1 16 5			Full brightness.
Oct. 2	III	"	0 58 42	3	140	First seen. } Seen through thin clouds but
			1 4 53			Full brightness. } image good.
6	I	Dis.	22 9 19	1	140	Clouds.
9	III	"	1 58 45	3	140	First diminution of brightness.
			2 8 21			Disappearance.
16	II	Re.	22 7 44	4	140	First seen.
			22 12 00			Full brightness.
20	I	"	2 57 42	3	130	
25	IV	"	22 39 19	5	195	
29	I	"	23 57 26	3	185	
Nov. 17	II	"	0 0 22	1	185	Clouds.
24	II	"	3 04 24	3	135	

The planet was occulted on Juli 18th. As the bar was removed soon after in repairing the micrometer, the method was not afterward applied.

Occultations.

July 19	II	Re.	21h53m28s	3	185	First seen.
			21 56 53			Last contact.
Aug. 2	IV	Dis.	24 33 00	3	185	First contact
			24 41 6			Disappearance.
19	IV	Re.	20 13 33	2	185	First clearly seen; suspected one minute earlier.
			20 16 33			Last contact.
20	II	"	22 11 38	2	185	First seen.
			22 14 10			Last contact.
20	III	"	23 05 42	3	185	First seen.
			23 09 55			Last contact.
27	II	"	0 55 13	2	140	Last contact.
Sept. 4	I	Dis.	20 58 20	3	110	First contact.
			21 03 17			Disappearance.
11	I	"	23 11 20	2	140	First contact.
			23 15 15			Disappearance.
27	I	"	22 09 30	3	140	First contact. Moon very near planet.
			22 14 13			Disappearance.
28	II	"	23 12 11	3	140	First contact.
			23 18 5			Disappearance.
Oct. 9	III	"	22 12 25	2	140	First contact.
			22 21 0			Disappearance.
9	III	Re.	1 44 45	2	140	First seen.
			1 50 45			Last contact.
20	I	Dis.	23 29 48	4	185	First contact.
			23 34 58			Disappearance.

Digitized by Google

Transits.

Date 1879	Satellite	Phase	Bethlehem Sid Time	Wt.	Power	Remarks.
July 19	I	In.	21h18m53s	2	185	First contact.
			21 27 48			Second "
19	I	Eg.	23 37 13	5	185	Third "
			23 42 03			Fourth "
Aug 2	III	In.	22 23 46	3	185	First "
			22 30 56			Second "
18	II	In.	24 44 21	2	185	First "
			24 47 1			Second "
18	I	In.	24 47 51	2	185	First "
			24 50 36			Second "
20	I	Eg.	21 35 10	3	185	Third "
			21 40 00			Fourth "
27	I	In.	21 32 10	3	140	First "
			21 35 54			Second "
27	I	Eg.	23 46 48	3	140	Third "
			23 51 13			Fourth "
27	IV	In.	1 22 58	3	140	First "
			1 34 43			Second "
Sept. 12	I	In.	20 27 39	3	140	First "
			20 32 19			Second "
12	II	In.	22 16 59	3	140	First "
			22 21 46			Second "
12	I	Eg.	22 43 19	3	140	Third "
			22 48 22			Fourth "
12	II	Eg.	1 05 49	1	140	Third contact. Seen trough clouds.
			1 11 06			Fourth contact.
14	III	In.	20 54 37	4	140	First "
			21 3 32			Second "
14	III	Eg.	0 19 2	4	140	Third "
			0 28 12			Fourth "
Oct. 14	II	In.	22 52 36	3	140	First "
			22 56 56			Second "
14	II	Eg.	1 40 11	1	140	Third contact. Very hazy
			1 46 41			Fourth "
16	IV	In.	0 37 56	2	140	First " Faint on acount of fog
			0 43 16			Second "

The Lehigh University, South Bethlehem, Pennsylvania.

C. L. Doolittle.

Digitized by Google

Zur Auffindung der Planeten (153) und (137).

Nachdem der Planet (153) in seiner diesjährigen in die Monate April oder Mai fallenden Opposition günstige Helligkeitsverhältnisse hatte, so wollte ich meine ganze Thätigkeit der Aufsuchung dieses interessanten Planeten widmen. Die Unsicherheit seines Ortes war bereits eine derartige, dass die nach den Grenzelementen des Herrn Kühnert für Mai 1. resultirenden Oerter auf 12^h46^m und 16^h40^m fallen, mithin beinahe 4 Rektascensionsstunden zu durchsuchen waren. Glücklicherweise traf ich nach Durchsuchung von ein und einhalb Rektascensionsstunden den Planeten, so dass ich daran gehen konnte die Aufsuchung des Planeten (137) in Angriff zu nehmen. Ich schrieb meinem Freunde Schulhof, welcher diesen Planeten bearbeitete, dass ich jetzt bereit bin für heuer die von der wahrscheinlichsten Hypothese gegen die grösseren Rektascensionsstunden liegenden Hypothesen abzusuchen, da es mir für die andere Hälfte bereits zu spät sei. Herr Schulhof übersandte mir darauf folgende Elementensysteme:

	I	II	III	IV	V	VI	VII
M	310° 6′ 4	305°56′ 5	304°26′ 4	300° 4′ 6	292° 5′ 1	282° 1′ 6	275°35′ 5
π	310 51.6	317 46.4	325 54.6	331 42.4	345 20.4	356 11.3	5 48.3
Ω	204 26.8	204 25.5	204 24.1	204 22.5	204 21.5	204 18.2	204 18 9
i	13 44.9	14 16.5	14 47.1	15 19.6	15 50.6	17 2.0	16 57.0
φ	12 4.9	11 4.5	10 15.8	10 21.1	9 24.6	10 21.6	9 45 8
μ	641″145	653″153	665″104	668″893	685″851	690″429	702″108

Ich hoffte mit einer gewissen Zuversicht den Planeten auf dieser Seite der wahrscheinlichsten Elemente zu finden, da ich die Bemerkung gemacht habe, dass in der Mehrzahl der Fälle verbesserte Elemente kleinere Excentricitäten zeigen, als erste Elemente, und die zu durchsuchende Hälfte den kleinern Excentricitäten entsprach. Ich rechnete mir aus I II und III folgende Ephemeride:

Mai	26.5	$16^h17^m7—7^o\ 2$	$16^h41^m6—6^o26'$ $17^h31^m1—5^o11'$
Juni	3.5	16 11 5—6 17	16 35 4—5 41 17 25 2—4 24

Eine Fortsetzung der Rechnung wurde überflüssig, da ich den Planeten am 31 Mai fand. Seine Position ist einer Meridianbeobachtung zu Folge 31 Mai 1880 $11^h37^m7^s$ Ortszeit $16^h16^m18^s55—6^o51'7''3$. Es hat auch den Anschein dass das von mir 1876 Nov. 24 in die Karte eingezeichnete und später vermisste Object der Planet (137) war und dass Herr Dr. Knorre und ich Januar 1878 denselben nur seiner Lichtschwäche wegen nicht auffanden. Die Position war Aequinoctium 1855.0 beiläufig Mitternacht $3^h49^m58^s+7^o57'5$.

Ein am 25 November eingetretenes Wechselfieber hinderte mich damals an der sofortigen Auffindung.

Pola, 1880 Juni 12.

J. Palisa.

Ueber den von Wartmann im Jahre 1831 gesehenen Planeten.

In den Comptes Rendus vom Jahre 1836 wurden von Arago Beobachtungen eines von Wartmann im Jahre 1831 beobachteten Objectes mitgetheilt, die man meines Wissens, bisher nicht richtig gedeutet hat. So schreibt Gauss hierüber an Schumacher (Briefwechsel Bd. V. pag. 235) und hält die Identität mit Neptun nicht für wahrscheinlich. Rechnet man aus den Beobachtungen selbst eine Kreisbahn, so wird man nahe auf die mittlere Entfernung des Uranus geführt; in der That ist auch wohl das Object nichts anderes als dieser Planet; die von Wartmann gegebenen Oerter sind durchschnittlich 6 Zeitminuten in Rectascension grösser und etwa 26 Bogenminuten nördlicher als die diesbezüglichen Uranusorte; ob nun ein Fehler bei Eintragung in die Karte durch Wartmann geschehen ist, ob bei der Ablesung der Kartenorte oder möglicherweise bei der Anbringung der Präcession ein Irrthum sich eingeschlichen hat, ist wohl schwer zu entscheiden; auffällig bleibt es, dass durch Substraction einer beiläufig hundertjährigen Variation der Orte durch die Praecession die Fehler in Rectascension und Declination nahe gleichzeitig verschwinden.

Wien, 7. Juni 1880.

c. Oppolzer.

Digitized by Google

Vergleichsterne für den Encke'schen Cometen.

Schreiben des Herrn Dr. *Gould* an den Herausgeber.

In the series of observations of Encke's Comet, made at Cordoba, and published in Nr. 2229 of the Astronomische Nachrichten, the positions of ten of the comparison-stars are wanting, since they were to be found in none of the catalogues, and could not be observed here at that season of the year.

These have since then been determined here, and I transcribe their mean places for 1878.0; which will permit all our observations of that comet to be made complete.

The declination of the star *e* was erroneously printed as 12° instead of 13°.

Cordoba 1880, April 5.

Star	Mag.	N. Obs.	M. Equin. 1878.0 α	δ
Dm. 2°2364	$9^1/_2$	3	10h45m27s·31	+ 2° 9′ 3″·4
a	$10^1/_4$	4	11 20 32.15	— 3 28 19.4
b	10	4	11 22 15.27	3 26 38.4
c	10	4	11 26 41.10	4 36 32.2
d	$8^3/_4$	4	12 5 24.44	9 53 28.6
e	10	3	12 36 30.76	13 49 31.0
f	$8^1/_2$	4	12 58 58.73	16 20 53.9
g	11	4	13 24 59.65	19 31 31.5
h	$7^1/_2$	3	13 48 45.75	21 38 25.6
i	9	4	14 4 42.71	—23 17 36.9

B. A. Gould.

Berichtigungen.

A. N. Nr. 2313 Seite 144 Zeile 3 von oben statt S) lies S.

„ 2315 „ 173 „ 17 von oben statt $\frac{\pi}{\nu} + \lambda$ lies $\frac{\pi}{\lambda} + \nu$

„ 2317 „ 193 „ 11 von oben statt $4\frac{p_0^2}{p^2}$ lies $4 - \frac{p_0^2}{p^2}$

„ „ 197 „ 5 von unten statt $\left(\frac{p_{0''}{}^2 m_0}{r_r \quad 2}\right)$ lies $\left(\frac{p_{0''}}{r_r}\right)^3 \frac{m_0}{2}$

„ 205 „ 12 von oben statt a'_i lies $n'_i =$

Notice.

The post of Astronomical Assistant at Birr Castle is vacant; application to be made to Earl of Rosse at 25 Chesham Place, London, S. W.; or, after July 20, at Birr Castle, Parsonstown, Ireland.

A taste for free-hand drawing, a knowledge of Physics so far as they are related to Astronomy and of simple Astronomical and Meteorological computations is very desirable, also a fair knowledge of the English language. —

Inhalt:

Zu Nr. 2317. *August Weiler.* Das Problem der drei Körper in der neuen Störungstheorie. (Fortsetzung.) 193.

Zu Nr. 2318. *Abel Souchon.* Sur un point de la théorie analytique du système du Monde 209. — *Paul Neugebauer.* Oppositions-Ephemeride der (37) Fides. 219. — *Ralph Copeland* and *J. Grrh. Lohse* Observations of Comet *b* 1880 (Schäberle), 221. — *D. P. Todd.* Berichtigungen zu Crelle's Rechentafeln, 223.

Zu Nr. 2319. *Th. v. Oppolzer.* Einige Bemerkungen über die anomalen Bewegungserscheinungen einiger Kometen und über das Widerstand leistende Medium. 225. — *C. Bruhns.* Elemente und Ephemeride des Cometen Schäberle. 235. — *C. A. Young.* Observations on Comet *b* 1880, made at Princeton Observatory U. S. A. 237. — *S. W. Burnham.* The double star, 85 Pegasi. 239. — Berichtigungen. 239.

Zu Nr. 2320 *C. L. Doolittle.* Observations of Jupiter's Satellites made at the Sayre Observatory. 241 — *J. Palisa.* Zur Auffindung der Planeten (153) und (137) 253. — *v. Oppolzer.* Ueber den von Wartmann im Jahre 1831 gesehenen Planeten. 253. — *B. A. Gould.* Vergleichsterne für den Encke'schen Cometen. 255. — Berichtigungen. — 255. — Notice. 255.

Kiel Juni 23 1880. Druck von C. F. Mohr.

Digitized by Google

Astronomische Nachrichten.

Expedition auf der Königlichen Sternwarte bei Kiel.

Herausgeber: Dr. C. F. W. Peters.

Band 97. **Nr. 2321.** 17.

Kreismicrometer-Beobachtungen am Siebenfüsser zu Düsseldorf $18^{70}/_{80}$.

(Fortsetzung zu Nr. 2281.)

(1) Ceres (7 Gr.)

	m. Zt. Düsseldorf	R.A.	Decl.	
1880 Feb. 15	$9^h41^m25^s0$	$10^h\ 5^m\ 5^s90$	$+28°19'\ 23''1$	6 Vergl. mit ∗ (8)

			scheinb. Ort	mittl. Ort 1880.0	
Feb. 15	∗	(8)	153°35′ 16″0	+28°19′ 54″9	153°34′ 28″6 +28°20′ 9″9	Bessel Zone 526

(6) Hebe (9.4 Gr.)

	m. Zt. Düsseldorf	A.R.	Decl.	
1880 März 9	$9^h42^m40^s3$	$11^h59^m18^s87$	$+14°\ 0'\ 21''2$	10 Vergl. mit ∗ a (9.2)
10	9 22 7.3	11 58 29.39	+14 9 56.1	12 „ „ b (8.9)

	∗	Gr.	scheinb. Oerter der Sterne		mittl. Oerter 1880.0	
März 9	a	9.2	180°31′ 38″6	+13°58′ 53″1	180°30′ 54″4	+13°59′ 12″5	Argelander VI Band, Seite 88
10	b	8.9	179 46 6.0	+14 8 9.5	179 45 21.5	+14 8 28.8	Schjellerup Nr. 4359, 4360

(10) Hygiea (10 Gr.)

	m. Zt. Düsseldorf	A.R.	Decl.	
1879 Oct. 6	$10^h\ 8^m27^s9$	$0^h30^m40^s91$	$+\ 9°11'\ 5''5$	11 Vergl. mit ∗ (8)

			scheinb. Ort	mittl. Ort 1879.0	
Oct. 6	∗	(8)	7°58′ 59″7	+ 9°10′ 20″4	7°57′ 51″6 + 9° 9′ 50″5	Bessel Zone 29 und 111

(11) Parthenope (10 Gr.)

	m. Zt. Düsseldorf	A.R.	Decl.	
1880 Jan. 31	$10^h33^m14^s6$	$10^h28^m57^s22$	$+12°15'\ 36''9$	6 Vergl. mit ∗ (8.9)

			scheinb. Ort	mittl. Ort 1880.0	
Jan. 31	∗	8.9	156° 1′ 34″4	+12°14′ 28″5	156° 0′ 54″8	+12°14′ 42″8	Rümker 3211 und Argl. VI, 79

(12) Victoria (10 Gr.)

	m. Zt. Düsseldorf	A.R.	Decl.	
1879 Dec. 3	$9^h27^m34^s1$	$4^h28^m36^s93$	$+18°27'\ 47''7$	6 Vergl. mit ∗ a (9.5)
16	9 5 34.1	4 15 22.45	+17 22 59.0	10 „ „ b (9.4)

	∗	Gr.	scheinb. Oerter der Sterne		mittl. Oerter 1879.0		
Dec. 3	a	9.5	66°48′ 43″4	+18°28′ 7″1	66°47′ 18″1	+18°27′ 52″0	Argelander VI Bd. Seite 102
16	b	9.4	64 26 59.2	+17 22 19.9	64 25 33.2	+17 22 4 0	„ „ Seite 98

Digitized by Google

(13) Egeria (9.10 Gr)

	m. Zt. Düsseldorf	A.R.	Decl.		
1879 Nov.	9 $8^h34^m\ 7^s6$	$2^h16^m27^s83$	$+12°11'\ 45''7$	8	Vergl. mit • (8.9)

			scheinb. Ort		mittl. Ort 1879.0	
Nov. 9	*	(8.9)	$35°31'\ 5''8+12°13'\ 6''9$		$35°29'\ 50''8+12°12'\ 39''9$	Rümker n. F. 1263

(78) Diana (9.8 Gr.)

	m. Zt. Düsseldorf	R.A.	Decl.		
1880 März	11 $11^h\ 0^m\ 0^s0$	$12^h16^m21^s33$	$-\ 9°15'\ 5$	8	Vergl. für R.A. mit • *a* (8)
	17 11 9 59.5	12 10 27.01	− 9 9 19''7	4	Vergl. mit *b* (8)
	17 11 26 7.3	12 10 26.08	− 9 9 15.3	5	„ „ *c* (8.5)
	18 10 14 20.6	12 9 29 29	− 9 7 40.4	10	„ „ *d* (8)
	19 10 51 11.4	12 8 27.16	− 9 5 57.4	12	„ „ *d* (8)
	30 11 31 42.3	11 57 36 30	− 8 40 46.7	10	„ „ *e* (9)

	•	Gr.	scheinb. Oerter der Sterne	mittl. Oerter 1880.0	
März 11	*a*	8	$184°51'\ 45''1-\ 9°22'\ 39''9$	$184°51'\ 2''1-\ 9°22'\ 21''7$	Schjellerup Nr. 4475
17	*b*	8	186 7 23.2− 9 9 58.4	186 6 39.3− 9 9 39.6	Bessel Z. 235 und Lamont 1404
17	*e*	8.5	186 13 35.6− 9 7 46.8	186 12 51.7− 9 7 28.0	Schjellerup Nr. 4506
18	*d*	8	184 17 4.9− 9 6 28.4	184 16 20.8− 9 6 9.5	„ „ 4464
19	*d*	8	5.0 28.5	20.8 9.5	„ „ 4464
30	*e*	9	179 47 3.5− 8 42 1.8	179 46 18.7− 8 41 41.8	Bessel Z. 224

(108) Hecuba (11.2 Gr.)

	m. Zt. Düsseldorf	A.R.	Decl.		
1880 Jan.	12 $12^h10^m56^s5$	$9^h38^m26^s71$	$+18°28'\ 42''0$	10	Vergl. mit • *a* (9.3)
	30 8 25 2.0	9 25 43 84	+19 19 44.8	4	„ „ *b* (9)
	31 8 52 48.6	9 24 53.21	+19 22 47.6	8	„ „ *c* (8.9)
Febr.	1 9 43 11.6	9 24 1.39	+19 25 44.5	10	„ „ *c* (8.9)
	2 9 29 45.2	9 23 11.39	+19 28 38.6	6	„ „ *d* (9)
	4 9 32 37.5	9 21 28.67	+19 34 14.8	12	„ „ *e* (9.5)

	•	Gr.	scheinb. Oerter der Sterne	mittl. Oerter 1880.0	
Jan. 12	*a*	9.3	$144°15'\ 10''8+18°27'\ 22''9$	$144°14'\ 33''5+18°27'\ 34''3$	Argelander VI Bd., Seite 103
30	*b*	9	143 56 7.7+19 18 57.7	143 55 24.9+19 19 10.2	Bessel Zone 275
31	*c*	8.9	139 50 23.0+19 24 52.9	139 49 39.4+19 25 4.5	Bessel Zone 275
Febr. 1	*c*	8.9	139 50 23.2+19 24 52.9	39.4 4.5	„ „ „
2	*d*	9	143 44 21.9+19 29 29.9	143 43 38.4+19 29 42.5	„ „ „
4	*e*	9.5	139 41 2.4+19 33 29.5	139 40 18.1+19 33 41.1	Argelander VI Bd., Seite 106

(106) Celuta (11 Gr.)

	m. Zt. Düsseldorf	R.A.	Decl.		
1879 Oct.	15 $9^h15^m36^s7$	$23^h58^m34^s71$	$-\ 2°27'\ 0''1$	10	Vergl. mit • *a* (8)
	16 8 33 34.9	23 57 43 32	− 2 22 52.1	8	„ „ *b* (8)

	•	Gr.	scheinb. Oerter der Sterne	mittl. Oerter 1880.0	
Oct. 15	*a*	8	$359°47'\ 40''5-\ 2°27'\ 31''7$	$359°46'\ 32''8-\ 2°26'\ 0''7$	Lalande Hist. Cél. Seite 131
16	*b*	8	358 6 4.4− 2 20 59.0	358 4 57.0− 2 21 27.9	Bessel Zone 112

Digitized by Google

(200) Dynamene (11.3 Gr.), (Forsetzung zu Nr. 2281).

	m. Zt. Düsseldorf	A.R.	Decl.	
1879 Sept. 9	$9^h35^m\ 5^s5$	$21^h\ 5^m43^s39$	$-16°33'\ 15''9$	10 Vergl. mit • *b* (8.9)

	•	Gr.	scheinb. Ort	mittl. Ort 1879.0	
Sept. 9	*b*	8.9	317°14′ 0″4—16°35′ 9″3	317°12′ 51″4—16°35′ 26″5	Argelander Zone 236 und 256

(201) Penelope (11 Gr.)

	m. Zt. Düsseldorf	R.A.	Decl.		
1879 Sept. 7	$11^h11^m\ 7^s9$	$21^h46^m\ 8^s72$	$-12°48'\ 24''5$	11	Vergl. mit • *c* (9)
10	8 43 31.6	21 44 37.55	−13 7 28.2	2	„ *d* (8)
12	9 20 32.3	21 43 40.36	−13 19 56.8	5	„ *e* (9)

	•	Gr.	scheinb. Oerter der Sterne	mittl. Oerter 1879.0	
Sept. 7	*c*	9	326°15′ 4″5—12°47′ 23″4	326°13′ 56″2—12°47′ 44″4	Bessel Zone 119
10	*d*	8	324 57 25.2—13 9 0.4	324 56 16.9—13 9 20.9	„ „ „
12	*e*	9	324 14 13.4—13 18 7.5	324 13 5.2—13 18 27.8	„ „ „

(206) Hersilia (11.5 Gr.)

	m. Zt. Düsseldorf	R.A.	Decl.	
1879 Oct. 16	$10^h31^m11^s2$	$0^h58^m32^s93$	$+1°10'\ 18''2$	10 Vergl. mit • (9.4)

		scheinb. Ort	mittl. Ort 1879.0	
Oct. 16	• (9.4)	14°33′ 49″1+ 1° 8′ 7″1	14°32′ 40″0+ 1° 7′ 37″5	Argelander VI Bd., Seite 13

(209) Dido (11.5 Gr.)

	m. Zt. Düsseldorf	R.A.	Decl.	
1879 Nov. 14	$11^h47^m48^s6$	$1^h\ 8^m23^s16$	$+12°16'\ 3''5$	4 Vergl mit • (9)

		scheinb. Ort	mittl. Ort 1879.0	
Nov. 14	• (9)	18°37′ 40″7+12°14′ 6″2	18°36′ 29″4+12°13′ 35″8	Argelander VI Bd., Seite 78

(211) (10 Gr.)

	m. Zt. Düsseldorf	R.A.	Decl.		
1879 Dec. 20	$10^h22^m55^s2$	$4^h52^m47^s80$	$+23°\ 9'\ 22''6$	10	Vergl. mit • *a* (9.5)
21	9 33 17.7	4 52 0.56	+23 6 26.5	10	„ „ *b* (7)

	•	Gr.	scheinb. Oerter der Sterne	mittl. Oerter 1879.0	
Dec. 20	*a*	9.5	73°24′ 16″8+23° 9′ 21″3	73°22′ 45″4+23° 9′ 9″5	Argelander VI. Bd., Seite 125
21	*b*	7	71 35 32.2+23 6 58.4	71 34 1.0+23 6 45.6	Rümker n. F. Nr. 2438.

Die Beobachtungen von (10) Hygiea und (78) Diana sind während der Universitäts-Ferien von meinem Sohne Wilhelm, alle übrigen von mir angestellt worden.

Düsseldorfer Sternwarte 1880, April 14.

Dr. *Robert Luther.*

Digitized by Google

Oppositions-Ephemeride von (81) Klio 1880.

12h m. Z. Berlin 1880		A. R.	Diff.	Decl.	Diff.	lg Δ	Aberr.-Zeit
Nov.	1	5h27m 9s.94		+38° 8′ 44″.2		0.138219	11m24s
			− 34s.30		+ 3′ 31″.2		
	2	26 35.64		38 12 15.4		0.136591	11 22
			36.92		3 22.5		
	3	25 58.72		38 15 37.9		0.135009	11 19
			39.54		3 13.2		
	4	25 19.18		38 18 51.1		0.133476	11 17
			42.10		3 3.8		
	5	24 37.08		38 21 54.9		0.131994	11 14
			44.62		2 53.8		
	6	23 52.46		38 24 48.7		0.130564	11 12
			47.09		2 43.3		
	7	23 5.37		38 27 32.0		0.129189	11 10
			49.51		2 32.6		
	8	22 15.86		38 30 4.6		0.127871	11 8
			51.88		2 21.3		
	9	21 23.98		38 32 25.9		0.126610	11 6
			54.19		2 9.6		
	10	20 29.79		38 34 35.5		0.125410	11 4
			56.43		1 57.5		
	11	19 33.36		38 36 33.0		0.124271	11 3
			58.60		1 45.1		
	12	18 34.76		38 38 18.1		0.123196	11 1
			60.71		1 32.3		
	13	17 34.05		38 39 50.4		0.122187	10 59
			62.75		1 19.1		
	14	16 31.30		38 41 9.5		0.121245	10 58
			64.68		1 5.5		
	15	15 26.62		38 42 15.0		0.120372	10 57
			66.56		0 51.6		
	16	14 20.06		38 43 6.6		0.119570	10 55
			68.34		0 37.3		
	17	13 11.72		38 43 43.9		0.118839	10 54
			70.04		0 22.9		
	18	12 1.68		38 44 6.8	+ 0 8.0	0.118181	10 53
			71.63				
	19	10 50.05		38 44 14.8	− 0 7.0	0.117600	10 52
			73.12				
	20	9 36.93		38 44 7.8		0.117095	10 52
			74.52		0 22.3		
	21	8 22.41		38 43 45.5		0.116668	10 51
			75.79		0 37.9		
	22	7 6.62		38 43 7.6		0.116321	10 51
			76.97		0 53.5		
	23	5 49.65		38 42 14.1		0.116054	10 50
			78.03		1 9.4		
	24	4 31.62		38 41 4.7		0.115869	10 50
			78.97		1 25.3		
	25	3 12.65		38 39 39.4		0.115767	10 50
			79.77		1 41.4		
	26	1 52.88		38 37 58.0		0.115749	10 50
			80.47		1 57.4		
	27	5 0 32.41		38 36 0.6		0.115816	10 50
			81.03		2 13.5		
	28	4 59 11.38		38 33 47.1		0.115969	10 50
			81.46		2 29.4		
	29	57 49.92		38 31 17.7		0.116208	10 50
			81.77		2 45.4		
	30	56 28.15		38 28 32.3		0.116534	10 51
			81.91		3 1.1		
Dec.	1	55 6.24		38 25 31.2		0.116948	10 51
			81.95		3 16.7		
	2	53 44.29		38 22 14.5		0.117450	10 52
			81.84		3 32 1		
	3	52 22.45		38 18 42.4		0.118039	10 53
			81.59		3 47.2		
	4	51 0.86		38 14 55.2		0.118716	10 54
			81.21		4 2.0		
	5	49 39.65		38 10 53.2		0.119480	10 55
			80.71		4 16.5		
	6	48 18.94		38 6 36.7		0.120331	10 57
			80.07		4 30.5		
	7	46 58.87		38 2 6.2		0.121269	10 58
			79.33		4 44.1		
	8	45 39.54		37 57 22.1		0.122293	11 0
			78.46		4 57.2		
	9	44 21.08		37 52 24.9		0.123401	11 1
			77.47		5 10.0		
	10	43 3.61		37 47 14.9		0.124594	11 3
			76.39		5 22.1		
	11	41 47.22		37 41 52.8		0.125870	11 5
			75.20		5 33.7		
	12	40 32.02		37 36 19.1		0.127228	11 7
			− 73.91		− 5 44.8		
	13	39.18.11		+37 30 34.3		0.128666	11 9

Opposition in AR. Dec. 5. Grösse 11,2.

Düsseldorf 1880, April 14.

Stud. *Wilh. Luther.*

Digitized by Google

Schreiben des Herrn Prof. Bredichin an den Herausgeber.

Ma division des queues des comètes en trois types distincts se confirme toujours de plus en plus. Je viens d'achever les calculs des nombreuses observations sur les comètes de 1680, 1744, 1769 et 1880, qui ont eu des queues énormes et par conséquent sont propres à la recherche de la valeur numérique de la force répulsive, — et j'ai obtenue les résultats suivants.

La queue de la comète de 1769, observée principalement par Messier, est présentée par une courbe, calculée avec la force répulsive $1-\mu=12$. La comète de 1744 (observations de Cassini, Cheseaux, Heinsius et d'autres) a eu deux queues: la queue principale et la plus longue (0.7 de la distance Terre-Soleil) demande aussi pour la construction la force $1-\mu=13$; dans la queue secondaire, beaucoup plus courte, la force newtonienne est anéantie par la force répulsive, c'est à dire cette dernière est égale à peu près à l'unité, et la force résultante effective est égale au zéro.

La queue de la comète de 1680 (observations de Dörfel, Kirch e.a.) se construit exactement avec la force répulsive $1-\mu=0.95$.

Enfin, pour la queue de la grande comète australe de 1880 (observations des Mrs. Ellery, Gill, Gould, Liais e. a.) on obtient la force $1-\mu=1.2$, c'est à dire que la force répulsive surpasse un peu ici la force newtonienne.

C'est presque la même valeur, que Mrs. Bond et Norton ont trouvée en 1862 pour l'axe de la queue de la comète de Donati (1858, V), — la valeur qui a passé dans des cours d'astronomie populaire et que le calcul m'a donnée plus tard pour plusieurs comètes du second type, par exemple pour la comète de 1874. —

D'après les principes de mécanique il est trop évident, que pour ce type, — mais seulement pour lui, — dans lequel la force effective s'approche du zéro, les orbites hyperboliques, convexes ou concaves vers le soleil, décrites par les particules de la queue, s'approchent à leur tour des tangentes à l'orbite de la comète, et ces particules ne sont presque mues que par la seule vitesse acquise au moment de leur séparation du noyau. —

Les calculs en détails de ces quatre comètes sont sous presse pour la première livraison du VII volume de nos Annales. —

La comète de 1880 *b* était déjà onze fois observée par moi, et j'aurai bientôt l'honneur de vous envoyer ses positions.

Le 9. Mai 1880. *Th. Bredichin.*

Elemente und Ephemeride des Cometen *b* 1880.

Schreiben des Herrn *J. M. Schaeberle* an den Herausgeber.

I take pleasure in sending you an orbit and ephemeris of the comet which I discovered on April 6. The evening of April 6. was cloudy, so that the usual meridian observations could not be made. It having cleared off later in the evening, I came across the comet while sweeping with an 8in. silvered glass reflector. Since the date of discovery, the comet has been observed on 25 evenings, with the filar micrometer of the large equatorial, the last observation being on June 1st. An approximate orbit was first computed from observations of April 6.12 and 20. The large perihelion distance, as shown by the resulting elements, enduced me to lengthen the interval of time between the extreme dates, an orbit was then computed from the following data:

Ann Arbor Mean Time				App. α	App. δ
April	6	$16^h12^m41^s$		$7^h12^m29^s30$	84°23′58″9
	20	12 9 44		6 16 37.00	73 51 57.0
May	4	9 33 16		6 15 47.21	64 55 26.1

Having applied the corrections for aberration and parallax to the above data, the resulting elements are the following:

T = June 30.79640 Wash. Mean Time
π = 41°51′27″8
Ω = 257 9 48.5 } Mean Ecliptic and Eqx. 1880.0
i = 123 5 29.8
$\log q$ = 0.259736

Residuals for the middle place are

	Co. — Ob.
	$\cos\beta\,\Delta\lambda$ $\Delta\beta$
	— 1″8 — 3″9

Digitized by Google

Ephemeris for Washington Mean Midnight.

Date 1880	App. α	App. δ	log r	log Δ	Intensity of Light
July 27	6h56m27s0	+ 34°19′42″			
31	6 57 33.7	33 15 5	0.26954	0.42866	0.72
Aug. 4	6 58 29.4	32 9 57			
8	6 59 13.5	31 4 13	0.27509	0.41863	0.70
12	6 59 44.7	29 57 37			
16	7 0 1.5	28 49 50	0.28169	0.40560	0.74
20	7 0 2.5	27 40 33			
24	6 59 46.4	26 29 24	0.28923	0.38961	0.77
28	6 59 11.3	25 16 1			
Sept. 1	6 58 15.0	23 59 58	0.29760	0.37073	0.81
5	6 56 55.5	22 40 51			
9	6 55 9.7	21 18 9	0.30667	0.34913	0.86
13	6 52 55.4	19 51 25			
17	6 50 9.8	18 20 4	0.31632	0.32519	0.92
21	6 46 49.9	16 43 34			
25	6 42 52.3	15 1 21	0.32645	0.29956	0.98
29	6 38 13.6	13 12 54			
Oct. 3	6 32 50.1	11 17 46	0.33695	0.27327	1.05
7	6 26 38.6	9 15 40			
11	6 19 36.2	7 6 29	0.34773	0.24803	1.13
15	6 11 40.6	4 50 25			
19	6 2 50.7	2 28 7	0.35870	0.22617	1.19
23	5 53 6.3	+ 0 0 37			
27	5 42 29.2	— 2 30 19	0.36981	0.21063	1.21
31	5 31 2.8	5 2 30			
Nov. 4	5 18 53.9	7 33 11	0.38099	0.20419	1.19
8	5 6 10.9	9 59 19			
12	4 53 5.3	12 17 58	0.39218	0.20876	1.10
16	4 39 49.7	14 26 25			
20	4 26 37.2	16 22 38	0.40334	0.22432	0.98
24	4 13 41.0	18 5 13			
28	4 1 12.9	19 33 25	0.41444	0.24905	0.83
Dec. 2	3 49 23.2	20 47 28			
6	3 38 20.2	21 48 3	0.42544	0.28016	0.68
10	3 28 10.0	22 36 18			
14	3 18 54.5	23 13 27	0.43633	0.31477	0.55
18	3 10 33 9	23 40 57			
22	3 3 8.6	24 0 14	0.44709	0.35062	0.45
26	2 56 37.1	24 12 36			
30	2 50 56.3	— 24 19 11	0.45769	0.38606	0.36

The intensity of the light of Comet for April 6.5 is taken as the unit of measure.
Observatory Ann Arbor June 2. 1880.

J. M. Schaeberle.

Digitized by Google

Obervations of Pallas at Windsor. N. S. Wales.

During the present opposition the planet Pallas has attained high south declination and I have, therefore, thought that a few positions when the planet could not so well be seen at northern observatories would be of value. The first observation of January 21st was obtained with the 3 inch transit instrument; all the remaining positions depend on measures with an excellent filar-micrometer on the $4^1/_2$ inch equatorial. Each comparison for R. A. was made over the single transit thread of the position micrometer. The differences of apparent R.A. and N.P.D. have been corrected for refraction, although considering the great altitude at which the planet was observed, these corrections amount only to a very small fraction of a second of arc. The parallax corrections, which have not of course been applied to the apparent places, are based on the horizontal parallaxes of the British Nautical Almanac. The places of the majority of the comparison stars have been taken from the Washington Catalogue of 10658 stars for 1860. In bringing up the places of *a b c d* and *e* the proper motions in the B. A. Catalogue have been adopted. There is obviously something wrong in the catalogued declination of one of the Washington stars, Nr. 2874, 2876. The Catalogue makes the declinations of these two stars almost precisely equal whereas the equatorial observations give the differenee of declination as 58″1. There is probably a misprint in the minutes of declination of Nr. 2876, and I have accordingly assumed the declination to be one minute greater.

Apparent Places of Pallas, with the Parallax Corrections.

Date 1879	Windsor Mean Time	Planet — Star App. R.A.	Planet — Star App. N.P.D	Planet's Apparent R.A.	Planet's Apparent N.P.D.	Correction for Parallax in R.A.	Correction for Parallax in N.P.D.	Nr. of Comp.	Comp. Star
Dec. 8	9h37m56s	— 1m33s83	— 12′ 44″8	7h24m30s59	120°29′ 50″5	—0s36	+ 1″9	8	*a*
9	10 23 38	— 1 54.09	— 3 53.9	7 24 10.35	120 38 41.8	—0.32	+ 1.4	8	*a*
14	11 34 15	— 2 26.13	+ 3 18.2	7 22 3.11	121 15 48.6	—0.22	+ 0.7	6	*b*
17	10 53 26	+ 0 18.88	— 1 57.9	7 20 29.24	121 32 25.3	—0.26	+ 0.9	13	*c*
17	12 5 26	— 0 41.62	+ 2 40.2	7 20 27.44	121 32 40.2	—0.16	+ 0.4	7	*d*
20	10 34 30	+ 0 13.37	+ 3 22.4	7 18 41.04	121 44 54.9	—0.27	+ 0.9	13	*e*
20	11 4 14	— 1 30.00	+ 10 35.5	7 18 40.39	121 44 57.5	—0.23	+ 0.7	3	*c*
1880 Jan. 7	10 15 5	+ 1 5.19	+ 4 27.9	7 4 42.93	121 18 40.6	—0.18	+ 0.5	6	*f*
9	9 48 7	— 0 35.56	— 9 59.9	7 3 2.20	121 4 13.5	—0.21	+ 0.6	12	*f*
9	9 49 16	— 0 24.44		7 3 2.14		—0.21		11	*g*
21	10 52 23	— 0 27.91		6 53 29.09		—0.00		3	*h*
21	12 9 33	— 0 30.38	— 2 10.2	6 53 26.62	118 46 31.4	+0.14	+ 0.7	10	*h*

Digitized by Google

Mean Places of the Stars for the Beginning of the Year, and Apparent Places for the Date of Obervation.

Comp. Star	R.A. Mean	R.A. App.	N.P.D. Mean	N.P.D. App.	Authority.	
a	7h26m 0s23	4s42	120°42′ 35″9	35″3	Wash. Cat. 1860. Nr. 3066.	
a	„	4.44	„	35.7	„	
b	7 24 24.93	29.24	121 12 29.3	30.4	B. A. Catalogue 1860. Nr. 2478.	
c	7 20 5.98	10.36	121 34 21.5	23.2	Wash. Cat. 1860 Nr. 3015.	
c	„	10.39	„	22.0	„	„
d	7 21 4.68	9.06	121 29 58.2	60.0	„	3027.
e	7 18 23.24	27.67	121 41 30.0	32.5	„	3000.
f	7 3 35 36	37.74	121 14 10.9	12.7	„	2876.
f	„	37.76	„	13.4	„	„
g	7 3 24.18	26.58	121 13 12.9	15.4	„	2874.
h	6 53 54.59	57.00	118 48 35.6	41.6	N. Almanac. 1880	

Windsor, N. S. Wales, Feb. 5. 1880. *John Tebbutt.*

Berichtigungen.

A. N. Nr. 2318 S. 222 Z. 18 v. unten statt „C“ lies „l“.
Z. 4 v. unten statt „already lies already„.
S. 223. Für Mai 22 ist $\log r = 0.275478$.
Nach der Ephemeride ist einzuschalten: The brightness on April 6 has been taken as unity.

Literarische Anzeigen.

August Ritter. Anwendungen der mechanischen Wärmetheorie auf kosmologische Probleme. Hannover 1879.

Der Verfasser will aus den Gesetzen der mechanischen Wärmetheorie die Eigenschaften ableiten, welche ein frei im Raume schwebender, seiner eigenen Gravitationswirkung überlassener, Weltkörper besitzen würde, wenn die ganze Masse desselben im gasförmigen Aggregatzustande sich befände, und knüpft daran die Erörterung der Frage: wie weit das Verhalten der wirklich existirenden Weltkörper mit der Annahme eines im Wesentlichen gasförmigen Aggregatzustandes derselben sich würde in Einklang bringen lassen. In dieser Hinsicht werden folgende Probleme behandelt: Atmosphärenhöhe und Erdinneres; Zustandsänderung der Sonne; Abnahme des Sonnenhalbmessers; Gleichgewicht und Schwerpunkt einer verticalen Luftsäule; Zustandsänderung der Erde; Lichtwechsel der veränderlichen Sterne.

A. de Gasparis. Sviluppo in serie della funzione perturbatrice secondo le potenze del tempo. Napoli 1880. *L.*

Kiel Juli 1 1880. Druck von C. F. Mohr.

Digitized by Google

Astronomische Nachrichten.

Expedition auf der Königlichen Sternwarte bei Kiel.

Herausgeber: Dr. C. F. W. Peters.

Band 97. **Nr. 2322.** 18.

A new approximate Solution of Kepler's Problem.

By *H. A. Howe.*

From the well known approximate equation

$$\tan\,(E'-\tfrac{1}{2}M) = \frac{1+e}{1-e}\tan\tfrac{1}{2}M \qquad (1)$$

in which e and M are respectively the eccentricity and the mean anomaly, and E' is an approximate value of the eccentric anomaly we derive

$$\frac{\sin(E'-M)}{\cos(E'-\frac{1}{2}M)\cos\frac{1}{2}M} = \frac{2e}{1-e}\tan\tfrac{1}{2}M, \qquad (2)$$

$$\frac{\sin E'}{\cos(E'-\frac{1}{2}M)\cos\frac{1}{2}M} = \frac{2}{1-e}\tan\tfrac{1}{2}M. \qquad (3)$$

From (2) and (3) it is evident that

$$e\sin E' = \sin(E'-M). \qquad (4)$$

But $$e\sin E = E-M. \qquad (5)$$

Hence

$$\sin(E-M)-(E-M) = e(\sin E'-\sin E) \qquad (6)$$

$$(7) \qquad = 2e\cos\tfrac{1}{2}(E'+E)\sin\tfrac{1}{2}(E'-E).$$

If $$2\varepsilon = E'-M-\sin(E'-M),$$

$$(8) \qquad \sin(E'-M)-(E-M) = E'-E-2\varepsilon,$$

and by equation (7)

$$(9) \qquad E'-E-2\varepsilon = 2e\cos\tfrac{1}{2}(E'+E)\sin\tfrac{1}{2}(E'-E).$$

Let $\iota = \frac{1}{2}(E'-E) - \sin\frac{1}{2}(E'-E)$. Equation (9) then becomes

$$(10) \quad \sin\tfrac{1}{2}(E'-E)+\iota = e\cos\tfrac{1}{2}(E'+E)\sin\tfrac{1}{2}(E'-E)+\varepsilon.$$

Hence (11)

$$\sin\tfrac{1}{2}(E'-E) = \frac{\varepsilon}{1-e\cos\frac{1}{2}(E'+E)} - \frac{\iota}{1-e\cos\frac{1}{2}(E'+E)},$$

or, with close approximation

$$E'-E = \frac{2\varepsilon}{1-e\cos\frac{1}{2}(E'+E)}. \qquad (12)$$

When $\varphi < 15^\circ$, the correction to equation (12) never reaches $0''.001$ and we may therefore neglect it. Since $E'-E$ does not exceed $10'.4$ when $\varphi < 15^\circ$, it is evident from equation (9) that 2ε is approximately equal to $E'-E$; equation (12) may then be written

$$E'-E = \frac{2\varepsilon}{1-e\cos(E'-\varepsilon)}. \qquad (13)$$

The error of (13) is determined as follows:

$$\frac{2\varepsilon}{1-e\cos\frac{1}{2}(E'+E)} = \frac{2\varepsilon}{1-e\cos(E'-\varepsilon)}\cdot\frac{1-e\cos(E'-\varepsilon)}{1-e\cos\frac{1}{2}(E'+E)}, \qquad (14)$$

$$= \frac{2\varepsilon}{1-e\cos(E'-\varepsilon)}\left[1+\frac{e\left[\cos\frac{1}{2}(E'+E)-\cos(E'-\varepsilon)\right]}{1-e\cos\frac{1}{2}(E'+E)}\right] \qquad (15)$$

Equation (11) neglecting an inappreciable quantity gives

$$\cos\tfrac{1}{2}(E'+E) = \cos\left[E'-\tfrac{1}{2}(E'-E)\right]$$

$$= \cos\left(E'-\frac{\varepsilon}{1-e\cos\frac{1}{2}(E'+E)}\right) \qquad (16)$$

Also

$$\cos\left(E'-\frac{\varepsilon}{1-e\cos\frac{1}{2}(E'+E)}\right)-\cos(E'-\varepsilon) = 2\sin\left(E'-\tfrac{1}{2}\frac{2-e\cos\frac{1}{2}(E'+E)}{1-e\cos\frac{1}{2}(E'+E)}\varepsilon\right)\sin\tfrac{1}{2}\left(\frac{e\cos\frac{1}{2}(E'+E)}{1-e\cos\frac{1}{2}(E'+E)}\varepsilon\right) \qquad (17)$$

Neglecting small quantities equation (17) becomes

$$\cos\left(E'-\frac{\varepsilon}{1-e\cos\frac{1}{2}(E'+E)}\right)-\cos(E'-\varepsilon) = \frac{e\sin\frac{1}{2}(E'+E)\cos\frac{1}{2}(E'+E)}{1-e\cos\frac{1}{2}(E'+E)}\varepsilon,$$

$$= \tfrac{1}{2}\frac{e\sin(E'+E)}{1-e\cos\frac{1}{2}(E'+E)}\varepsilon. \qquad (18)$$

Substitution in (15) gives

$$\frac{2\varepsilon}{1-e\cos\frac{1}{2}(E'+E)} = \frac{2\varepsilon}{1-e\cos(E'-\varepsilon)}+\frac{e^2\sin(E'+E)}{[1-e\cos\frac{1}{2}(E'+E)]^2\,[1-e\cos(E'-\varepsilon)]}\varepsilon^2. \qquad (19)$$

Digitized by Google

Equation (19) shows that the error of (13) is quite small. The application of these formulae may be illustrated by the example given in Gauss's „Theoria Motus", Book I, paragraph 10.

$\frac{1}{2}M$	164°52′ 13″83
log tan $\frac{1}{2}M$	9.4319633n
log tan$(E'-\frac{1}{2}M)$	9.6494779n
$E'-\frac{1}{2}M$	155°57′ 21″98
$E'-M$	−8 54 51.8
E'	320 49 35.81
$E'-\pi$	320 50.7
log cos$(E'-\pi)$	9.88955
log sec$(E'-\pi):e$	0.72072
Zech	0.09164
log$(2\varrho)''$	2.11166n
log$(E'-E)''$	2.20330n
$E'-E$	− 2′ 39″70
E	320°52′ 15″51

The value of E given by Gauss is 320°52′ 15″52 which differs from the value just computed by 0″01. This difference is to be attributed to the logarithm tables, since the error of the formulae employed is shown by equation (19) to be only 0″001 in this example.

In computing an ephemeris of an asteroid by this method, it is necessary to find the value of $(E'-\frac{1}{2}M)$ for each date by means of equation (1). Equation (13) may then be solved for a few of the dates, and the values of $E'-E$ for the remaining dates can be easily found by interpolation. Below are the results of an example taken from the asteroid Zelia (96). Equation (13) was solved for five dates with four place logarithms, and the values of $E'-E$ for the remaining dates were interpolated. The last column gives the differences between the values of E here computed, and those found in the ordinary way.

Date 1876		E'	$E'-E$	E	Diff.
Oct.	20	42°37′ 31″24	26″39	42°37′ 4″85	+0″01
	24	43 49 44.99	28.16	43 49 16.83	−0.01
	28	45 1 49.74	29.97	45 1 19.77	0.00
Nov.	1	46 13 45.32	31.81	46 13 13.51	+0.01
	5	47 25 31.58	33.67	47 24 57.91	0.00
	9	48 37 8.40	35.54	48 36 32.86	0.00
	13	49 48 35.67	37.43	49 47 58.24	0.00
	17	50 59 53.28	39.32	50 59 13.96	0.00
	21	52 11 1.10	41.21	52 10 19.89	0.00
	25	53 21 59.07	43.10	53 21 15.97	+0.01
	29	54 32 47.05	45.00	54 32 2.05	−0.01
Dec.	3	55 43 25.01	46.89	55 42 38.12	−0.02
	7	56 53 52.82	49.79	56 53 3.03	−0.01

The differences given in the last column are due to the inaccuracies of logarithms.

The corrections to values of E found by this method are given in thousandths of a second of arc in the following table, with the arguments φ and M. When M exceeds 180°, the signs of the functions in the table must be changed.

φ	M												
	0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°	105°	120°	135°	150°	165°	180°
10°	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	0	0	0	− 1	− 1	0	+ 1	+ 1	0	0	0	0	0
12	0	0	0	2	3	− 1	2	2	+ 1	0	0	0	0
13	0	0	− 1	4	5	− 1	3	3	1	0	0	0	0
14	0	0	− 2	8	9	− 1	6	5	2	0	0	0	0
15	0	0	− 3	− 15	− 16	0	+ 10	+ 8	+ 3	+ 1	0	0	0
	360	345	330	315	300	285	270	255	240	225	210	195	180

The use of this method in computing the orbits of asteroids would be much facilitated by a table giving $\log 2\varrho$ with the argument $E'-M$. I am engaged in preparing such a table and hope to publish it.

Cincinnati Observatory Apr. 12, 1880. *H. A. Howe.*

Digitized by Google

Ableitung der Elemente des Kometen I 1878,

entdeckt von *Swift* in Rochester, U. S., am 6. Juli.

Von Herrn stud. *H. Büttner* in Leipzig.

Dieser Komet ist nur wenig beobachtet und aus den von Herrn Professor Peters in Clinton angestellten Beobachtungen (Astr. Nachr. Nr. 2258) hat Herr Dr. C. H. F. Peters genäherte Elemente abgeleitet. Herr Stud. H. Büttner hat nun an diese Beobachtungen die wahrscheinlichsten Elemente angeschlossen. Indem er die Beobachtungen von Parallaxe und Aberration befreite, erhielt er zuerst aus Juli 7, 19 und 23 die folgenden Elemente:

T = 1878 Juli 20.745604 mittl. Zeit Berlin

π = 279°51′18″57
Ω = 102 15 57.20 } mittl. Aeq. 1878.0
i = 78 10 51.85

$\lg q$ = 0.1436091

−0.1654	ΔT	+0.4378	$\Delta \lg q$	+0.6248	$\Delta \pi$	+2.0554	$\Delta \Omega$
−0.1417		+0.5318		+0.5436		+2.1612	
−0.0413		+0.7087		+0.1467		+2.1744	
+0.0024		+0.7276		−0.0409		+2.0608	
+0.6803		−0.9070		−2.3890		+2.7750	
+0.7525		−0.7698		−2.5686		+2.9301	
+0.8266		−0.2404		−2 7089		+2.5935	
+0.7826	ΔT	−0.0533	$\Delta \lg q$	−2.5574	$\Delta \pi$	+2.1848	$\Delta \Omega$

+0.6193	Δi	+10.6934	= 0				
+0.5069		+18.5625	= 0				
+0.1356		− 0.6439	= 0				
−0.0014		+ 0.2516	= 0				
+0.2120		+12.08	= 0				
+0.1735		+14 59	= 0				
+0 0260		+ 2.74	= 0				
−0.0001	Δi	+ 1.07	= 0				

wo als Einheit von ΔT 0.0001 und als Einheit von $\Delta \lg q$ 0.000001 angenommen worden ist. Zur Bestimmung der wahrscheinlichsten Werthe der Elementenänderungen ergaben sich hieraus die folgenden Normalgleichungen:

+2.3739	ΔT	−1.6119	$\Delta \lg q$	− 7.9851	$\Delta \pi$	+ 7.2154	$\Delta \Omega$
−1.6119		+2.9821		+ 5.5683		− 0.4225	
−7.9851		+5.5683		+26.8924		−24.0749	
+7.2154		−0.4225		−24.0749		+45.6564	
+0.1163	ΔT	+0.3037	$\Delta \lg q$	− 0.3398	$\Delta \pi$	+ 3.8241	$\Delta \Omega$

+0.1163	Δi	+ 17.9273	= 0
+0.3037		− 8.6235	= 0
−0.3398		− 59.8264	= 0
+3.8241		+146.9311	= 0
+0.7346	Δi	+ 21.1074	= 0,

deren Auflösung ist:

Δi = + 0″229
$\Delta \Omega$ = − 7.154
$\Delta \pi$ = − 60.681
$\Delta \lg q$ = + 19.741
ΔT = − 176.529

Die Substitution dieser Werthe in die Bedingungsgleichungen ergibt als übrigbleibende Fehler im Sinne B.-R.:

$d\alpha \cos\delta$	$d\delta$
+3″93	+0″76
−5.74	−1.50
+3.80	+2.09
−1 92	−1.43

Die Summe der Fehlerquadrate ist 75.815. Die mit den verbesserten Elementen:

Diese Elemente ergeben für die vier Beobachtungszeiten folgende Abweichungen von den beobachteten Oertern im Sinne Beobachtung—Rechnung:

$d\alpha \cos\delta$	$d\delta$
−10″69	−12″08
−18.56	−14. 59
+ 0.64	− 2. 74
− 0.25	− 1. 07

Summe der Fehlerquadrate = 826.841.

Um diese Abweichungen möglichst klein zu machen, wurden die folgenden acht Bedingungsgleichungen gerechnet:

−0.1654	ΔT	+0.4378	$\Delta \lg q$	+0.6248	$\Delta \pi$	+2.0554	$\Delta \Omega$
−0.1417		+0.5318		+0.5436		+2.1612	
−0.0413		+0.7087		+0.1467		+2.1744	
+0.0024		+0.7276		−0.0409		+2.0608	
+0.6803		−0.9070		−2.3890		+2.7750	
+0.7525		−0.7698		−2.5686		+2.9301	
+0.8266		−0.2404		−2 7089		+2.5935	
+0.7826	ΔT	−0.0533	$\Delta \lg q$	−2.5574	$\Delta \pi$	+2.1848	$\Delta \Omega$

+0.6193	Δi	+10.6934	= 0
+0.5069		+18.5625	= 0
+0.1356		− 0.6439	= 0
−0.0014		+ 0.2516	= 0
+0.2120		+12.08	= 0
+0.1735		+14 59	= 0
+0 0260		+ 2.74	= 0
−0.0001	Δi	+ 1.07	= 0

wo als Einheit von ΔT 0.0001 und als Einheit von $\Delta \lg q$ 0.000001 angenommen worden ist. Zur Bestimmung der wahrscheinlichsten Werthe der Elementenänderungen ergaben sich hieraus die folgenden Normalgleichungen:

+2.3739	ΔT	−1.6119	$\Delta \lg q$	− 7.9851	$\Delta \pi$	+ 7.2154	$\Delta \Omega$
−1.6119		+2.9821		+ 5.5683		− 0.4225	
−7.9851		+5.5683		+26.8924		−24.0749	
+7.2154		−0.4225		−24.0749		+45.6564	
+0.1163	ΔT	+0.3037	$\Delta \lg q$	− 0.3398	$\Delta \pi$	+ 3.8241	$\Delta \Omega$

+0.1163	Δi	+ 17.9273	= 0
+0.3037		− 8.6235	= 0
−0.3398		− 59.8264	= 0
+3.8241		+146.9311	= 0
+0.7346	Δi	+ 21.1074	= 0,

deren Auflösung ist:

Δi = + 0″229
$\Delta \Omega$ = − 7.154
$\Delta \pi$ = − 60.681
$\Delta \lg q$ = + 19.741
ΔT = − 176.529

Die Substitution dieser Werthe in die Bedingungsgleichungen ergibt als übrigbleibende Fehler im Sinne B.-R.:

$d\alpha \cos\delta$	$d\delta$
+3″93	+0″76
−5.74	−1.50
+3.80	+2.09
−1 92	−1.43

Die Summe der Fehlerquadrate ist 75.815. Die mit den verbesserten Elementen:

T = 1878 Juli 20.727951 mittl. Zeit Berlin

π = 279°50′17″89
Ω = 102 15 50.05 } mittl. Aeq. 1878.0
i = 78 10 52.08

$\lg q$ = 0.1436288

gerechneten Kometenörter ergeben folgende Abweichungen von den beobachteten:

$d\alpha \cos\delta$	$d\delta$
+3″90	+0″85
−5.75	−1.51
+3.76	+2 09
−1.90	−1.44

welche Abweichungen fast vollständig mit den obigen Substitutionen übereinstimmen.

Herr Büttner will, wenn weitere Beobachtungen bekannt werden, die Verbesserung fortsetzen.

Leipzig, den 10 Juni 1880. *C. Bruhns*

Digitized by Google

Osservazioni di pianeti e ultime osservazioni della cometa *b* 1880 fatte

Data 1880	Tempo medio Roma	Nome dell' astro	$\alpha_1 - \alpha$	$\delta_1 - \delta$	Parallasse in α_1 o log del coefficiente	Parallasse in δ_1 o log del coefficiente	α_1 apparente	δ_1 apparente
Aprile 13	10h31m50s	Armonia (40)	— 1m 8s.70	+ 4′ 53″.41	— 0s.15	4″.73	14h 4m29s.51	— 5° 29′ 3″.67
13	11 3 26	„	— 1 10.14	+ 5 1.56	— 0.15	4.73	14 4 28.07	— 5 28 55.52
13	11 21 4	„	— 0 16.23	— 4 19.86	— 0.10	4.76	14 4 27.66	— 5 28 57.36
14	10 17 8	„	— 1 11.61	+ 0 21.10	— 0.18	4.70	14 3 32.21	— 5 24 16.47
Maggio 16	10 53 34	Ariadne (43)	+ 5 33.91	+ 1 31.9		8.6	14 56 5.14	— 20 50 58.6
18	10 2 57	„	+ 3 44.22	+14 55.8	— 0.15	8.5	14 54 15.31	— 20 37 34.9
10	10 10 37	Cometa *b* 1880	— 2 55.88	—12 22.5	+9.9484	0.6540	6 17 54.12	+ 61 44 31
13	10 38 49	„	— 0 18.05	— 4 50.9	+9.8965	0.7416	6 19 19.48	+ 60 8 28.4
27	9 34 12	„	— 0 53.85	+ 9 17.4	+9.8350	0.7395	6 26 39.32	+ 53 43 34.6
28	9 17 13	„	+ 0 26.19	— 9 22.2	+9.8410	0.7198	6 27 12.64	+ 53 18 23

(1) La cometa era difficilmente visibile in causa del cielo nebbioso.

(2) La cometa era debolissima, appena traccia visibile di nucleo, lunghezza della coda = 2′ 4.

(3) Lo sviluppo della $\mathscr{L}$ è circa 2′. Debolissima, non vi è traccia di nucleo apparente, solo un aumento appena sensibile di luce al luogo del nucleo.

(4) Estremamente debole.

Il 1 Giugno, con cielo chiaro, vedevasi la cometa intermittentemente. La lettera T significa Tacchini, la lettera M Millosevich, al quale devonsi le riduzioni.

Digitized by Google

all' Equatoriale di Merz del R. Osservatorio del Collegio Romano.

Stella di confronto	α media 1880.0	δ media 1880.0	Riduzione al luogo apparente	Riduzione al luogo apparente	Correzioni apparenti all' Effemeride	Osservatore e numero confronti	
Radcliffe II 1364	$14^h\ 5^m 35^s.21$	$-\ 5°33'43''.15$	3s.15	$-\ 18''.66$	$+\ 3^s.49\ -\ 20''.55$	5	T
Radcliffe II 1364	14 5 35.21	$-\ 5\ 33\ 43.15$	3.15	$-\ 18.66$	$+\ 3.31\ -\ 18.90$	5	T
Weisse H 14. 39	14 4 40.85	$-\ 5\ 24\ 23.59$	3.14	$-\ 18.67$	$+\ 3.63\ -\ 24.32$	7	T
Weisse H 14. 39	14 4 40.85	$-\ 5\ 24\ 23.59$	3.15	$-\ 18.68$	$+\ 3.76\ -\ 25.04$	10	T
C des T 212 Piaz. XIV	14 50 27.51	$-\ 20\ 52\ 21.3$	3.72	$-\ 17.8$	$+\ 4.62\ -\ 7.3$	5	M
idem	idem	idem	3.73	$-\ 17.9$	$+\ 4.41\ -\ 2.3$	10	M
Arg. $+61°891$	6 20 48.3	$+\ 61\ 56\ 44$	1.7	$+\ 9.5$		8	M (1)
Oeltzen-Arg : 6871	6 19 35.91	$+\ 60\ 13\ 10.6$	1.62	$+\ 8.7$		10	T (2)
Arg. VI $+53.1039$	6 27 31.63	$+\ 53\ 34\ 12.1$	1.54	$+\ 5.1$		6	T (3)
Arg. $+53.1038$	6 26 44.9	$+\ 53\ 27\ 40$	1.5	$+\ 5.1$		6	T (4)

Roma 12. Giugno 1880.

Il Direttore dell' Osservatorio

P. Tacchini.

Digitized by Google

Elements of ζ Cancri.

$\Omega = 358°3'$, $i = 182°33'$, $\gamma = 18°31'$, $e = 0.3318$, $P = 59^{y}.486$, T 1870.82, $a = 0''.886$.

Observer	Epoch	θ_c	ϱ_c	$\theta_o - \theta_c$	$\varrho_o - \varrho_c$
W. Herschel	1781.91	359°.5	—	+4°.0	—
South	1825.27	58.2	0.92	−0.3	+0.08
W. Struve	1826.22	53.5	0.95	+4.1	+ 19
"	1828.80	42.1	1.02	−3.7	+ 02
J. Herschel	1830.45	35.7	1.05	−0.1	— 04
W. Struve	1831.28	32.4	1.07	−2.6	— 02
Dawes	1831.30	32.3	1.07	−1.5	+ 02
"	1832.12	29.4	1.08	−2.4	—
J. Herschel	1832.25	28.9	1.08	−1.4	+ 42
W. Struve	1832.28	28.8	1.09	−1.3	+ 06
Smyth	1832.40	28.4	1.09	−0.1	+ 21
Dawes	1833.21	25.5	1.10	+0.7	+ 09
W. Struve	1833.27	25.4	1.11	−3.3	+ 04
"	1835.29	18.6	1.14	+0.7	— 01
"	1836.27	15.3	1.15	+0.1	+ 05
Dawes	1836.68	14.1	1.16	+2.0	—
Smyth	1837.11	12.7	1.16	+0.1	+ 04
"	1839.32	5.8	1.17	−0.6	+ 09
Kaiser	1840.15	3.3	1.18	+2.8	+ 07
Dawes	1840.20	3.2	1.18	+1.2	+ 01
O. Struve	1840.29	2.9	1.18	+4.6	— 18
Dawes	1841.16	0.2	1.18	+0.7	00
Madler	1841.31	359.8	1.18	+1.2	— 13
Dawes	1842.22	357.0	1.18	−0.8	00
Madler	1842.26	356.9	1.18	+2.0	— 11
O. Struve	1842.29	356.8	1.18	+2.5	+ 11
Smyth	1843.11	354.2	1.17	+0.9	+ 03
Kaiser	1843.12	354.1	1.17	—	+ 10
Dawes	1843.18	354.0	1.17	+1.0	— 05
Madler	1843.19	353.9	1.17	+3.0	— 11
O. Struve	1843.30	353.6	1.17	+0.7	00
"	1844.28	350.6	1.17	−0.3	— 01
Madler	1844.39	350.3	1.17	+4.1	— 15
"	1845.31	347.4	1.16	+0.5	— 19
Jacob	1845.83	345.8	1.15	+3.6	— 13
Hind	1845.95	345.4	1.15	+3.6	—
Jacob	1846.00	345.2	1.15	+1.3	+ 05
O. Struve	1846.29	344.3	1.14	+0.5	— 17
Hind	1847.08	341.8	1.13	+0.2	—
Smyth	1847.28	341.1	1.12	+4.4	— 12
O. Struve	1847.33	340.9	1.12	+1.3	— 16
Dawes	1848.18	338.1	1.11	+0.2	— 06
Bond	1848.25	337.9	1.10	+4.8	— 10
O. Struve	1848.30	337.7	1.10	0.0	— .19
Dawes	1849.29	334°.3	1.08	−0°.1	+0.63
O. Struve	1849.32	334.2	1.08	+1.9	— 28
"	1850.29	330.8	1.07	+2.1	— 13
Fletcher	1851.18	327.5	1.06	+6.0	+ 04
Dawes	1851.25	327.3	1.06	+0.6	— 05
O. Struve	1851.28	327.2	1.05	0.0	— 03
Fletcher	1852.16	323.8	1.04	+5.2	— 04
Dawes	1852.23	323.5	1.04	+0.9	+ 02
Madler	1852.25	323.5	1.04	+2.3	+ 02
O. Struve	1852.32	323.2	1.03	−1.5	— 14
Smyth	1853.17	319.8	1.02	+2.9	— 12
Madler	1853.26	319.5	1.01	+4.0	+ 05
Fletcher	1853.30	319.3	1.01	+1.8	+ 09
O. Struve	1853.30	319.3	1.01	+0.5	— 04
Jacob	1853.57	318.2	1.01	+1.6	+ 17
Dawes	1854.20	315.6	0.99	−0.3	— 01
Madler	1854.29	315.2	0.99	+3.3	+ 11
Dembowski	1855.10	311.6	0.97	−2.2	+ 03
Secchi	1855.19	311.2	0.97	+1.1	+ 10
Madler	1855.26	310.9	0.96	−0.3	+ 10
O. Struve	1855.31	310.6	0.96	−0.3	— 07
Jacob	1856.20	306.5	0.93	— 02	+ 28
Morton	1856.24	306.3	0.93	+3.1	+ 19
Secchi	1856.25	306.2	0.93	+1.0	— 16
Madler	1856.28	306.1	0.93	+1.4	+ 07
Dawes	1856.32	305.8	0.93	−3.3	+ 07
O. Struve	1857.27	301.0	0.90	−2.6	+ 08
Secchi	1857.29	301.0	0.90	+2.9	— 12
Madler	1857.29	301.0	0.90	+3.5	+ 06
Jacob	1857.88	297.9	0.89	+1.8	+ 25
Madler	1858.19	296.1	0.88	+1.5	+ 21
Dembowski	1858.24	295.9	0.87	−1.7	+ 03
O. Struve	1858.28	295.7	0.87	−0.2	+ 11
Madler	1859.26	290.0	0.84	+4.9	+ 14
O. Struve	1859.30	289.8	0.84	−3.3	+ 07
"	1860.27	283.7	0.81	−2.4	+ 03
Madler	1861.25	277.0	0.78	+5.2	+ 18
O. Struve	1861.27	276.9	0.78	−1.8	+ 09
"	1862.31	269.2	0.74	−1.2	00
Madler	1862.31	269.2	0.74	+5.2	+ 23
Dembowski	1863.13	262.6	0.72	+0.5	+ 02
Knott	1863.13	262.6	0.72	+5.5	— 03
Romberg	1863.25	216.6	0.71	+5.7	+ 24
Dembowski	1864.04	254.8	0.69	+0.6	−0.19

Digitized by Google

Observer	Epoch	θ_c	ϱ_c	$\theta_o-\theta_c$	$\varrho_o-\varrho_c$
O. Struve	1864.30	252°5	0″68	+ 0°9	+0″ 4
Dembowski	1865.21	244.0	0.66	+ 1 8	— 16
Secchi	1865.23	243.8	0.66	+ 1.5	— 02
Dawes	1865.30	243.1	0.65	+ 0.3	— 05
Knott	1865.36	242.5	0.65	— 1.7	— 02
Dembowski	1866.19	234.0	0.64	+ 4 4	— 03
Secchi	1866.28	233.1	0.63	+ 1.5	— 23
Talmage	1866.38	231.9	0.63	— 0.4	+ 09
Knott	1866.40	231.7	0.63	— 0.6	+ 09
Dembowski	1867.22	222.9	0.62	+ 1.5	— 22
„	1868.20	211.8	0.61	— 0.9	— 21
O. Struve	1868 28	210.9	0.61	+ 3.8	+ 11
„	1869.32	198.6	0.60	— 0.2	— 10
Dunér	1869.37	197.9	0.60	+ 5.8	— 14
Dembowski	1870.25	187.3	0.59	— 1.8	—
O. Struve	1870.28	187.0	0.59	— 0.7	+ 02
Dunér	1870.30	186.8	0.59	+ 1.5	— 18
Gledhill	1870.56	183.6	0.59	— 2.6	— 39
Dembowski	1871.19	176.0	0.59	— 0.7	—
Brünnow	1871.20	175.9	0.59	+ 1.8	--
Gledhill	1871.27	175.1	0.59	0.0	— 39
Dunér	1871.29	174.8	0.59	+ 3.4	— 06
O. Struve	1871.31	174.6	0.59	— 3.3	— 02
Gledhill	1872.05	165.6	0.60	+ 1.2	— 10
Knott	1872.11	164.9	0.60	+ 1.8	00
Brünnow	1872.16	164.3	0.60	+10.7	—
Dembowski	1872.23	163.7	0.60	— 0.9	—
Wilson	1872.21	163.3	0.60	+ 1.9	—0.10

Observer	Epoch	θ_c	ϱ_c	$\theta_o-\theta_c$	$\varrho_o-\varrho_c$
O. Struve	1872.31	162°5	0″60	+ 0°5	—0″01
Dunér	1872.33	162.3	60	+ 1.0	+ 06
Main	1872.35	162.1	60	— 4 5	— 20
Brünnow	1873.14	152.7	61	+ 6.8	+ 10
Dembowski	1873.19	152.1	61	— 1.9	— 11
Wilson	1873.22	151.8	61	— 0.9	— 06
O. Struve	1873.28	151.1	61	+ 0.9	00
Gledhill	1873 63	147.2	62	+ 2.1	— 02
„	1874.13	141.6	62	— 1.4	— 12
Wilson	1874.18	140.8	62	+ 0.5	— 04
Dembowski	1874.18	140.8	62	— 0.4	— 02
O. Struve	1874.28	139.8	62	+ 4.7	+ 02
Dunér	1874.29	139.7	62	+ 3.1	— 03
Dembowski	1875.14	130 5	63	— 0.4	+ 11
Schiaparelli	1875.26	129.3	63	+ 1.1	+ 06
Wilson	1875.29	129.0	63	+ 4.4	+ 14
Dunér	1875.33	128.6	63	+ 0.9	— 06
Dembowski	1876.14	120.2	65	— 0.8	+ 12
Doberck	1876.21	119.6	65	+ 2.5	—
Gledhill	1876.22	119.5	65	— 0.2	— 05
Dembowski	1877.03	111.7	67	— 3.0	+ 01
Schiaparelli	1877.18	110.3	67	— 2.1	+ 15
Plummer	1877.23	109.9	67	+ 0.4	+ 14
Doberck	1877.24	109.8	67	— 1.4	+ 32
„	1878.08	102.4	70	+ 1.7	+ 03
Gledhill	1880.15	86.2	76	+ 7.3	+ 01
Doberck	1880.24	85.4	77	+ 3.3	—
Burnham	1880.30	85.1	77	+ 1.1	— 01

I shall communicate further researches concerning this system and the farther companion, when later observations will be at my disposal.

Markree, 1880. June 4. *W. Doberck.*

Formulae for some double stars.

o Σ	2	θ = 55°78	— 0°502	(t−1850)	ϱ = 0″660	o Σ	159	θ = 330°57	+ 1°173	(t−1850)	ϱ = 0″516
	4	201.75	— 1.198	—	0.447		177	145.04	— 0.913	—	0.510
	18	94.10	+ 0.720	—	1.420		187	300.49	— 0.766	—	0 436
	20	74.17	— 1.537	—	0 630		196	351.97	+ 0.236	—	10·161
	34	113.86	+ 0.398	—	0.500		216	161.96	— 0.669	—	1·699
	37	221.71	— 0.401	—	1.390		218	60 33	+ 0.302	—	1·079
	50	230.00	— 0.745	—	0.980		256	230.40	+ 0.585	—	0 572
	52	151.65	— 0.645	—	0.490		296	325.20	— 0.351	—	1·560
	79	27.27	+ 1.077	—	0.620		313	158.79	— 0.277	—	0 850
	82	226.32	— 1 758	—	0.980		353	66.70	— 0.367	—	0·532
	92	230.56	+ 0.581	—	2.755		377	48.06	— 0.519	—	0·860
	93	68.04	— 0.377	—	1.080		387	110.98	— 3.463	—	0.478
	95	348.63	— 0.607	—	0.610		392	319.45	— 0.783	—	0·435
	112	86.75	— 0.362	—	0.620		395	79.47	+ 0.488	—	0.633
	119	304.72	+ 0.568	—	0.595		413	108.70	— 0.937	—	0.637
	132	315.30	+ 0.241	—	1.642		489	356.01	+ 1.010	—	1.257
o Σ	157	θ = 6.10	— 0.666	(t−1850)	ϱ = 0.610	o Σ	500	θ = 303.33	+ 0.675	(t−1850)	ϱ = 0.463

Markree, 1880. May 2. *W. Doberck.*

Digitized by Google

Observations of Tempel's Periodic Comet of six years, made at the Cordoba Observatory.

On the 21st. of June 1879 I received, through the courtesy of Dr. Gautier, his new ephemeris of this comet, and by this means the comet was easily found on the same evening. It was very faint, circular, $1^1/_2'$ or $2'$ in diameter, and with a perceptible condensation toward the center.

Observations were secured by Mr. Thome on six consecutive nights, after which they were impossible with this equatorial of 28 centimeters aperture. The brightness on June 21 was comparable with that of a star of the 13th magnitude. On June 26 it could not be seen with the faintest illumination of the threads until at least half an hour after it was found. Hence it would be unreasonable to expect great precision in the observations. The comparison-stars, two of which occur in Argelander's zones, have all of them been determined here

Date 1879	Cordoba M. T.	N Obs.	Comp.-Star	☄ − ★ $\Delta\alpha$	$\Delta\delta$	Comet's apparent α	δ
June 21	$8^h27^m35^s6$	10	O A. 15783	-1^m10^s0	$+1'\ 22''3$	$16^h29^m58^s5$	$-22°37'\ 34''$
22	7 26 13.6	9	(1)	−0 11.1	−1 26.2	29 40.0	22 46 51
23	8 19 20.8	9	O A. 15781	−1 37.8	+4 19.1	29 22.5	22 55 47
24	7 29 56 2	10	„	−1 52.7	−5 17.8	29 7.6	23 6 24
25	8 15 53.4	10	(2)	−2 17.2	−8 45.3	28 53.2	23 16 36
26	8 27 57.3	7	(3)	−4 29.1	−1 3.4	16 28 41.5	−23 25 52

Observed Mean Places of the Comparison Stars, for Equinox 1879.0

Name	Mag.	Nr. Obs.	α	δ
O A. 15783	$8^1/_4$	4	$16^h31^m\ 4^s36$	$-22°38'\ 44''4$
(1)	10	4	29 46.95	22 45 12.3
O A. 15781	$9^1/_4$	5	30 56.14	23 0 54 2
(2)	$10^1/_2$	3	31 6.28	23 7 38.8
(3)	$9^3/_4$	4	16 33 6.44	−23 24 36.4

Cordoba 1880, April 5.*) *B. A. Gould.*

*) Ein von Herrn Dr. Gould am 17. August v. J. an die Redaction gesandtes Schreiben, welches die obigen sowie die in Nr. 2320 abgedruckten Beobachtungen von Vergleichsternen des Encke'schen Cometen enthielt, ist hier nicht angekommen. Anm. der Red.

Literarische Anzeige.

Publications of the Cincinnati observatory. Micrometrical measurements of double stars. 1878—79.

Von 1054 beobachteten Doppelsternen gehören 622 der südlichen, 432 der nördlichen Halbkugel an. Gegen 200 sind neu. In der Einleitung behandelt Ormond Stone, Director der Sternwarte in Cincinnati, die Beobachtungsfehler. Beobachter waren O. Stone, H. A. Howe und H. V. Egbert. *L.*

Inhalt:

Zu Nr. 2321. *Robert Luther.* Kreismicrometer-Beobachtungen am Siebenfüsser zu Düsseldorf 18[illegible] 257. — *Wilh. Luther.* Oppositions-Ephemeride von (84) Klio 1880. 263. — *Th. Bredichin.* Schreiben an den Herausgeber. 265. — *J. M. Schaeberle.* Elemente und Ephemeride des Cometen *b* 1880 (Schreiben an den Herausgeber) 265. — *John Tebbutt.* Observations of Pallas at Windsor, N. S. Wales. 269 — Berichtigungen. 271. — Literarische Anzeigen. 271.

Zu Nr. 2322. *H. A. Howe.* A new approximate Solution of Kepler's Problem. 273. — *C. Bruhns.* Ableitung der Elemente des Kometen I. 1878. 277. — *Pietro Tacchini.* Osservazioni di pianeti e ultime osservazioni della cometa *b* 1880. 279. — *W. Doberck.* Elements of ζ Cancri. 283. — *W. Doberck.* Formulae for some double stars. 285. — *B. A. Gould.* Observations of Tempel's Periodic Comet of six years. 287 — Literarische Anzeige. 287.

Kiel Juli 8 1880. Druck von C. F. Mohr.

Digitized by Google

Astronomische Nachrichten.

Expedition auf der Königlichen Sternwarte bei Kiel.

Herausgeber: Dr. C. F. W. Peters.

Band 97. **Nr. 2323.** 19.

Wahrscheinlichkeitsbetrachtungen über die Vertheilung zufälliger Fehler.

Von *H. Seeliger.*

In Nr. 2284 der „A. N.“ habe ich eine Eigenschaft der nach einer Ausgleichung übrigbleibenden Fehler näher untersucht. Es wurde dort gezeigt, wie sich die Wahrscheinlichkeit für das Vorhandensein einer bestimmten Anzahl von Zeichenwechsel in einer vorliegenden Fehlerreihe berechnen lässt aus der Anzahl der positiven und negativen Fehler, sobald angenommen wird, dass ihre Vertheilung nicht durch constant wirkende Ursachen beeinflusst wird

Es soll nun jetzt derselbe Gegenstand nach einer gewissen Richtung erweitert werden, indem nicht die Vorzeichen der Fehler allein, sondern auch ihre Grösse in passender Weise berücksichtigt werden soll.

$$W_{2x-1/2} = \frac{1.2..n.1.2.\,m}{1.2.3..\,m+n} \cdot \frac{n-1.n-2..\,n-x+1}{1\;2..\;\;x-1} ; \frac{m-1.m-2..\;\;m-x+1}{1.2....x-1} \cdot . \frac{n+m}{x}$$

die Stirling'sche Näherungsformel in ähnlicher Weise anzuwenden, wie dies bereits a. a. O. geschehen ist. Es ergiebt sich auf diese Weise ohne Mühe:

$$W_{2x-1/2} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \frac{n^{2x}\, m^{2m}}{(m+n)^{m+n-1/2}\,(n-x)^{n-x+1/2}\,(m-x)^{m-x+1/2}\,x^{2x}} \cdot . \qquad (1)$$

Es wurde gezeigt (Art 9), dass $W_{2x-1/2}$ ein Maximum wird, wenn x nahe gleich $\frac{m\,n}{m+n}$ ist, und dass es immer kleiner wird, gleichgiltig ob man x vergrössert oder verkleinert. Um nun den Verlauf der Function $W_{2x-1/2}$ in der Nähe dieser Stelle (und darauf kommt es allein an) kennen zu lernen, setze man:

$$x = \frac{m\,n}{m+n} + \varepsilon \sqrt{\frac{m\,n}{m+n}} ,$$

worin ε eine Quantität bedeutet, die vergleichsweise zu $\sqrt{n}$ und $\sqrt{m}$ klein sein soll. Wird weiter angenommen, dass weder $\frac{m+n}{n}$ noch $\frac{m+n}{m}$ grosse Zahlen seien, dann können die in (1) vorkommenden Potenzen näherungsweise durch Exponentialgrössen ausgedrückt werden. Dergleichen Entwickelungen, welche in der Wahrscheinlichkeitsrechnung fortwährend vorkommen, beruhen auf der einfachen Identität:

$$(1+z)^y = e^{y\log(1+z)} = e^{y\left(z-\frac{z^2}{2}+\frac{z^3}{3}+\cdots\right)} .$$

Ist also z eine kleine Grösse, so wird $(1+z)^y$ dargestellt werden können durch eine Exponentialfunction, deren Expouent gebildet ist aus den ersten Gliedern der logarithmischen Reihe. Man kann dann die Genauigkeit einer solchen Näherungsformel durch Vermehrung der Glieder der zuletzt genannten Reihe immer so weit treiben, als man will. —

Auf diese Weise wird die Berücksichtigung der beiden ersten Glieder der logarithmischen Reihe die folgende einfache Formel liefern:

$$(2) \qquad W_{2x-1/2} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \frac{(m+n)^{3/2}}{m\,n} \cdot e^{-\frac{\varepsilon^2}{2} \cdot \frac{(m+n)^2}{m\,n}} .$$

Zunächst aber will ich das am a. a. O. erlangte Resultat in einer conciseren Form, als geschehen ist, darstellen, wobei die dort angestellten Betrachtungen als bekannt vorausgesetzt werden.

(1).

Der auf pag. 59 aufgestellte Ausdruck für $W_{2x-1/2}$ soll nämlich für sehr grosse Werthe der Grössen m, n und x und ebenso der Differenzen $n-x$ und $m-x$ berechnet werden. Dazu ist also nöthig auf die einzelnen Factorenfolgen in dem Ausdrucke:

Wird demnach zur Abkürzung gesetzt:

Digitized by Google

$$\frac{m+n}{\sqrt{2mn}} = \mu,$$

so ist

$$(3) \qquad W_{2x-1/2} = \frac{2\mu^2}{\sqrt{2\pi(m+n)}} \cdot e^{-u^2\mu^2}.$$

Dies ist also die Wahrscheinlichkeit dafür, dass entweder $2x$ oder $2x-1$ Zeichenwechsel stattfinden, wenn x den angenommenen Bedingungen entspricht. Bildet man nun $W_{2x-1/2}$ für verschiedene auf einander folgende ganzzahlige Werthe von x, und addirt diese Werthe, so giebt die Summe die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Anzahl der Zeichenwechsel zwischen gewissen Grenzen liegt. Soll sich aber x um die Einheit ändern, so muss die Aenderung Δu in u betragen:

$$\Delta u = \sqrt{\frac{m+n}{mn}} = \mu \cdot \sqrt{\frac{2}{m+n}}.$$

Es ist also:

$$W_{2x-1/2} = \frac{\mu}{\sqrt{\pi}} \cdot e^{-u^2\mu^2} \Delta u.$$

Und die Wahrscheinlichkeit W, dass die Anzahl der Zeichenwechsel zwischen den Grenzen:

$$\frac{2mn}{m+n} \pm 2\gamma\sqrt{\frac{mn}{m+n}}$$

liegt, ist:

$$W = \frac{2\mu}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\gamma} e^{-z^2\mu^2}\, dz = \frac{2\mu}{\sqrt{\pi}} \left\{ \int_0^{\infty} e^{-z^2\mu^2}\, dz - \int_{\gamma}^{\infty} e^{-z^2\mu^2}\, dz \right\}$$

oder einfach:

$$(5) \qquad W = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{\mu\gamma}^{\infty} e^{-t^2}\, dt.$$

Diese Formel enthält den vollständigen Beweis des Satzes, welcher in dem früheren Aufsatze auf anderm Wege bewiesen worden ist. Hervorzuheben war noch der in der Praxis besonders wichtige Fall, in welchem $m = n$, also die Anzahl der positiven Vorzeichen in der ursprünglichen Fehlerreihe gleich der Anzahl der negativen ist. In diesem Falle ist:

$$W = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \int_{\gamma}^{\infty} e^{-t^2}\, dt$$

die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Anzahl der Zeichenwechsel liegt zwischen den Grenzen:

$$n \pm \gamma\sqrt{n}.$$

liegt, ist:

$$W = \frac{\mu}{\sqrt{\pi}} \cdot \sum e^{-u^2\mu^2} \Delta u$$

wo die Summe in Bezug auf alle Werthe von u, welche zwischen $+\gamma$ liegen und allen ganzzahligen Werthen von x, welche sich zwischen den obigen Grenzen befinden, entsprechen, auszudehnen ist. Da nun nach der ganzen Auffassung, welche der vorhergehenden Ableitung zu Grunde liegt, $\Delta u = du$ unendlich klein anzunehmen ist, so wird man und zwar mit Vernachlässigung von Gliedern derselben Ordnung, auf deren Fortlassung die gewonnene Formel begründet ist, das Summenzeichen durch ein Integralzeichen ersetzen dürfen. (Was sich übrigens mit Hülfe der Euler-Maclaurin'schen Summenformel völlig strenge beweisen lässt.) Es kann also gesetzt werden:

$$W = \frac{\mu}{\sqrt{\pi}} \cdot \int_{-\gamma}^{+\gamma} e^{-z^2\mu^2}\, dz. \qquad (4)$$

und W ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Anzahl der Zeichenwechsel zwischen den Grenzen:

$$\frac{2mn}{m+n} \pm 2\gamma\sqrt{\frac{mn}{m+n}}$$

liegt. Die Formel (4) kann auch so geschrieben werden:

$$(2).$$

Wir haben bis jetzt nur die Vorzeichen in der vorliegenden Fehlerreihe betrachtet. Um nun auch die Grösse der Fehler selbst zu berücksichtigen, wollen wir jeden Fehler von dem auf ihn unmittelbar folgenden subtrahiren und die Differenz als positiv oder negativ annehmen, je nachdem der folgende Fehler grösser oder kleiner ist als der vorangehende. Mit anderen Worten, wir bilden die erste Differenzreihe und betrachten die Vorzeichen in ihr. Es zeigt sich nun, dass die Vertheilung der Vorzeichen in dieser Differenzreihe ein ganz ähnliches Verhalten zeigt, wie die in der ursprünglichen Reihe, sobald die Annahme gemacht wird, dass die Reihenfolge der einzelnen Fehler nicht durch irgend welche Ursache bedingt ist.

Wir wollen zunächst die Anzahl der positiven Vorzeichen in der Differenzreihe betrachten. Und zwar sollen n Fehler vorliegen; ferner soll x die Anzahl der positiven, also $n-x-1$ die Anzahl der negativen Vorzeichen in der Differenzreihe bezeichnen: ist dann $f(x, n)$

Digitized by Google

die Anzahl der Anordnungen, in welchen x positive Vorzeichen vorkommen, so ist die Wahrscheinlichkeit für dieses Ereigniss:

$$\frac{f(x,n)}{1.2\ldots n} \qquad (1)$$

Es handelt sich also um die Bestimmung der Function $f(x,n)$. Man kann aber leicht die Function f durch eine Differenzengleichung definiren, indem man mit Hülfe ziemlich einfacher Ueberlegungen die Gleichung: $f(x,n) = (x+1)f(x,n-1) + (n-x)f(x-1,n-1)$ (2) aufstellen kann. Die Herleitung dieser Relation wird wesentlich erleichtert, wenn man sich das grösste der n Elemente $1, 2 \ldots n$ abgesondert denkt, also unter $f(x,n-1)$ die Anzahl der Ordnungen versteht, in welche die Elemente $1, 2 \ldots n-1$, gebracht werden können, damit x positive Vorzeichen in der genannten Differenzreihe vorkommen. Die Differenzengleichung (2) reicht natürlich zur vollständigen Bestimmung der Function f nicht aus; es müssen noch zwei Bedingungen hinzutreten, welche die bei der Integration von (2) auftretenden willkührlichen Constanten bestimmen. Aus der Natur der Aufgabe ergeben sich aber solche Bedingungen im Ueberfluss, indem man hat:

$$\left.\begin{array}{l} f(0,n) = 1;\ f(n,n) = 0;\ f(x,n) = f(n-1-x,n) \\ x\sum_{0}^{n-1} f(x,n) = 1.2\ldots n. \end{array}\right\} \qquad (3)$$

Dass diese Gleichungen stattfinden müssen, ist so evident, dass wohl keine weitere Auseinandersetzung nöthig ist. Sie werden, wie schon erwähnt, zur Bestimmung der willkührlichen Constanten dienen müssen, zugleich aber auch können sie zur Verification des gleich abzuleitenden Resultates gebraucht werden

Was die Integration von (2) selbst betrifft, so macht dieselbe keine weiteren Schwierigkeiten, wenn man nach und nach für $x = 1, 2$ etc die Werthe der Function für $f(x,n)$ aufsucht. Man wird dabei die Bedingung festzuhalten haben, dass für jedes x, $f(x,x) = 0$ wird und infolge dessen wird die zu lösende Aufgabe in jedem Falle darauf reducirt, geometrische Progressionen oder Reihen, welche durch eine oder mehrmalige Differentiation aus solchen entstehen, zu summiren. Die erforderlichen Operationen werden demnach durchaus keine principiellen Schwierigkeiten darbieten. Auf diese Weise findet man:

$$f(0,n) = 1$$

$$f(1,n) = 2^n - (n+1)$$

$$f(2,n) = 3^n - (n+1).2^n + \frac{n+1\ n}{1.2}$$

$$f(3,n) = 4^n - (n+1).3^n + \frac{n+1\ n}{1.2}\,2^n - \frac{n+1\ n\ n-1}{1.2\ 3}$$

$$f(4,n) = 5^n - (n+1).4^n + \frac{n+1.n}{1.2}\,3^n - \frac{n+1n\ n-1}{1.2.3}\,2^n + \frac{n+1.n\ n-1.n-2}{1.2\ 3.4} \text{ etc.}$$

Man wird aus diesen Werthen schliessen können, dass allgemein $f(x,n)$ durch folgende Gleichung definirt werden kann:

$$f(x,n) = (x+1)^n - \binom{n+1}{1}x^n + \binom{n+1}{2}(x-1)^n + \ldots + \binom{n+1}{x}(-1)^x$$

$$= \mu\sum_{0}^{x}(x+1-\mu)^n(-1)^\mu\binom{n+1}{\mu},$$

worin die Symbole $\binom{n+1}{\mu}$ in bekannter Weise die Binomialcoefficienten bedeuten.

In der That genügt (4) der Differenzengleichung (2), welche jetzt so geschrieben werden kann:

$$\mu\sum_{0}^{x}(-1)^\mu(x+1-\mu)^n\binom{n+1}{\mu} = \mu\sum_{0}^{x}(-1)^\mu\binom{n}{\mu}(x+1)(x+1-\mu)^{n-1} + \mu\sum_{0}^{x-1}(-1)^\mu(n-x)\binom{n}{\mu}(x-\mu)^{n-1}$$

Wenn man hierin die zweite Summe rechts durch die Substitution $\mu = \mu' - 1$ transformirt, so ergiebt sich unmittelbar die Identität der beiden Seiten der Gleichung.

Ferner hat nun aber die durch (4) definirte Function auch den Bedingungen (3) zu genügen. Es lässt sich dies sehr einfach zeigen, wenn man $f(x,n)$ als den n ten Differentialquotienten einer gewissen aus Exponen-

Digitized by Google

tialfunctionen zusammengesetzten Reihe betrachtet. Ich will, um die Anwendung dieser Bemerkung zu zeigen, das Bestehen der drei Relationen:

$$f(n, n) = 0$$
$$f(n-1, n) = 1$$
$$f(n-1-x, n) = f(x, n)$$

ableiten. Die noch fehlende 4te aufgestellte Gleichung lässt sich in ganz ähnlicher Weise beweisen.

Zunächst kann der Satz bewiesen werden, dass:

$$F = \sum_0^{n+1} (-1)^\mu \binom{n+1}{n+1-\mu} (x+1-\mu)^n = 0 \qquad (5)$$

Man kann nämlich schreiben:

$$F = (-1)^{n+1} \left\{ (x-n)^n - (x-n+1)^n \binom{n+1}{1} \cdots + (-1)^{n+1} (x+1)^n \right\}$$

und wenn $x - n = y$ gesetzt wird:

$$F = (-1)^{n+1} \left\{ y^n - (y+1)^n \binom{n+1}{1} + (y+2)^n \binom{n+1}{2} \cdots (-1)^{n+1} (y+n+1)^n \right\}$$

$$= (-1)^{n+1} \frac{d^n}{d\xi^n} \cdot \left\{ e^{y\xi} - \binom{n+1}{1} \cdot e^{(y+1)\xi} \ldots (-1)^{n+1} \binom{n+1}{n+1} \cdot e^{(y+n+1)\xi} \right\}_{\xi=0}$$

d. h. wenn nach ausgeführter Differentiation $\xi = 0$ gesetzt wird, da aber die in den { } stehende Reihe nichts anders als die Binomialreihe ist, so hat man einfach:

$$F = (-1)^{n+1} \frac{d^n}{d\xi^n} \cdot \left\{ e^{y\xi} (1-e^\xi)^{n+1} \right\}_{\xi=0}$$

Da $(1-e^\xi)$ für $\xi = 0$ verschwindet, ausserdem der Exponent, zu dem $(1-e^\xi)$, erhoben werden soll, grösser ist als die Zahl der auszuführenden Differentiationen, so ist ersichtlich, dass F stets $= 0$ sein wird. Aus der solchergestalt bewiesenen Relation (5) folgt nun ohne Weiteres für $x = n$:

$$\sum_0^{n+1} (-1)^\mu \binom{n+1}{\mu} \cdot (n+1-\mu)^n = \sum_0^{n} (-1)^\mu \binom{n+1}{\mu} \cdot (n+1-\mu)^n = f(n, n) = 0$$

und für $x = n-1$:

$$0 = \sum_0^{n+1} (-1)^\mu \binom{n+1}{\mu} (n-\mu)^n = \sum_0^{n-1} (-1)^\mu \binom{n+1}{\mu} (n-\mu)^n + (-1)^{n+1} \cdot (-1)^n \binom{n+1}{n+1}$$

d. h. also: $f(n-1, n) + (-1)^{2n+1} = 0$ oder $f(n-1, n) = +1$.

Um schliesslich die letzte abzuleitende Relation zu beweisen, hat man:

$$f(n-1-x, n) = \mu \sum_0^{n-1-x} (-1)^\mu \binom{n+1}{n+1-\mu} (n-x-\mu)^n$$

oder wenn man setzt: $n+1-\mu = \mu_1$:

$$= \mu_1 \sum_{x+2}^{n+1} (-1)^{n+\mu_1} \binom{n+1}{\mu_1} \left(\mu_1 - 1 - x\right)^n = -\mu \sum_{x+2}^{n+1} (-1)^\mu \cdot \binom{n+1}{\mu} (x-1-\mu)^n$$

$$= -\sum_0^{n+1} (-1)^\mu \binom{n+1}{\mu} (x+1-\mu)^n + \sum_0^{x+1} (-1)^\mu \binom{n+1}{\mu} (x+1-\mu)^n.$$

Digitized by Google

Die erste Summe ist nach (5) = Null, während die zweite nicht geändert wird, wenn man die obere Grenze um eine Einheit verkleinert: dann kommt sie aber gleich dem Werthe $f(x, n)$ und es ist also in der That $f(x, n) = f(n-1-x)$. Die Werthe $f(0, n) = 1$ und $f(1, n) = 2^n - (n+1)$ lassen sich sehr einfach berechnen. Aus ihnen folgen vermöge der ursprünglichen Differenzengleichung (2) sämmtliche anderen Werthe. Um eine Uebersicht über die Abnahme der Wahrscheinlichkeiten $\frac{f(x, n)}{1.2..n}$ zu geben, führe ich hier die Werthe dieser Grössen bis für $n = 10$ an. Um nicht zu viel Platz einzunehmen, begnüge ich mich mit diesen wenigen Zahlen.

Tafel für die Wahrscheinlichkeit $\frac{f(x, n)}{1.2...n}$:

$n=1$	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$x=0$ 0	0.5	0.1667	0.0417	0.0083	0.0014	0.0002	0.0000	0.0000	0.0000
1	0.5	0.6667	0.4583	0.2167	0.0792	0.0238	0.0061	0.0014	0.0003
2	0	0.1667	0.4583	0.5500	0.4194	0.2363	0.1065	0.0402	0.0132
3		0	0.0417	0.2167	0.4194	0.4793	0.3874	0.2432	0.1254
4			0	0.0083	0.0792	0.2363	0.3874	0.4304	0.3611
5				0	0.0014	0.0238	0.1065	0.2432	0.3611
6					0	0.0002	0.0061	0.0402	0.1254
7						0	0.0000	0.0014	0.0132
8							0	0.0000	0.0003
9								0	0.0000
10									0

Mit Hülfe einer solchen Tafel könnte man, wenn dieselbe in genügend ausgedehntem Massstabe angelegt wird, nun wirklich die Wahrscheinlichkeit für das Vorkommen einer bestimmten Anzahl von positiven Vorzeichen in der ersten Differenzreihe sehr leicht berechnen. Practisch wird allerdings diese Aufgabe wohl selten zu lösen sein; indem man solche Wahrscheinlichkeitsuntersuchungen doch erst bei einer grossen Anzahl von Fehlern anstellen wird und für diesen Fall sich viel bequemere Näherungsformeln herleiten lassen. Die Ableitung solcher Formeln ist aber auch an sich wichtig, indem diese uns erst eine deutliche Vorstellung von der Beschaffenheit der Function $f(x, n)$ für sehr grosse n liefern.

3.

Schon aus der definirenden Gleichung (2) ist zu ersehen, dass $f(x, n)$ den Maximalwerth erreicht, wenn x nahe gleich $\frac{n}{2}$ wird und dass es von da ab nach beiden Seiten zuerst langsamer, dann schneller abnimmt. Es wird demnach, nach dem Früheren, von besonderem Interesse sein, den Verlauf der Function $\frac{f(x, n)}{1.2..n}$ für sehr grosse n und wenn x nahe gleich $\frac{n}{2}$ ist, zu untersuchen.

Diese Untersuchung ist aber bereits ausgeführt. — Ausdrücke von der Form (4) treten schon in den Wahrscheinlichkeitsbetrachtungen von Moivre auf. Darauf hat Laplace dieselben in der „théorie analytique“ eingehend behandelt und zwar mit Hülfe von Transformationen, die vielleicht den wichtigsten Theil des genannten grossartigen Werkes bilden. Ferner ist Cauchy in seiner bekannten Abhandlung: „Mémoire sur diverses formules relatives à la théorie des intégrales définies.“ Journal de l'école polytechnique, cah. 28, auf die Laplace'schen Entwicklungen zurückgekommen und hat diese von einigen Zweifeln befreit, die sich gegen die Strenge ihrer Begründung erheben lassen.

Mit Hülfe der in den beiden zuletzt genannten Schriften entwickelten Formeln lässt sich nun $f(x, n)$ sofort durch ein bestimmtes Integral ausdrücken. Es ergiebt sich nämlich (aus Formel 34, pag. 222 der Cauchy'schen Abhandlung):

$$\frac{f(x, n)}{1.2..n} = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \left(\frac{\sin z}{z}\right)^{n+1} \cos(2x+1-n)dz. \quad (1)$$

Zur Prüfung kann der specielle Werth $x = n-1$ genommen werden. Wir wissen, dass $f(n-1, n) = 1$ ist. Es müsste also sein:

Digitized by Google

$$\int_0^{\infty} \left(\frac{\sin z}{z}\right)^{n+1} \cos(n-1)\, z\, dz = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{1}{1.2..n}$$

und dies ist in der That eine bekannte Integralformel. Die Formel (1) gilt für jedes beliebige x und n. Nimmt man nun beide unendlich gross und ausserdem x von der Form:

$$x = \frac{n}{2} - \frac{a}{2}\sqrt{n}$$

so kann, nach Formeln, welche ebenfalls bei Laplace und Cauchy vorkommen, das obige Integral in eine Reihe entwickelt werden, welche nach ganzen Potenzen von $\frac{1}{\sqrt{n}}$ fortschreitet. Nimmt man nur das erste Glied dieser Formel mit und setzt an Stelle von $n+1$, n, was mit derselben Annäherung erlaubt ist, so findet sich (vergl. Cauchy pag 239, Formel 37):

$$\frac{f\left(\frac{n}{2} - \frac{a}{2}\sqrt{n}\right)}{1.2\ldots n} = 2.\sqrt{\frac{3}{2n\pi}} \cdot e^{-\frac{3}{2}a^2}$$

Dieses ist also die näherungsweise Darstellung der gesuchten Wahrscheinlichkeit. In ganz derselben Weise, wie bei dem in (1) behandelten Problem können wir jetzt die Wahrscheinlichkeit W, dass x liegt zwischen den Grenzen:

$$x = \frac{n + y\sqrt{n}}{2}$$

darstellen durch das bestimmte Integral:

$$W = 2.\sqrt{\frac{3}{2\pi}} \cdot \int_0^{\gamma} e^{-\frac{3}{2}z^2}\, dz$$

oder wenn $\sqrt{\frac{3}{2}}\, z = t$ gesetzt wird:

$$W = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{\gamma\sqrt{\frac{3}{2}}}^{\infty} e^{-t^2}\, dt. \qquad (2)$$

Die Analogie dieser Formel mit der in Art (1) vorkommenden, sowie auch mit dem Bernouilli'schen Theorem in der Wahrscheinlichkeitsrechnung, in der Gestalt, wie es zuerst bei Laplace vorkommt, ist so evident, dass wohl keine weitere Bemerkung nöthig ist. Es wird also bei einer sehr grossen Anzahl von vorhandenen Fehlern das Verhältniss der Anzahl der positiven Vorzeichen in der ersten Differenzreihe zu der Anzahl der negativen, sehr nahe gleich der Einheit sein müssen, wenn nicht die Wahrscheinlichkeit für eine zufällige Vertheilung der Fehler verschwindend klein werden soll.

(4)

In gleicher Weise, wie wir im Vorigen die Frage nach der Anzahl der positiven Vorzeichen in der ersten Differenzreihe beantwortet haben, lässt sich auch die Frage in Angriff nehmen, wie sich die Anzahl der Zeichenwechsel gestalten werde. Es scheint dabei aber vortheilhafter, die Sache anders darzustellen, d. h. ihr eine andere, graphische, Bedeutung zu geben. Denken wir uns nämlich die ganze Zahl, welche die Stellung eines Fehlers angiebt, als x Coordinate eines Punktes, dessen y Coordinate die Grösse des Fehlers ausdrückt. Also z. B. wenn der 8te Fehler $+2.5$ ist, so werden wir ihn durch einen Punct $x = 8$; $y = +2.5$ darzustellen haben. Darauf verbinden wir die aufeinander folgenden Puncte durch gerade Linien, so wird die gegebene Fehlerreihe durch eine gebrochene Linie dargestellt, welche aus einzelnen von links unten nach rechts oben oder umgekehrt von links oben nach rechts unten gehenden Geraden zusammengesetzt ist. Es ist dabei, ebenso wie in dem Früheren, der Fall ausgeschlossen worden, dass unter den vorliegenden Fehlern zwei absolut genau einander gleich seien. Es ist nun klar, dass jede Regelmässigkeit in der Vertheilung der Fehler sich in dem Verlauf der genannten Curve zeigen wird. Die Anzahl der positiven Zeichen in der Differenzreihe wird jetzt dargestellt durch die Anzahl der von links unten nach rechts oben gehendenen Geraden; und die Anzahl der Zeichenwechsel wird zusammenfallen mit der Anzahl der Spitzen, welche unsere Curve zeigt, wenn wir als Spitze eine Stelle bezeichnen, in welcher zwei in verschiedenem Sinne geneigte Geraden zusammenstossen.

Es wäre also jetzt folgende Aufgabe zu lösen:

Gegeben sind n Elemente $1, 2..n$. Wie gross ist die Anzahl $\varphi(x, n)$ der Anordnungen, in welche die n Elemente gebracht werden können, damit die nach den auseinandergesetzten Grundsätzen construirte Curve, x Spitzen darbietet?

Kennt man $\varphi(x, n)$, so ist die Wahrscheinlichkeit für das Vorkommen von x Spitzen:

$$\frac{\varphi(x, n)}{1.2..n}.$$

Die Definition der Function $\varphi(x, n)$ durch eine Differenzengleichung, macht auch hier wieder keine Schwierigkeiten.

Unterstützt man die Ueberlegungen durch die erwähnte graphische Darstellung, so ergiebt sich:

(1) $\varphi(x, n+1) = (x+1)\varphi(x, n) + 2\varphi(x-1, n) + (n-x)\varphi(x-2, n)$

Digitized by Google

also eine Differenzengleichung zweiter Ordnung zwischen zwei Variablen. Die willkürlichen Constanten in dem Integrale dieser oder die Ausgangswerthe der Function $\varphi(x, n)$ können mit Hülfe der Gleichungen bestimmt werden:

(2) $\varphi(0, n+1) = 2;\ \varphi(n, n+1) = \varphi(n+1, n+1) = 0.$

Mit Hülfe dieser Gleichungen kann man $\varphi(x, n)$ berechnen, für jedes beliebige x und n; die folgende kleine Tabelle enthält die Wahrscheinlichkeiten $\frac{\varphi(x, n)}{1.2..n}$ für $n = 2$ bis zu $n = 10$.

$n=2$	3	4	5	6	7	8	9	10
$x=0$ 1	0.3334	0.0833	0.0167	0.0028	0.0004	0.0001	0.0000	0.0000
1 0	0.6666	0.5000	0.2333	0.0833	0.0246	0.0063	0.0014	0.0003
2 0	0	0.4167	0.4833	0.3278	0.1659	0.0686	0.0243	0.0076
3		0	0.2667	0.4167	0.3675	0.2375	0.1242	0.0554
4		0	0	0.1695	0.3337	0.3626	0.2847	0.1794
5			0	0	0.1079	0.2562	0.3306	0.3050
6				0	0	0.0687	0.1909	0.2852
7					0	0	0.0438	0.1393
8						0	0.0000	0.0278
9							0	0
10								0

(5)

Die allgemeine Integration der Differenzengleichung (1) des vor. Artikels verursacht grössere Schwierigkeiten. Die existirenden allgemeinen Vorschriften leisten in diesem Falle nicht mehr als ein rein empirisches Verfahren. Dieses besteht darin, die Werthe der Function $\varphi(x, n)$ successive für $x = 1, 2$ etc. aufzusuchen. Man wird dann wieder auf die Summation von geometrischen Progressionen oder auf Reihen geführt, welche aus ihnen durch eine oder mehrmalige Differentiation entstehen. Auf diesem Wege findet man:

$$\varphi(0, n) = 2$$
$$2^0.\varphi(1, n) = 2^n - 4.1^n$$
$$2^1.\varphi(2, n) = 3^n - 4.2^n - (2n-11)$$
$$2^2\,\varphi(3, n) = 4^n - 4.3^n - (2n-12)\,2^n + 4\,(2n-7)$$
$$2^4.\varphi(4, n) = 5^n - 4.4^n - (2n-13)\,3^n + 4\,(2n-8)\,2^n + (2^n - 26n + 66).$$

Die auftretenden Coefficienten, deren allgemeine Form sich sofort angeben lässt, werden aber, was die Zahlenfactoren betrifft, immer verwickelter und scheint, einen independenten Ausdruck für diese aufzustellen, nicht so einfach zu sein.

Wichtiger wäre nun die Aufgabe, den Werth der Function $\varphi(x, n)$ für grosse Werthe von n zu bestimmen und für Werthe von x, welche in der Nähe von $\frac{n}{2}$ liegen. Es ist nämlich leicht einzusehen, dass $\varphi(x, n)$ mit wachsendem x zuerst schneller, dann langsamer zunimmt bis zu einem gewissen, für x nahe gleich $\frac{n}{2}$ eintretenden Maximum, von welchem es wieder abzunehmen beginnt. Es wäre also wieder wie früher, der Werth von $\varphi(x, n)$ für $x = \frac{n}{2} + \alpha\sqrt{n}$ zu bestimmen, wenn α im Vergleich zu $\sqrt{n}$ klein und n sehr gross wird. Es lässt sich nun mit nicht allzu grosser Mühe zeigen, dass die genannte Function in diesem Falle wieder durch eine gewisse Exponentialfunction näherungsweise dargestellt werden kann. Die Constantenbestimmung aber vollständig durchzuführen, scheint keine ganz leichte Aufgabe zu sein.

Indessen darf man wohl mit ziemlicher Sicherheit annehmen, dass die Wahrscheinlichkeiten $\frac{\varphi(x, n)}{1.2..n}$ ein ganz ähnliches Verhalten zeigen werden, wie die in den früheren Artikeln behandelten.

Digitized by Google

Wenn wir jetzt alle erlangten Resultate zusammen fassen, so können wir sagen:

Es liege eine Reihe von μ Fehlern vor, und zwar von m positiven und n negativen. Soll die vorhandene Anordnung der Fehler nur durch die Gesetze des Zufalles erklärt werden können, so muss die Wahrscheinlichkeit dafür:

1) dass die Anzahl der Zeichenwechsel in der Fehlerreihe, dividirt durch μ sehr nahe der Grösse $\frac{2mn}{\mu^2}$,
2) dass die Anzahl der positiven Zeichen in der ersten Differenzreihe, dividirt durch μ nahe gleich $^1/_2$,
3) dass die Anzahl der Zeichenwechsel in der ersten Differenzreihe, dividirt durch μ ebenfalls nahe gleich $^1/_2$,

durch Vergrösserung von μ beliebig nahe der Einheit gebracht werden können.

Für die ersten beiden Sätze ist der strenge Beweis sowie der analytische Ausdruck der betreffenden Wahrscheinlichkeiten in dem Vorhergehenden enthalten, während der Beweis des letzten Satzes nur angebahnt worden ist.

Ich habe in diesen Sätzen Criterien für die Richtigkeit einer Ausgleichung untersucht, welche ganz unabhängig von der Gültigkeit eines speziellen Fehlergesetzes sind. Wird aber ein solches, z. B. das Gauss'sche, angenommen, so wird in den aufzustellenden Criterien die absolute Grösse der Fehler eine Rolle spielen müssen. —

Trotz des Interesses, das nach meiner Meinung dieser Gegenstand zu verdienen scheint, ist mir darüber nur eine einzige Untersuchung bekannt, welche die Sache nach der zuletzt erwähnten Richtung verfolgt. Professor Abbe in Jena hat in seiner Habilitationsschrift [1]) unter Annahme der Gültigkeit des Gauss'schen Fehlergesetzes ein neues Criterium für die Richtigkeit einer Ausgleichung aufgestellt. Da diese schöne Untersuchung nicht allgemein bekannt zu sein scheint[2]), so erlaube ich mir hier das Resultat anzuführen, zu welchem diese gelangt. Bezeichnet man mit $x_1\ x_2 \ldots x_n$ die einzelnen vorkommenden Fehler der Reihe nach, so wird

$$x_1\,x_2 + x_2\,x_3 + \qquad + x_n\,x_1$$

mit wechselndem n gegen die Null convergiren.

Diejenige Vertheilungsweise der Fehler tritt somit mit überwiegender Häufigkeit auf, bei welcher die algebraische Summe der Produkte je zweier auf einander folgenden, Null ist.

Leipzig, 1880 April 22.

H. Seeliger.

[1]) Ueber die Gesetzmässigkeit in der Vertheilung der Fehler bei Beobachtungsreihen. Jena 1863, Druck von Frommann.

[2]) So fehlt sie in dem sonst so vollständigen Literaturverzeichnisse über die Methode der kleinsten Quadrate von Merriman.

Literarische Anzeige.

Benjamin Apthorp Gould. Uranometria Argentina. Brightness and position of every fixed star, down to the seventh magnitude, within one hundred degrees of the south pole. With an atlas. Buenos Ayres 1879.

Herr Dr. Gould hat die Skala von Argelander's Uranometria nova seinen Grössenschätzungen zu Grunde gelegt; der Nullpunkt der siebenten Sterngrösse ist jedoch unabhängig davon festgesetzt worden. Die Genauigkeit der Arbeit wurde durch systematische Wiederholungen controlirt und die Selbstständigkeit des Werkes älteren Catalogen gegenüber durch die Beobachtungsmethode gesichert. Die Sternörter wurden am Meridiankreis bestimmt.

Sterne, deren Veränderlichkeit erkannt oder vermuthet wurde, sind besonders angezeigt.

Der Atlas besteht aus einer Generalkarte und 13 Specialkarten. Letztere sind in stereographischer Projection für eine Kugel von 1^m Radius hergestellt, so dass ein Grad in der Mitte der Karten etwas über 8^{mm} gross erscheint. *L.*

Inhalt.

Zu 2323. *H. Seeliger.* Wahrscheinlichkeitsbetrachtungen über die Vertheilung zufälliger Fehler. 289. — Literarische Anzeige. 303.

Kiel. Juli 10. 1880. Druck von C. F. Mohr.

Digitized by Google

Astronomische Nachrichten.

Expedition auf der Königlichen Sternwarte bei Kiel.

Herausgeber: Dr. C. F. W. Peters.

Band 97. **Nr. 2324.** 20.

Mesures micrométriques des étoiles doubles.

Par *M. Jedrzejewicz* à Plonsk.

Les mesures micrométriques d'étoiles composées occupent une place d'une telle importance dans l'Astronomie, que l'augmentation de leur quantité doit être désirable. Malheureusement leur exactitude est loin d'être parfaite malgré les soins des constructeurs d'appareils et le travail ingénieux des éminents spécialistes. On doit chercher les causes de cette imperfection aussi bien dans les qualités des couples mesurés, que dans les appareils employés et dans l'individualité de l'observateur.

L'analyse de ces trois sources d'erreurs en rapport à chaque observateur est nécessaire d'une côté pour lui-même — lui indiquant les meilleures conditions à choisir et les moyens les plus appropriés de la correction — de l'autre côté elle doit servir aux lecteurs, comme indice, combien de valeur doit on attribuer aux observations.

Décidé de publier mon travail de quelques années sur ce sujet, je ne peux pas me passer de quelques mots sur les méthodes employées pour éviter les erreurs et les corriger. Laissant de côté les circonstances généralement connues je me bornerai aux remarques concernant mon individualité et mes appareils avec une bonne volonté de justifier de cette manière le courage d'un amateur de publier un travail sérieux.

Cette justification est dûe aux éminents spécialistes auxquels ces observations peuvent tomber entre les mains.

Les observations suivantes sont exécutées avec un micromètre à fils de M. Merz adapté à un réfracteur de M. Steinheil de 162^{s} mm. de diamètre de l'objectif, sans mouvement d'horlogerie. Je peux mesurer dans le champ éclairé les étoiles jusqu'à la 9me grandeur. Quelques couples qu'on trouvera dans le texte au dessous de cette limite sont mesurés avec les fils luisants, ce qui rend le résultat moins sûr — et l'augmentation de nombre d'observations était le seul moyen de leur procurer une certaine garantie. J'évitais cette qualité des couples malgré l'intérêt qu'ils présentent.

Les distances qui descendent jusqu'à une seconde laissent se mesurer ordinairement c'est à dire avec les pointées de deux côtés du fil fixe. Les distances plus petites qu'une seconde permettent une simple estimation que je tâchais d'obtenir ou en comparant le diamètre du fil = 0″89 avec la distance des centres de deux disques étant souvent en contact — ou en faisant bissecter les étoiles par les bords des fils et calculant la distance des bords.

On trouvera aussi les angles de position de ces étoiles qui ne pouvaient pas être dédoublées et dont la forme évidemment oblongue permettait à la détermination de l'axe.

Sept oculaires appartiennent au micromètre et donnent les grossissements suivants:

I	—	88
II	—	107
III	—	190
IV	—	225
V	—	300
VI	—	420
VII	—	480.

L'examen de la vis micrométrique du micromètre exécuté à l'aide du microscope de Hartnack par la méthode du Dr. Vogel[1]) m'a prouvé que les erreurs périodiques sont presque insensibles.

J'ai obtenu la valeur du pas de vis de deux séries d'observations du passage de deux Polaires α et δ pendant l'été et pendant l'hiver. J'ai reçu:

[1]) Beobachtungen von Nebelflecken und Sternhaufen. 1867. pag. 6.

Digitized by Google

en été (t Cels. $= +22°$); $1^r = 28''7434 \pm 0''0098$ (23 obs.)
en hiver (» $= -5°5$) $1^r = 28.7877 + 0.0067$ (41 »)
d'où vient $1^r = 28''7788 - 0''00161\ t$ Cels.

En donnant dans les observations les distances en tours de vis j'ajoute ici la table des valeurs d'un tour dans les différentes températures — je n'ai pas jugé négligeable cette correction en mesurant les étoiles d'Appendix I Σ éloignées jusqu'à 7 minutes.

Tre	log 1r	Tre	log 1r	Tre	log 1r	Tre	log 1r
— 16	1.45946	— 6	1.45921	+ 4	1.45897	+ 14	1.45873
— 15	943	— 5	919	+ 5	895	+ 15	870
— 14	941	— 4	916	+ 6	892	+ 16	868
— 13	939	— 3	914	+ 7	890	+ 17	865
— 12	936	— 2	912	+ 8	887	+ 18	863
— 11	934	— 1	909	+ 9	885	+ 19	861
— 10	931	0	907	+ 10	883	+ 20	858
— 9	929	+ 1	904	+ 11	880	+ 21	856
— 8	926	+ 2	902	+ 12	878	+ 22	853
— 7	924	+ 3	900	+ 13	875	+ 23	851

Le micromètre possède seulement 2 fils mobiles parallèles, dont un sert comme le fil de coincidence, l'autre est porté par la vis munie d'un tambour divisé.

En mesurant l'angle de position, je tâche de choisir l'angle horaire dans lequel la direction des deux étoiles est parallèle à la ligne joignant les pupilles des yeux, dans cette position en prenant les étoiles entre deux fils, il m'est plus facile d'apprécier la direction vraie. L'erreur d'excentricité du cercle de position, n'atteignant pas 1′ d'arc, je me borne à la lecture d'un seul vernier. En prenant 5 — 10 de pointées selon la concordance plus ou moins parfaite — je tourne le micromètre de 90° de la moyenne pour prendre 3—5 doubles pointées de la distance.

Cette méthode de mesurer les distances adoptée généralement, devait pourtant subir le changement quand j'observais les étoiles plus éloignées d'Appendix I de Σ. La vis possédant seulement 20 rotations à 28″ — on peut mesurer les distances jusqu'à 280″ à peu près — pour observer les étoiles plus distantes je procédais comme il suit.

J'écartais le fil fixe de quelques tours au delà du milieu et en mesurant les couples de la petite distance je déterminais strictement la coincidence des fils dans chaque mesure et la moyenne me servait comme coincidence pour les mesures des étoiles plus distantes mesurées le même soir, pour compter cette moyenne je tâchais d'éviter ces couples où la position de la vis en rapport à l'horizon différait de la position nécessaire. Comme exemple je prends le 30. Avril 1878 où j'ai mesuré 8 couples. En laissant de côté les Nr. 1516 (Σ) et 1536 (Σ) où la vis était horizontale — la coincidence de 5 couples d'étoiles ayant le tambour de la vis vers sud, était:

Σ 1110	6r 468
	465
	461
Σ 634	6r 469
	469
	463
	462
Σ 1547	6r 468
	462
	460
	458
Σ 1636	6r 459
	461
	467
	467
Σ 22 Ap. I	6r 457
	457
	460

La moyenne de 18 mesures 6r 463 m'a servi pour

Digitized by Google

mesurer le même soir 23 App. I ayant aussi le tambour de la vis vers sud. Pour examiner cette méthode causée par la nécessité, je changeais exprès la coïncidence et je comparais les résultats. Par exemple en mesurant 9 App. I:

1878.123 la coïnc. moy. de 12 mes. $= 6'470$; $\varepsilon = 11'.7921 = 339''.49$
80.084 » 20 » $= 5.487$; $\varepsilon = 11.7979 = 339.65$
80.106 » 23 » $= 4.493$; $\varepsilon = 11.7957 = 339\ 52$.

En laissant la vis portant le fil fixe intacte pendant quelque temps et en notant soigneusement la coïncidence, je me suis persuadé aussi qu'elle change avec la température et que ce changement est à peu près $0^r.0025$ pour un degrés Cels. en sens direct des divisions de la vis à tambour.

Pour donner plus de sûreté à ces mesures faites d'un côté du fil fixe, j'augmentais souvent le nombre de pointées jusqu'à 10, ou, si la position des étoiles le permettait je mesurais aussi la différence de la déclinaison, comme on verra dans le texte.

Comme le mouvement de mon instrument s'opère avec une clef (sans appareil d'horlogerie) on voit bien que les angles de position plus proches de 90° resp. 270° sont plus exactes et réciproquement les distances. Contre cette source des défauts, il m'est resté seulement l'augmentation de nombre de pointées et de jours d'observations.

J'ai vérifié chaque soirée le zéro du cercle de position et dans les différentes contrées du ciel, en égard à la position du pôle de l'instrument et aux erreurs instrumentales, qui déterminées d'après la méthode de W. Struve [1]) se montraient dans mon réfracteur:

l'erreur de perpendicularité des axes $i' = +3''.8$ (5 obs.)
l'erreur de collimation $c = -4.1$ (5 obs.)

La position du pôle de l'instrument était soigneusement déterminée d'après la méthode mentionnée chaque fois que le niveau attaché au trépied de la lunette montrait un changement. En 1876 et 1877 l'écartement du pôle allait quelquefois jusqu'à 2', plus tard, après la solidification du pillier l'oscillation devenait plus petite et se tient dans les limites de 30"—50", l'angle horaire de cet écartement n'étant pas toujours le même prouve, que le pillier était assez bien fondamenté et que ces petites oscillations étaient les suites des forces moléculaires du sèchement.

Les étoiles situées plus près du pôle étaient mesurées ordinairement bientôt après la rectification du pôle, pour que leur correction soit plus sûre. Pour la Polaire par exemple mesurée 1880.153 cette correction était + 10' 7 quand les coordonnées du pôle étaient: $x = -28''$; $y = +45''$.

La correction de la réfraction calculée d'après les formules de W. Struve [2]) est ajoutée aux mesures des couples plus distants ou situés sous l'equateur.

Pour avoir les données de ces deux corrections j'ai noté pendant chaque observation le temps sidérale et la température. Enfin l'annotation de l'état de l'air d'une manière généralement adoptée (1, 2, 3, 4), de l'oculaire employé et quelquefois les remarques sur les couleurs ou éclat des composantes, complétait l'observation.

L'extrait suivant de mon journal montre l'arrangement général continué depuis le commencement de mon travail.

Le calcul de chaque double mesure à part, au lieu de prendre la moyenne, quoique exigeant un peu plus de temps, m'est plus commode; il fait une sorte de contrôle d'exactitude, m'engageant à recommencer la mesure, lorsque j'aperçois que la coïncidence calculée dans la dernière colonne s'écarte trop de la coïncidence moyenne.

$\frac{12}{VIII}$ 77 $\quad \Sigma$ 1744 $\quad 17^h26 - 17^h48$

(Zéro du micr.)

	H'	$\varepsilon =$	$c_1 - c_1$	c_1	c_2	$c_1 + c_1$	Coinc.
$T = 228°37'$	$169°58'$	$0'.5070$	1.014	3.008;	$4'.022$	$7'.030$	3.515
(Tre.) + 20°	170 6	35	007	09	16	25	512
(Ocul.) VII	24	90	018	05	23	28	514
(l'air) 1.2	9	35	007	12	19	31	515
	169 42	$0'.5057 = 14''.537$					
(moyenne)	170° 3'8						
$T + 90° =$	318 37.0	le tambour vers sud.					
$P =$	$148°33'2$						

[1]) Brünnow. Traité d'Astr. prat. Edition franç. p. 128—133.

[2]) W. Struve Mens. micr. p. XLVI.

Digitized by Google

$\frac{12}{VIII}$ 77 Σ 1516 $18^h12^m - 18^h38^m$

							Coinc.
228°37'							
+ 19 C.	227°53'	0".3370	0.674	3'178	3'852	7.030	3.515
V 1	9	410	82	70	52	22	11
gr. 7—7.5	226 42	435	87	71	58	29	14
	227 27	380	76	70	46	16	08
	27	355	71	80	51	31	15
	227°19'6	0".3390 = 9".7456					
	318 37	La vis horizontale.					
P =	91°17'4						

Dans la quantité déjà énorme d'étoiles composées, le choix de couples n'était pas difficile. Parmi 200 objets observés je tachais de ramasser ceux qui depuis longtemps n'étaient pas mesurés, puis les autres dont les mesures annuelles sont nécessaires, on y trouvera aussi quelques couples très serrés et très difficiles pour un objectif de cette dimension, je les ai mesurés par curiosité et je les ai insérées parcequ'ils ont été faits, enfin les couples qui se montraient immobiles depuis leur première découverte m'ont servi pour la comparaison avec les mesures des autres.

Cette comparaison m'a donné quant à la distance les résultats suivants:

Entre les étoiles depuis 1" jusqu'à 32" de distance j'ai trouvé 52 qu'on peut supposer invariables — dans l'Appendix I Σ il y en a 32 — total 84, dont

71 montrent les différences négatives $\Sigma - \mathcal{J}$
et 13 » » » positives $\Sigma - \mathcal{J}$.

La somme de 71 différences négatives $\Sigma - \mathcal{J} = -6".014$
» 13 » positives $\Sigma - \mathcal{J} = +0".843$
$-5".171$

ce qui donne la différence moyenne tirée de 84 couples

$$\Sigma - \mathcal{J} = -0".061.$$

Le changement de cette différence avec les distances se présente comme il suit:

distances	nombre de couples	$\Sigma - \mathcal{J}$
2"— 4"	7	— 0".059
4 — 8	5	— 0.041
8 — 16	17	— 0.033
16 —32	19	— 0.055
32 — 1'	6	— 0 061
App. I 1' — 7'	32	— 0.084

On voit que mes mesures de distances sont en général plus grandes que celles de Σ. L'accroissement des différences depuis 16"—7' dépend évidemment d'une côté de manque du mouvement d'horlogerie et de la difficulté de bisseter les deux étoiles dans un moment, quand leurs distances passent une certaine limite. Si l'on suppose que les différences entre 2" — 8" ne sont pas très-sûres à cause du petit nombre d'étoiles, on peut conclure que la distance 8"—16" représente le maximum de champ de vision de ma rétine propre à distinguer les objets simultanément sans mouvement de l'oeil dans son orbite.

Combien ces différences peuvent dépendre d'erreurs dans la valeur de tour de vis (ce qui est aussi admissible) je ne peux pas encore savoir étant occupé maintenant de la détermination nouvelle de cette valeur après 4 ans de travail avec mon micromètre.

Pour éviter le calcul de la précession des angles et pourtant pour avoir quelque idée approchée de ma faculté d'appréciер la direction, je pris toutes les différences des angles sans précession $\Sigma - \mathcal{J}$ jusqu'à 70° de déclinaison boréale de toutes les étoiles supposées invariables — et je reçus:

la somme positive de 42 angles = + 487'
» négative » 30 » = — 432'

ce qui donne pour la différence approchée

$$\Sigma - \mathcal{J} = +0'.7.$$

Naturellement cette valeur est loin d'être sûre, d'autant plus que le nombre d'étoiles de $0^h - 12^h = 30$
» » $12^h - 24^h = 42$.

En calculant le premier groupe à part où je trouve 24 différences négatives sur 6 positives j'ai reçu

$$\Sigma - \mathcal{J} = -14'.$$

Le deuxième groupe de 34 différences positives et 8 négatives m'a donné

$$\Sigma - \mathcal{J} = +11'$$

ce qui n'est pas loin de la précession dès l'époque de Σ.

Ce calcul m'a montré aussi que les angles des étoiles plus distantes sont beaucoup plus sûrs, parceque les 14 différences avec les signes contraires à la précession tombent seulement parmi les couples proches, tandis que les différences d'Appendix I comme on voit dans le texte, ont

de $0^h - 12^h$ toutes le signe — et la moyenne = — 14' et celles
» $12^h - 24^h$ » + » = + 17.

Parmi les étoiles observées jusqu'aujourd'hui je trouve 38 dont le mouvement orbital est incontestable — 80 dont le mouvement dépend ou du mouvement propre

Digitized by Google

faisant les groupes de perspective, ou ne pouvait pas encore être défini, le reste appartient à la classe des objets qui n'ont pas montré de changement depuis la première mesure, ou dont le changement n'est pas décidément prouvé.

On trouvera dans le nombre total 12 groupes triples et 2 quadruples. Le nombre d'observations complètes de 200 objets est 1159, elles sont basées sur 6983 pointées de l'angle et 5840 pointées de la distance.

Quelques mots suffiront pour expliquer la disposition des observations-mêmes.

Après la date on trouve les dégrés de Cels. et l'angle horaire moyen de chaque observation, puis le grossissement de l'oculaire et l'état de l'air exprimé avec les nombres 1, 2, 3, 4; —4 représentant les circonstances aussi mauvaises que l'observation devait être interrompue. Les colonnes suivantes renferment l'angle de position avec le nombre de pointées et la distance en tours de vis et en secondes avec le nombre de pointées doubles ou simples dans les étoiles très éloignées d'Appendix I Σ (voir l'explication donnée ci-dessus).

Cette forme un peu trop large, ayant eu elle-même les éléments de la réduction, m'a paru nécessaire dans le travail d'un amateur, qui par l'exécution consciencieuse tâchait de remplacer sonvent le manque d'instruction spéciale.

60. η Cassiopeae 4.0—7.6

$\alpha = 0^h41^m5$ 1876 $\delta = +57°9'$

Date	Therm. centigr.	Angle horaire	Grossissement	Conditions atmosphériques	Angle de position	Pointées	Distance		Pointées
							en tours de vis	en seconde	
1877.221	+ 5.0	6^h44^m	480	2	149°42'2	5	0.1969	5"6660	4
1880.106	— 3.0	4 50	300	2.3	160 55.8	5	0.1944	5.5955	5
109	— 4.5	4 27	480	1 2	159 57.4	5	1838	2907	4
114	— 6 0	5 12	480	2.3	161 2.6	5	1921	5301	3
150	— 2.5	5 28	480	1	159 30 3	7	1801	1837	4
153	— 1.0	5 12	480	1	30.0	5	1810	2092	3
190	+ 6.5	5 20	480	2.3	19.8	5	1845	3077	3
196	— 4.5	5 33	480	1.2	28.8	5	1786	1410	3
1880.145					159°57'6			5"3225	

L'observation 1877.221 n'entre pas dans la moyenne.

73. Andromedae 36. 6.0—6.1

$\alpha = 0^h48^m1876$ $\delta = +22°54'$

1880.103	— 1.0	3^h18^m	480	1.2	359°21'8	10	0.0510	1"4670	3
109	— 3.0	3 10	480	1	14.2	5	0457	3154	2
114	— 3 5	3 17	480	1	47.0	5	0468	3471	3
1880.108					359°27'6			1"3765	

88 ψ' Piscium. 4.9—5.0

$\alpha = 0^h58^m9$ 1876 $\delta = +20°48'2$

1877.857	+ 4.0	1^h35^m	300	1.2	160°20'2	7	1.0423	29"989	4
860	+ 4.0	1 32	300	1	12.0	5	0381	868	3
997	— 8.5	1 22	300	2	3.4	5	0381	889	3
1877.904					160°11'8			29"915	

Digitized by Google

93 α Ursae minoris 2.0—9.0

$\alpha = 1^h14^m$ 1876 $\delta = +88°39'4$

Date	Therm. centigr.	Angle horaire	Grossissement	Conditions atmosphériques	Angle de position	Pointées	Distance		Pointées
							en tours de vis	en secondes	
1876.893	— 7.5	1^h15^m	300	1.2	213°27'9	10	0.6354	18"294	5
901	— 6.0	1 39	300	2	22.4	10	6390	395	5
904	— 5.0	1 30	300	2	33.5	10	6351	282	5
1876.899					213°27'9			18"324	

100 ζ Piscium 4.2—5.3.

$\alpha = 1^h7^m2$ 1876 $\delta = +6°55'$

1877.857	+ 4.5	0^h58^m	480	2.3	63°20'6	5	0.8163	23"486	3
860	+ 4.5	0 56	300	1.2	11.6	5	8213	23.630	3
997	— 8.0	0 38	300	2 3	12.2	6	8117	23.370	3
1879 931	—11 5	0 51	300	2	6.0	3	8318	23.953	3
989	— 9.0	1 32	300	1	47.5	4	8451	24.333	3
1880.049	—11 5	0 30	300	1	48.8	5	8375	24 117	4
1878 947					63"24'4			23"814	

180 γ Arietis 4 2 — 4.4.

$\alpha = 1^h46^m6$ 1876 $\delta = +18°41'$

1877.764	— 2.5	1^h8^m	480	1.2	359°25'7	10	n. m.		
1878.854	+ 1.5	1 4	300	2	359 41.5	2	n. m.		
1879.879	— 4.0	1 14	480	3.4	0 12 2	5	0r3125	8"9953	4
931	— 12.0	1 12	480	2	0 9.2	5	3020	6970	6
931	— 12 0	1 30	480	2	—	—	3018	6866	5
986	— 5.0	1 14	480	2	0 1.8	5	3098	9180	3
1880.079	— 4 5	1 42	480	1	0 11.0	5	2988	6010	3
1879.489					359°56'9			8"6945	

202 α Piscium 4.0 — 5.0.

$\alpha = 1^h55^m8$ 1880 $\delta = +2°11'$

1879.931	— 12.0	0^h30^m	480	3	322°11'0	5	0r1140	3"2829	4
989	— 9.5	0 10	480	2	32.2	5	1206	4726	3
1880.043	— 7.5	0 20	480	3	41.0	6	1148	3051	3
049	— 13.5	0 10	420	1	53.2	5	1103	1767	3
084	— 7.0	0 56	420	1	521 47.4	5	1062	0574	3
103	— 0.5	0 46	420*	1	322 9.8	7	1161	3412	3
106	— 1.5	0 39	480*	2.3	42.2	10	1238	5630	3
109	— 1.5	0 50	480*	1	58.0	5	1139	2781	4
1880.051					322°29'3			3"3096	

Digitized by Google

205 γ Andromedae 2.5 — 5.5 — 6.5.

$\alpha = 1^h56^m5$ 1880 $\delta = +41^u45'$

$A - \frac{B - C}{2}$

Date	Therm. centigr.	Angle horaire	Grossissement	Conditions atmosphériques	Angle de position	Pointées	Distance en tours de vis	Distance en secondes	Pointées
1880.087	— 5.5	4^h45^m	420	2	$63^u27'9$	6	0r 3628	10″444	4
090	— 5.0	3 19	420	1	15.8	5	3682	599	5
103	— 1 5	3 35	480	1	62 57.4	6	3513	111	3
106	— 2 5	2 34	480	2	63 10 4	5	3598	356	3
1880.096					$63^u12'8$			10″377	

$B - C$ ($O.\Sigma.38$)

1880.087	— 5.5	5^h15^m	420	2	$111^u18'8$	4	Distance impossible à mesurer — on aperçoit la forme oblongue.
090	— 5 0	3 49	420	1	98 27 4	8	
103	— 1.5	4 0	480	1	92 43.0	5	
109	— 4.0	2 47	480	2	91 50.4	3	
114	— 4.5	3 19	480	1.2	88 2.2	5	
150	— 1.5	2 56	480	1	89 13.4	3	
153	0	3 1	480	1	90 52.5	4	
199	— 1.0	3 56	480*	1.2	90 17 8	4	
1880.125					$94^u5'6$		

262 ι Cassiopeae 4 2 — 7.1 — 8.0.

$\alpha = 2^h19^m2$ 1880 $\delta = +66^u52'$

$A - B$

1880.224	— 1.0	4^h52^m	480	1.2	$264^u9'8$	5	0r 0696	2″0031	3
226	+ 2.0	4 56	480	2 3	11.8	5	0626	1.8013	3
232	+ 4.0	5 6	480	2.3	263 4.2	5	0682	1.9622	3
234	+ 3.0	5 20	480	1	262 59.6	6	0770	2.2156	3
1880.229					$263^u36'3$			1″9955	

$A - C$

1880.226	+ 2.0	5^h34^m	480	1.2	$109^u59'6$	7	0.2567	7″3868	4
232	+ 4.0	5 40	300	2	15.6	5	2705	7828	3
234	+ 3.0	5 38	480	1	56.0	5	2612	5156	3
1880.231					$109^u43'7$			7″5617	

Digitized by Google

Observations of the Companion of Sirius.

(Communicated by Rear Admiral John Rodgers, U. S. Navy).

Date 1880		Sid. Time	p	s	Wt.	Obs'r.
Jan.	29	7^h2	47°4	9 91	2	Hn
Febr.	10	7.0	47.7	10.54	1	Hn
	16	7.5	47.1	10 50	4	Hn
	24	7.3	46.4	10.97	1	Hn
March	21	6.6	48.3	10.45	2	H
	24	6.8	47.8	—	2	H
	25	6.8	46.3	10.45	2	H
	30	7.4	49.6	10.21	2	H
	31	7.2	47.4	10.29	3	H
April	1	7.3	47.7	10.30	3	H
	5	7.8	48.2	10.25	3	H
	8	8.0	47.8	10.27	3	H
	9	8.2	49.8	10 41	4	F
	14	8.9	47.4	10.36	3	F

Mean Results:	1880.098	47°15	10″480	Hn.
	1880.250	47.83	10.303	H.
	1880.281	48.60	10.385	F.

Observers: H., (A. Hall); Hn., (E. S. Holden); F., (E. Frisby.)

In deriving the mean result from my own observations a weight of one-half has been given to observations made before March 31, since in these observations the images were very unsteady and the Companion faint. On April 1, the Companion was distinctly seen at 6^h25^m, mean time, or only a few minutes after sunset.

The following are the differences between the positions which I have observed during the last seven years and those predicted by Professor Auwers.

(Calc.—Obs.)

Date	Δp	Δs
1874.23	+7°08	—0″19
1875.28	6.99	0.34
1876.22	6.47	0.65
1877.26	6.46	0.68
1878.24	6.24	0.79
1879.20	5.84	0.91
1880.25	+5°81	—1″08

It will be seen that the theoretical body has been lagging behind the Clark Companion, but is now gaining in angle of position, and in a year or two will probably pass it. The distances of the theoretical body are smaller than those of the Companion, and are now rapidly diminishing. The period of the Clark Companion seems to be greater than that of Bessel's disturbing body; but a few years more of observation will decide the question of identity.

U. S. Naval Observatory,
Washington, 1880, April 15.

A. Hall.

Schreiben des Herrn W. Ceraski an den Herausgeber.

Am 23 Juni habe ich eine sehr interessante Erscheinung beobachtet. Der Stern der Durchmusterung

$0^h49^m39^s$

81°5′ 6 Mag. 7.5

ist nämlich veränderlich und am genannten Tage von 17^h40^m Moskauer Sternzeit bis 19^h35^m hat seine Helligkeit von 9 Magn. bis etwa 7 5 Mag. zugenommen.

Ich habe den Stern im kleinen Lichte auch am 13. oder 12. Juni um Mitternacht gesehen. Das Datum ist nicht sicher notirt, da ich damals noch nicht gewiss war, ob nicht betreffs der Grösse ein Schreibfehler vorliege. Zwischen den Minima scheint die Helligkeit constant zu bleiben.

Moskau 1880, Juni 26.

W. Ceraski.
Observator der Sterwarte in Moskau.

Inhalt.

Zu Nr. 2324. *M. Jedrzejewicz.* Mesures micrométriques des étoiles doubles. 305. — *A. Hall.* Observations of the Companion of Sirius. 319. *W. Ceraski.* Schreiben an den Herausgeber. 319.

Kiel. Juli 17. 1880. Druck von C. F. Mohr.

Digitized by Google

Astronomische Nachrichten.

Expedition auf der Königlichen Sternwarte bei Kiel.

Herausgeber: Dr. C. F. W. Peters.

Band 97. **Nr. 2325.** 21.

Beobachtungen auf der Sternwarte von Pola.

Von *J. Palisa.*

a) Cometen- und Planetenbeobachtungen.

Comet 1879 *c* (Swift).

Datum 1879	Mittl. Pol. Zt.	Δ (Pl.) − * $\alpha-\alpha$	$\delta-\delta$	app. α	1 f p.	app. δ	1 f p.	Anz. der Vrgl.	Ref.	Reduction des Sterns		Gr.
Juni 22	12h 2m39s	+4m 6s74	−11′ 17″9	2h48m 3s58	9n901	+65°31′ 48″1	0.779	3	396	+1s38	0″0	
	12 32 34	+2 12.74	+13 39.1					3	*a*	1.32	0.0	
24	10 6 11	+2 47.50	− 9 54.9	2 49 1.69	9n672	+67 31 39.2	0.882	2	397	1.44	− 0.4	
	10 33 47	+7 59.89	+13 28.5					2	394	1.46	− 0.5	
26	10 15 30	−2 7.19	+13 52.2	2 50 5.80	9n721	+69 37 42.6	0.873	4	400	+1.50	− 0.6	

Planeten.

(201)

Aug. 7	10 42 29	+2 9 10	+ 1 27.7	22 7 28.25	9n388	− 8 55 51 40.8	42	6	465	+4.25	+21.3	11.0	
8	10 2 12	−2 24 03	− 3 0.7	22 6 51.24	9n470	− 9 2 31 50.8	35	4	471	+4.26	21.6		
11	9 22 3	+1 42.62	− 0 27.3	22 4 53.19	9n517	− 9 23 40.1	0.831	3	*b*	+4.32	+21.5	10.8	
15	12 26 0	Meridianbeobacht.		22 1 58.67	−∞	− 9 54 30.7	0.857	—	—	—	—		
21	13 15 42	−0 43.61	+ 2 23.3	21 57 32.26	9n154	−10 41 27 2.0	858	6	455	+4 46	+21.8		
22	11 4 7	+1 7.83	− 2 33.1	21 56 52.55	8n959	−10 48 36 7.0	860	4	453	4.47	21.7		
Sept. 12	12 8 38	−2 50.06	+11 43 3	21 43 37.05	9 329	−13 20 37.3	0.863	2	*c*	4.56	21.0	11.3	
	12 24 32	+3 47.40	−11 44.5					2	443	4.55	20.5		
18	9 27 49	+2 10.62	+ 0 12.0	21 41 27.41	8n657	−13 53 12.3	0.877	4	*d*	4.57	22.0	11 0	
Oct. 7	7 20 39	+4 41.27	+ 1 58.7	21 41 13.91	9n152	−14 54 49.9	0.877	4	*e*	4.38	19 0	11 7	
13	9 24 2	−3 28.47	−15 2 0	21 43 23.39	9.148	−15 0 7.2	0.877	2	446	4.34	19 6	11.7	
	9 38 20	+2 44.26	+14 11.0					2	444	4.33	18.9		
Nov. 4	6 50 54	−0 49.67	+16 11.4	21 59 10 83	8n263	−14 24 4.4	0.880	2	*f*	4.10	19.3	12.0	
	6 59 16	−2 14 34	−14 6.6					2	460	+4.10	+19.5		

(187)

Sept. 14	11 26 47	+0 12.67	− 2 53.5	22 41 19.81	8.581	−19 50 22.9	0.902	4	*g*	+4.71	+24.4		

(104)

Sept. 23	10 51 38	+1 56.40	+12 43 7	23 9 25.52	7n910	− 9 13 55.0	0.853	2	*h*	+4 54	+26.6		
	10 59 25	−2 6.49	−13 52.9					2	*i*	+4.53	+27.0		

(186)

Oct. 11	10 27 46	−2 28.40	+ 0 53.7	0 2 21.09	8n417	− 2 43 26.4	0.812	4	*k*	+4.53	+29.1		

Digitized by Google

(204)

Datum 1879	Mittl. Zt. Pola	Pl. — • $a-a$	Pl. — • $\delta-\delta'$	app. α	l.f.p.	app. δ	l.f.p.	Anz. der Vrgl.	Stern	Reduction des Sterns		Gr.
Oct. 8	10h54m25s	+3m16s16	— 1′46″4	2h 1m22s50	9n326	+12° 8′ 14″7	0.692	6	376	+4.66	+27.4	
11	9 7 5	+5 11.41	+ 0 40.2	1 59 4.67	9n534	+11 48 16	90.726	4	371	+4.69	+27.8	12.5
17	9 11 25	−2 45.04	+ 0 52.7	1 54 8 77	9n477	+11 5 34	90.719	4	*l*	+4.75	+27.9	12.2
21	13 54 46	+2 34.89	−13 40.7	1 50 37.22	9.353	+10 35 11.7	0.710	2	369	+4.77	+28.5	12.0
	14 1 50	−0 38.74	+14 9.2					2	370	+4.77	+28.4	
Nov. 4	7 20 39	+2 9.66	+ 1 2.9	1 39 36.69	9n519	+ 8 59 8.2	0.742	4	366	+4.80	+29.1	
10	8 53 0	+1 5.18	+11 58.5	1 35 22.37	9n160	+ 8 21 8.0	0.724	2	*m*	+4.77	+29.1	
	9 1 4	−3 42.93	−12 20.8					2	*n*	+4.82	+28.9	
17	10 5 27	−1 39.21	− 0 35.4	1 31 13.78	8.576	+ 7 42 23.9	0.725	4	363	+4.71	+28.8	

(205)

Oct. 13	11 22 23	+0 58.95	− 0 26.4	2 5 33.32	9n135	+13 46 30.4	0.664	6	383	+4.75	+27.2	12
15	15 6 26	+0 27.70	+ 1 28.7	2 3 56.11	9 441	+13 28 58.8	0.692	3	*o*	+4.77	+27.4	
21	12 16 25	+1 51.91	+11 35.6	1 59 21.39	8.580	+12 39 36.4	0.671	3	375	+4.81	+28.0	
	12 22 38	−0 41.58	−13 59.4					2	*p*	+4.82	+27.9	
Nov. 5	7 46 55	+4 56.61	− 0 45.9	1 47 59.68	9n484	+10 34 0.1	0.724	4	368	+4.84	+29.0	
13	12 18 24	+0 25.29	+ 1 19.8	1 42 39.63	9.348	+ 9 30 41.1	0.719	4	367	+4.84	+28.9	12.4

(207)

Oct. 17	11 6 23	−1 43 68	− 0 39.6	2 18 56.00	9n211	+14 13 51.4	0.662	6	392	+4.81	+26.4	11.5
21	13 12 56	−4 13.67	+ 0 18 7	2 14 42.95	9.037	+14 0 34 2	0.659	4	*q*	+4.86	+26.7	
Nov. 4	7 57 55	−4 15.34	+ 3 44 6	2 0 8.48	9n497	+13 11 1.2	0.705	4	382	+4.94	+28.1	11.8
12	8 7 53	−2 33.30	− 0 30.6	1 52 25.72	9n414	+12 43 28.8	0.695	2	372	+4 93	+28.7	
12	10 47 7	−2 39.54	− 0 45 5	1 52 19.48	8.603	+12 43 13.9	0.670	2	372	+4.93	+28.7	
17	10 42 37	+2 35.98	+ 1 52.9	1 48 10.44	8.881	+12 28 15.5	0.671	4	*r*	+4.89	+29.1	
Dec. 6	9 43 7	+2 6.04	+ 1 58.1	1 38 46.54	9.082	+11 59 50.6	0.683	4	365	+4.79	+29.1	12.7

(208)

Oct. 21	12 46 21	−0 48.14	+ 0 42.2	2 20 31.10	8.693	+15 25 17.7	0.637	6	393	+4.89	+26.5	12.5
24	16 3 52	+2 36.70	+15 37.3	2 17 51.48	9.579	+15 13 55.0	0.711	2	*s*	+4.91	+27.1	
	16 14 22	+2 24.03	−12 59.9					2	*t*	+4.91	+27.0	
Nov. 5	8 23 57	+4 7.73	+ 1 11.7	2 7 53.99	9n455	+14 28 38.9	0.684	4	381	+4.97	+28.2	
12	9 45 56	−2 24.19	+ 0 16.6	2 2 15.99	8n965	+14 1 28.6	0.659	4	385	+4.99	+28.2	

(102)

Nov. 8	10 21 56	−5 22.38	− 0 57.8	4 8 2.77	9n462	+24 11 32.5	0.564	4	410	+5.50	+16.1	12.0

(210)

Nov. 12	11 40 26	−1 35.99	− 0 2.0	2 19 37.18	8.952	+15 35 14 6	0.637	4	*u*	+5.08	+27.3	11.2
13	7 54 57	−2 20 32	− 1 37.4	2 18 52.86	9n476	+15 33 39.2	0.678	4	*u*	+5.08	+27.3	
21	14 19 58	+0 21.91	+ 0 30.2	2 12 14.79	9 586	+15 19 47.0	0.718	4	389	+5.34	+27.6	
Dec. 5	6 1 40	−3 13.41	+ 1 54.1	2 4 53.66	9n499	+15 8 33 1	0.687	4	388	+5.04	+28.1	12.2
6	5 58 57	−3 33.28	+ 1 52.1	2 4 33.78	9n496	+15 8 31.1	0.687	4	388	+5.03	+28.1	
11	9 52 45	−5 27.35	− 0.24.4	2 3 19.82	9.116	+15 10 7.2	0.646	4	*v*	+5.02	+28.0	12.4
16	6 6 57	−3 10 28	+ 0.17.5	2 2 55.39	9n386	+15 14 27.5	0.664	3	386	+4.98	+28.0	

(24)

Dec. 20	11 1 28	Meridianbeob.		4 57 55.55	— ∞	+23 32 23.3	0.503	—	—	—	—	—

Digitized by Google

(211)

Datum 1879	Mittl. Zt. Pola	Pl. — * $\alpha-\alpha'$	Pl. — * $\delta-\delta'$	app. α	l.f.p.	app. δ	l.f.p.	Anz. der Vrgl.	Stern	Reduction des Sterns		Gr.
Dec. 10	$11^h24^m29^s$	Meridianbeob.		$5^h\ 1^m37^s90$	$-\infty$	$+23°39'33''40$	0.501	—	—	—	—	10.5
12	7 58 1	-1^m54^s65	+ 2' 49''0	4 59 56.19	9n570	23 34 2.0	0.627	4	435	+6.06	+10.6	
16	9 15 14	−0 50.27	+ 0 20.5	4 56 17.12	9n360	23 21 50.2	0.550	4	431	+6.08	+11.2	
18	11 5 53	Meridianbeob.		4 54 28 54	$-\infty$	23 15 26.5	0.509	—	—	—	—	
20	10 56 21			4 52 47.72	$-\infty$	23 9 22.9	0.511	—	—	—	—	
31	6 16 6	−2 2.64	−14 33.7	4 44 55.55	9n576	22 37 37.2	0.642	2	422	+6.11	+12.8	11.8
	6 26 20	−4 1.15	+14 30.9					2	424	6.10	12.4	
1880	9 11 21	+2 1.36	+14 13.9	4 41 38.93	8n642	22 21 40.0	0.527	2	415	2.46	6.7	
Jan. 6	9 21 6	−5 2.70	−12 46.3					2	421	2.50	6.4	
	8 52 55	−0 27.22	− 1 19.2	4 39 10.42	8n483	22 6 11.6	0.533	4	415	2.44	6.7	
13	7 18 9	−3 14.86	− 1 59.9	4 39 23.56	8n892	21 42 24.7	0.542	4	417	2.30	6.3	
31	9 36 23	−3 30.64	− 2 14.5	4 42 27.99	9.376	21 38 57.6	0.581	4	420	2.22	6.0	
Febr. 8	8 55 40	−2 17.95	− 0 20.0	4 45 49.59	9.305	21 38 57.8	0.569	4	423	2.14	5.8	
14	7 23 16	−0 22.94	+16 13.6	4 56 51.40	9.090	21 44 38.7	0.548	2	w	1.96	5.0	12.2
28	7 33 26	−6 11.61	−14 19.4					2	x	2.01	5.0	
	7 37 0	−1 1.79	+14 0.1	4 59 45.23	9.225	+21 46 38.8	0.558	2	y	1.94	4.8	
März 2	7 49 21	−3 17.88	−12 23.4					2	x	+1.96	+ 4.9	

b) Meridianbeobachtungen.

Nr.	Grösse	α 1875.0	Präc.	δ 1875.0	Präc.	Epoche	
363	9.10	$1^h32^m35^s71$	$+3^s142$	+ 7°41' 17''3	+18''43	1879.93	
		35.71		16.2		97	
364	7	1 34 0.03	3.148	8 7 34.6	18.38	1880.02	
365	9	1 36 22.98	3.187	11 56 10.3	18.29	1879.97	
		22.95		10.3		1880.02	
366	8	1 37 9.55	3.158	8 56 23 4	18.27	1879.85	
		9.64		22 9		93	
367	9	1 41 56.82	3.167	9 27 40.8	18.09	93	
		56 85		39.2		97	
368	9	1 42 45.44	3 179	10 33 4 1	18.06	85	
		45.58		5.1		1880.02	
369	8	1 47 44 93	3.187	10 47 11.2	17.86	1879.84	
		44.98		10.8		85	
370	9	1 50 58.25	3.185	10 19 24.1	17.74	84	
		58.36		25.5		93	
371		1 53 35.75	3.204	11 45 58.7	17.61	85	
		35.76		58.1		1880.04	
372	10.11	1 54 41 31	3.218	12 42 21.1	17.58	1879.93	
		41.24		17.0		97	
		41.10		23.1		1880.03	
373		1 56 8 48	3.200	11 14 4.7	17.52	03	
374	9	1 56 36 25	3.199	11 3 3.8	17.50	1879.79	
375	9	1 57 11.86	3 216	12 26 28.9	17.48	84	
		11.81		28.3		1880.03	
376	9	1 57 48.79	3.213	12 8 23.4	17.45	1879.78	
		48.85		18.3		97	
		48.86		24.3		1880.03	
377		1 59 31.65	3 211	11 50 17 2	17.38	03	
378	7.8	1 59 45.26	3.224	12 51 52.9	17.36	04	
379	9	2 3 10.67	3 235	13 25 53.7	17.22	1879.79	
380	9	2 3 12.73	3.235	13 24 3.5	17 22	93	
381	8.9	2 3 28.30	3.248	14 25 50.2	17.20	85	
382	8 9	2 4 5.95	3.232	13 5 39.8	17.17	97	sequens
383	9.10	2 4 16.60	+3.241	+13 45 19 9	+17.16	78	
		16.72		22.2		1880.04	

Digitized by Google

Nr.	Grösse	α 1875.0	Präc.	δ 1875.0	Präc.	Epoche
384	10	2h 4m22s21	+3s249	+14°24′ 36″9	+17″16	1879.84
385		2 4 22.04	3.244	13 59 35.1	17.16	1880 03
		22 19		35.2		02
386	9	2 5 47.65	3.261	15 12 33.6	17.09	1879.97
387	9	2 7 22.64	3.248	14 3 49.1	17.02	78
388	10	2 7 48.92	3.282	15 5 3.2	17.00	93
		48.89		2.6		1880.03
389	9.10	2 11 34.39	3.284	15 17 43.1	16.83	1879.93
		34.41		40.6		97
390		2 14 57.01	3.270	14 56 47.0	16.66	97
		57.04		46.5		1880.02
391		2 18 38.74	3.261	13 58 43.5	16.48	02
392	10	2 20 21 79	3.267	14 12 59.4	16.40	1879 79
		21.81		58.5		97
393	10	2 21 1.25	3.284	15 23 2.6	16.36	84
		1.17		4.4		93
394	9.8	2 40 40.25	5.135	67 17 40.1	15.31	84
395	11	2 42 56.29	4.999	65 36 37.3	15.18	97
396	9	2 43 36.32	5.014	65 41 26.6	15 15	1880.02
397	8	2 45 51.37	5.230	67 40 4.5	15 02	1879.84
398	9.5	2 50 40.91	5.481	69 37 23.0	14.73	97
399	9	2 51 8.84	5.086	65 40 54.0	14.70	1880.02
400	9	2 52 49.51	5.495	69.21 52.3	14.68	1879.84
401	9	3 20 9.32	3.346	15 0 28.4	12.86	96
402	9	3 22 23.22	3.344	14 47 58.9	12.72	96
403	9.10	3 23 39.23	3.796	34 55 0.8	12.63	94
		39.20		0.6		96
404	11.10	3 27 52.06	3.556	24 41 5.9	12.34	94
		51.69		6.4		96
		51.81		10.1	12.13	97
405	9	3 30 48.42	3.560	24 39 49.1		96
		48.55		50.3		97
406		3 54 57.49	4.163	43 40 27.4	10.39	94
		57.45		29.0		96
407	8.9	3 57 11.61	3.629	25 51 17.9	10.22	97
		11.51		18.7		1880.03
408	8	3 58 29.79	3.631	25 52 14.3	10.12	1879.97
		29.67		13.1		1880.03
409	9	4 3 2.48	3.612	25 1 58.9	10.00	1879.97
		2.49		56.3		1880.03
410	9.5	4 13 5.16	3 608	24 11 38.7	9.00	1879.97
		5.29		37.7		1880.03
411		4 15 57.29	3.609	24 6 42.0	8.77	1879.97
		57.27				1880.03
412		4 16 27.71	3.607	24 0 27.4	8.73	1879.97
		27.59		25.7		1880.03
413		4 20 48.12	3 608	23 50 12.7	8.39	1879 97
		47.94		10.6		1880.03
414	9.10	4 35 15.09	3.584	22 21 52.3	7 24	10
		15.06				10
415	9	4 39 17 28	3.581	22 6 49.5	6 92	04
		17.32		49.6		10
416	9	4 39 25.17	3.584	22 12 10.2	6.90	05
		25.26		10.5		10
417	8.9	4 42 18.27	+3.574	+21 43 45.1	+ 6.66	10
		18.22		45.1		1880.10

Digitized by Google

Nr.	Grösse	α 1875.0	Präc.	δ 1875.0	Präc.	Epoche	
418	9	4h43m 2s46	+3s588	+22°15′ 9″1	+ 6″60	1880.04	
		2.38		11.2		05	
419	9	4 45 34.53	3.584	22 1 39.3	6.39	04	
		34.59		39.8		05	
420	9	4 45 38.54	3.575	21 40 44 3	6.39	10	
421	9	4 46 21.04	3.598	22 33 43.8	6.33	05	
422		4 46 37.85	3.607	22 51 28.8	6.33	10	
		38.04		29.7		12	
423		4 47 47.52	3.576	21 38 41.1	6.21	10	
424	9	4 48 35.98	3.596	22 22 33.2	6.14	04	
425	8	4 49 2.39	3.615	23 5 51.8	6.10	05	
426	9.10	4 50 22.87	3.577	21 37 46.5	5.99	10	
		22.86		46.6		10	
427	9	4 52 50.40	3.583	21 47 6.0	5.79	10	
		50.63		4.3		10	
		50.71		2.6		12	
428	9.10	4 53 16.58	3.620	23 8 48.0	5.75	05	
429	8	4 53 34.49	3.622	23 15 3.7	5.73	1879.96	
430	9.10	4 56 29.94	3.583	21 41 5.9	5.48	1880.04	
431	8	4 56 46.83	3.627	23 20 59.6	5.46	1879.96	Gew. ½
		46.79		55.2		1880.05	
432	7.8	4 57 20 52	3.629	23 23 30.5	5.41	04	
433	8	4 57 37.13	3.635	23 37 20.7	5.39	1879.94	
434	8.9	5 0 54.24	3.590	21 52 19.8	5.11	1880.10	
		54.29		19.3		12	
435	9	5 1 30.17	3.635	23 30 41.9	5.06	1879.96	
		30.31		42.5		97	
436	9.5	5 20 58.73	3.991	34 55 50.2	+ 3.40	1880.10	
437	9.5	6 10 21.52	5.306	59 8 54.7	— 0.94	1879.94	
		21.32		56.1		96	
438	9	6 22 55.57	5.303	59 12 55.8	2.03	94	
		55.59		54.2		96	
439	10.11	12 29 45.07	2.946	36 40 36.7	19.89	98	
440	9	12 38 48.70	2.913	+34 54 13.7	—19.76	98	
441	7	21 36 15.16	3.280	—14 58 13.4	+16.25	82	
442	9	21 36 39.17	3.256	13 19 37.2	16.27	75	
443	7	21 39 32.05	3.251	13 10 24.9	16.41	75	
444	9	21 40 21.78	3 279	15 15 36.3	16.44	82	
445	9	21 46 9.58	3.248	13 33 44 5	16.74	75	
446	9	21 46 34.36	3.264	14 46 38.5	16.76	82	
447	10	21 50 51.63	3.224	12 8 35.8	16.95	1878.89	
448	9	21 51 12.06	3.242	13 30 59.2	16.97	86	
449	9	21 52 33.45	3.241	13 33 44.3	17.04	86	
450	9	21 53 37.94	3.227	12 35 29.2	17.08	89	
451	9	21 53 45.81	3.239	13 31 58.1	17.09	86	
452	8	21 54 20.79	3.239	13 37 21.7	17.12	86	
453	9	21 55 27.43	3.202	10 47 33.8	17.17	1879.75	
		27.45		34.2		82	
454	9	21 56 17.84	3.239	13 44 52.1	17.21	1878 86	
455	10	21 57 58.60	3.199	10 45 22.3	17.28	1879.75	
		58.62		20.6		82	
456	9	21 58 5.09	3.288	13 3 52 2	17.29	1878.89	
457	9	21 58 11.56	3.235	13 35 50.8	17.29	84	
458	9.10	21 59 40.58	3.228	13 11 40.2	17 36	84	
459	9	22 0 23.88	3.207	11 34 56.1	17.39	89	sequens
460	8	22 1 8.15	+3.238	—14 11 30.7	+17.42	1878.84	

Digitized by Google

Nr.	Grösse	α 1875..	Präc.	δ 1875.0	Präc.	Epoche	
461	9.8	22h 2m28s35	+3s200	−11° 8′ 11″3	+17″48	1878.89	
462	9	22 3 0.56	3.230	13 44 39.0	17.50	84	
463	8	22 3 51.66	3.202	11 26 5.1	17.54	89	
464	9	22 4 41.52	3.229	13 50 22.1	17.57	84	
465	10	22 5 2.30	3.172	8 58 48.9	17.59	1879.62	
		2.15		51.8		75	
		2.19		52.6		82	
466	9	22 5 36.97	3.203	11 40 52.5	17.57	1878.89	röthlich
467	9.8	22 6 18.49	3.225	13 38 25.7	17.64	86	
468	9	22 6 39.35	3.225	13 37 40.6	17.65	86	
469	8.9	22 6 45.31	3.212	13 32 32.8	17.66	89	
470	9	22 8 35 24	3.219	13 21 38.1	17.73	86	
471	9	22 8 58.29	3.170	9 1 4.9	17.75	1879 82	
472	9	22 9 49.99	3.195	11 22 55.3	17.78	1878 89	
473	9	22 10 8.59	3.220	13 38 30.1	17.79	86	
474	9	22 11 55 10	3.219	12 43 0.1	17.86	86	
		55.09		0.9		89	
475	9.10	22 13 32.47	3.209	12 37 25.5	17.93	86	
476	9	22 13 36.44	3.204	12 32 31.5	17.94	89	
477	9	22 14 0.67	3.205	12 39 41.2	17.95	86	
478	9.10	22 16 47.17	3.199	12 23 13.5	18.01	89	
		47.26		15.4		1879.75	
479	8	22 18 3.30	3.210	13 35 21.1	18.10	1878.86	
480	9	22 18 26.75	3.210	13 38 6.2	18.11	86	
481	9	22 19 10.63	3.193	12 6 11.9	18.15	89	
482	9	22 20 10 72	3.190	11 59 4.7	18.19	89	
483	9	22 20 34.55	3.202	13 6 33.2	18.20	86	
484	9	22 21 53.13	+3.189	−11 59 45 7	+18.25	1878.89	

Von den Refraktorbeobachtungen sind die Beobachtungen des Cometen 1879 e Swift sowie die Beobachtung des Planeten (201) August 21 durch meinen Bruder Alois Palisa ausgeführt. Die in der Rubrik Vergleichstern angeführten Zahlen beziehen sich auf das nachfolgende Sternverzeichniss, dessen Numerirung an A. N 95.296 anschliesst. Die übrigen Sterne wurden mit Bezug auf den Anfang des Beobachtungsjahres folgendermassen angenommen.

	α	δ	
a	2h45m48s61	+65°18′48″0	(Gr. 570 + Radcl. 814)½
b	22 3 6.25	− 9 23 34.3	(A. N. 35.255 + 81.176 + Kr. Mb.)½
c	21 46 22.60	−13 32 35.6	(Sj. 8891 + Pol. Mb. 445)½
d	21 39 12.22	−13 53 46.3	(Sj. 8829 + Sant. 2030 + Kr. Mb.)½
e	21 36 28.26	−14 57 7.6	(Kr. Mb. + Pol. Mb. 441)½
f	21 59 56.38	−14 40 31.3	(Weisse 1354 + Kr. Mb.)½
g	22 41 2.43	−19 47 53.9	Kr. Mb.
h	23 7 25.10	− 9 26 56.3	Kr. Mb.
i	23 11 27.37	− 9 0 38.0	Kr. Mb.
k	0 4 44.96	− 2 44 49.2	Kr. Mb.
l	1 56 49.06	+11 4 14 3	(Kr. Mb. + Pol. Mb. 374)½
m	1 34 12.60	+ 8 8 47.4	(Kr. Mb. + Pol. Mb. 364)½
n	1 39 0.30	+ 8 32 53.0	ο Piscium
o	2 3 23.64	+13 27 2 7	(Kr. Mb. + Pol. Mb. 379)½
p	1 59 58.13	+12 53 2.3	(Kr. Mb. + Pol. Mb. 378)½

Digitized by Google

	α	δ	
q	$2^h18^m51^s.76$	$+13°59'48''.8$	(A. N. 92.245 + Pol. Mb. 391)½
r	1 44 39 57	+12 25 53.5	A. N. 81 69
s	2 15 10.09	+14 57 53.3	(Kr. Mb. + 2 Pol Mb. 390)½
t	2 15 22.33	+15 26 25.3	A. N. 81 69
u	2 21 8.09	+15 34 49.3	A. N. 86.85
v	2 8 42.15	+15 10 3.6	(Sev. Y. C. 144 + N. Sev. Y. C. 298)½
w	4 57 12.08	+21 28 22.4	(A. N. 45 244 + Y. 2136)½
x	5 3 1.30	+21 58 20.8	Weisse 1460
y	5 0 44.94	+21 32 40.4	(N. Sev. Y. C. 645 + Nine Y. C. 475)½

c) Veränderliche Sterne.

Den in Band 93 pag. 202 als neu unter der Bezeichnung *T* Librae angeführten Stern habe ich am 17. und 21. Februar und 19. April 1879 nachgesehen und nicht vorgefunden. Dagegen war er 1880 13. März 12.5 Grösse, gleich den beiden vorangehenden Sternchen, 31. März und 10. April 10.5 Grösse, gleich dem nachfolgenden Stern. Die Beobachtungen habe ich wegen einer Reise abbrechen müssen. Es geht somit, vorausgesetzt dass das Maximum der Helligkeit nicht längere Zeit anhält, aus der Verbindung mit den 1878 angestellten Beobachtungen hervor, dass die Periode des Lichtwechsels einen Zeitraum von 47 Monaten oder einen aliquoten Theil von 47 Monaten umfasst.

Beim Vergleich der neuen Pariser Sternkarte Nr. 43 am 2. April 1880 vermisste ich den daselbst als 9^m angeführten Stern $14^h3^m35^s$ —12°44' und konnte schliesslich nur mit der grössten Anstrengung an der bezeichneten Stelle ein Sternchen 12.5 bis 13 Grösse bemerken. Am 10. April war indess der Stern bereits 11^m oder heller.

Auch die Beobachtung dieses Sterns musste abgebrochen werden.

d) Bemerkungen und Berichtigungen.

Ausser den in Band 91 pag. 217 angeführten Sternen vermisste ich noch folgende Sterne der Bonner Durchmusterung

+ 13° 700 + 13 703	13. December 1879
+ 15 376 + 15 379	7. November 1877
+ 15 1648	16. Januar 1879
+ 18 1853	13. Januar 1880
+ 36 2287	December 1879

Ferner ist + 0°4516 um + 10″ und + 26°1184 um — 30″ zu korrigiren. Bei + 23°624 ist statt 11.7, 31.7 zu lesen 21.1, 28.8; + 7°558 und 561 müssen die Deklinationen vertauscht werden.

Bei + 18°2040 ist das *B* zu streichen und zu + 10°382 und 384 das *R* hinzuzusetzen.

In den Lamont'schen Katalogen sind folgende Korrektnren anzubringen:

In dem Kataloge zwischen +3° und —3° Nr. 8838, 8900, 8972 und 9103 existiren so nicht.

9129 ist um +1m und 9153 um +50s zu korrigiren, 3662 um +11s und 3663 um —10′ korrigirt, sind identisch. 8880 ist vielleicht mit 8875 identisch. 8901 und 8902 sind identisch. Ebenso nach entsprechender Korrektur 8954, 8970, 9165 mit 8950, 8964, 9166.

In dem Kataloge —3° bis —9° ist die Declination von 4709 8° statt 7°.

In dem Kataloge —9° bis —15°ist 1276 und 1412 zu streichen und 1251 um +1m zu korrigiren. Endlich in dem Katalogo —15° bis —21° ist 239 um +10′ zu korrigiren und 242 in AR. 4.03 zu schreiben.

In dem Kataloge von Yarnall II. Edition ist 848 zu streichen, bei 959 die Declination gefuhlt und 1342 in AR. um +1m zu korrigiren.

In den A. N. Bd. 95. Pag. 291 ist die Declinationsdifferenz von (192) März 14. +1′43″7 statt — 1′43″7; ferner die Declinationssekunden von (197) Mai 21. und 29. 55″1 und 47″0. Pag. 294 Zeile 7 v. ob. ist 381 statt 281 und Zeile 14 48 Leonis statt 40 Leonis zu setzen. Auf pag. 295 ist der Stern 360 zu streichen.

Pola, Anfang Mai 1880.

J. Palisa.

Digitized by Google

Beobachtungen des Cometen b 1880 (Schäberle)

am 9zölligen Refractor der Marine-Sternwarte zu Nicolaiew.

1880	Nic. M. Z.	Corrigirt für Refr.	Zahl der Beob.	α	l. f. p	δ	l. f. p.	Stern.	
April 27	11h 9m39s	— 0m39s38	— 3′ 47″3	6 : 3	6h14m38s22	0.031	+69°22′ 6″2	0.624	a	
30	9 52 5	— 1 13.97	+ 7 16 4	12 : 6	14 52.13	0.022	67 30 24.8	0.450	b	
Mai 5	9 55 22	— 2 47.29	+ 0 5.8	14 : 7	16 2.43	9.966	64 31 22.3	0.560	c	
6	10 31 41	—10 7.31	— 0 33.7	12 : 4	16 22.83	9.938	63 56 22.7	0.663	d	
14	11 38 13	+ 5 54.35	— 6 38.7	6 : 2	19 46.85	9.768	59 38 54.4	0.832	e	Wolken
28	11 25 7	— 4 10.14	— 12 37.6	6 : 3	27 13 26	9.624	53 17 41.8	0.882	f	
Jun. 7	11 11 58	— 1 13.19	— 6 2.2	16 : 8	32 53.77	9.534	49 24 59.2	0.904	g	Äusserst schwach
8	11 4 18	+ 1 52.72	— 4 42.0	10 : 5	33 28.37	9.543	49 3 22.0	0.902	h	ld.

Angenommene Oerter der Vergleichsterne.

	α 1880	Red.	δ 1880 0	Red.						
a	6h15m15s55	+2s05	+69°25′40″3	+13″2	Bonn. Beob.	I	Zone	91	Nr.	60
b	16 4.15	1.95	67 22 56.1	+12 3	„ „	„	„	„	„	62
c	18 47.92	1.80	64 31 5.5	+11.0	„ „	VI	+ 64°587			
d	26 28.31	1.83	63 56 45.7	+10.7	„ „	I	Zone	175	Nr.	40
e	13 50.90	1.60	59 45 24.7	+ 8.4	„ „	„	„	65	„	70
f	31 21.81	1 59	53 30 14.5	+ 4 9	„ „	„	„	169	„	14
g	34 5.39	1.57	49 30 58.7	+ 2.7	„ „	„	„	76	„	113
h	31 34.08	+1.57	+49 8 1 5	+ 2 5	„ „	„	„	„	„	110

Nicolaiew, 1880 Juli 6. *J. Kortazzi.*

Schreiben des Herrn Dr. O. Lohse an den Herausgeber.

Der rothe Fleck auf dem Jupiter, der voriges Jahr die Aufmerksamkeit der Beobachter in hohem Grade erregte, ist noch immer vorhanden, und allem Anscheine nach wenig oder gar nicht verändert. Die rothe Färbung übertrifft an Intensität wesentlich diejenige der aequatorialen Zone. Ich gebe im Folgenden drei Beobachtungen, aus denen sich mit Zugrundelegung der von H. Pratt an diesem Streifen gefundenen Rotationszeit von 9h9261 die demnächstigen Erscheinungen, welche in den ersten Morgenstunden beobachtet werden können, mit Leichtigkeit berechnen lassen.

Die Zeitangaben beziehen sich auf den Durchgang der Mitte des Flecks durch die polare Mittellinie der erleuchteten Planetenscheibe.

1880 Juni 20. 15h26m1 m. Zt. Berlin. Luft 2—3
Juli 2. 15 16 9 „ „ „ 3
Juli 9. 16 3.4 „ „ „ 1

Der Luftzustand ist nach 4 Stufen bemessen, er war bei der letzten Beobachtung am 9. Juli besonders günstig.

Potsdam, den 14 Juli 1880. *O. Lohse.*

Berichtigungen.

A. N. Nr. 2319 pag. 225 Zeile 16 von unten statt zusammenfallende lies zusammenfallende.
„ „ „ 1 von unten statt Uk^2 lies Uk.
„ 226 „ 2 von unten statt $+\frac{1}{2}$ lies $-\frac{1}{2}$.
„ 228 „ 12 von oben ist am Schlusse der Zeile das Wort „der“ zu tilgen.
„ 230 „ 12 von oben statt zweiter lies zweite.
„ 231 „ 1 von unten statt $\left(\frac{p}{k\cos\varphi^2}\right)$ lies $\left(\frac{p}{k\cos\varphi}\right)^2$
„ 232 „ 18 von unten statt bedarf, lies bedürfen.
„ 234 „ 11 von unten statt e lies b.

Kiel Juli 22 1880. Druck von C. F. Mohr.

Digitized by Google

Astronomische Nachrichten.

Expedition auf der Königlichen Sternwarte bei Kiel.

Herausgeber: Dr. C. F. W. Peters.

Band 97. **Nr. 2326.** 22.

Elemente und Ephemeride des Winnecke'schen Kometen (III. 1819).

Aus der Verbindung von 3 Erscheinungen des Winnecke'schen Kometen (Perihel 1858, 1869 und 1875) habe ich mit Rücksicht auf die Störungen durch Jupiter und Saturn die folgenden 3 Systeme abgeleitet:

Epoche	1858 Mai 1.0 m. Berl. Zt.	1869 Juni 30.0 m. Berl. Zt.	1875 März 11.0 m. Berl. Zt.
Osculat.	1858 „ 2.075	1869 „ 29.979	1875 „ 11.0
mittl. Aeq.:	1858.0	1869.0	1880.0
M	359°48′ 33″1	0° 0′ 13″9	359°48′ 15″1
π	275 38 52.1	275 55 7.2	276 42 0.5
Ω	113 31 48.6	113 32 38.2	111 33 31.7
i	10 48 9.1	10 48 18.4	11 17 1.8
φ	49 0 42.1	48 45 17.7	47 49 2.3
μ	638″72505	634″67033	619″63656

und ausserdem angenommen, dass, wenn t die seit der Osculationsepoche verflossene Zeit in mittleren Sonnentagen darstellt, ein Widerstand leistendes Medium die folgenden Störungen hervorbringt:

in der mittl. Länge $+ 0''0000036475\ t^2$

„ „ „ Bewegung $+ 0.0000072950\ t$

„ dem Excentricitätswinkel $- 0''0005500\ t$

Diese eben angeführten Werthe sind noch höchst unsicher, da dieselben im vorliegenden Falle ganz wesentlich Funktionen der Jupitermasse sind, die bei den vorliegenden Störungsrechnungen mit 1 : 1049 angenommen wurde; dieselben werden nahezu verschwindend klein, wenn man die Jupitermasse mit 1 : 1050.8 annehmen wollte, nehmen aber nahezu die anderthalbfachen Beträge der obigen Werthe an durch Einführung der Bessel'schen Jupitermasse. Die Darstellung der zu Grunde gelegten Normalorte, die übrigens selbst für die Erscheinung 1869 nur vorläufig gebildet und mehrfachen Unsicherheiten unterworfen sind, findet sich wie folgt:

		$d\alpha \cos\delta =$	$d\delta =$
1858 März	17	+ 1″	+ 2″
April	2	+ 4	+ 5
„	18	+ 7	+ 2
Juni	12	0	+ 5
1869 April	14	+ 4	+ 10
Mai	15	+ 14	+ 3
Juni	12	+ 2	+ 3
Aug.	13	+ 2	— 6
Sept.	9	— 6	— 1
Oct.	12	— 5	+ 1
1875 Febr.	9	+ 2″	— 4″

Herr A. Palisa hat die Störungen durch Jupiter und Saturn (erste Potenz) ermittelt, welche seit dem Jahre 1875 auf den Kometen eingewirkt haben und findet darnach die folgenden Elemente für die bevorstehende Erscheinung, an welche bereits der oben angegebene störende Einfluss des Widerstandes angebracht ist:

Epoche 1880 Dec. 4.0 mittl. Berl. Zt.

Oscul. 1880 Dec. 1.667

mittl. Aeq. 1880.0

$M = 359°56′\ 8″0$

$\pi = 276\ 43\ 21.7$

$\Omega = 111\ 31\ 4.9$

$i = 11\ 16\ 56.6$

$\varphi = 47\ 46\ 59.5$

$\mu = 619″26872$

Da die Peribelzeit für diese Erscheinung auf den 4. December fällt, so gestalten sich die Sichtbarkeitsverhältnisse ausserordentlich ungünstig; um den scheinbaren Verlauf und die Sichtbarkeitsverhältnisse übersehen zu können, habe ich Herrn A. Palisa aufgefordert, die weiter unten folgende genäherte Ephemeride abzuleiten; zu dieser Ephemeride habe ich einige zusätzliche Bemerkungen zu machen. Dieselbe gibt in der ersten Kolumne das Datum, in der zweiten und dritten Kolumne die scheinbare Rectascension und Declination, in der vierten den Logarithmus der geocentrischen Distanz (ϱ). Die fünfte Kolumne gibt die für die Beobachtung günstigste geographische Breite φ an; allerdings lässt sich die Günstigkeit verschieden definiren; für jene Fälle, die einer näheren Untersuchung bedürfen, dürfte

Digitized by Google

die Annahme erlaubt sein, dass jene geographischen Breiten die besten Sichtbarkeitsverhältnisse darbieten, für welche im Verlaufe eines Tages der den Kometenort und Sonnenort verbindende Abschnitt eines grössten Kreises, der stets kleiner als 180° gedacht wird, auf dem Horizonte vertikal steht und von diesem halbirt wird, so zwar, dass die Sonne gerade so viel unter dem Horizont zu stehen kommt als der Komet über demselben steht. Bezeichnet man mit Δ den scheinbaren Abstand des Kometen von der Sonne, mit δ die Declination des Kometen, mit δ' die der Sonne, so findet sich die für die Beobachtung günstigste Breite der obigen Definition gemäss:

$$\sin\varphi = \frac{\sin\frac{1}{2}(\delta-\delta')}{\sin\frac{1}{2}\Delta}\cos\frac{1}{2}(\delta+\delta');$$

$\frac{1}{2}\Delta$ wird der gemachten Voraussetzung nach die Höhe des Kometen über dem Horizonte sein, während die Sonne um den gleichen Betrag unter demselben steht. Die 6. Kolumne gibt $\frac{1}{2}\Delta$ an. Die 7. Kolumne endlich enthält den Werth des Ausdruckes $\frac{1}{r^2\varrho^2}$, wo r der Radius vector, ϱ die geocentrische Distanz darstellt; diese Zahlen erlauben einen wenn auch nicht völlig sicheren Schluss auf die zu erwartende Helligkeit des Kometen zu machen; es mag zur Beurtheilung dieser Zahlen erwähnt werden, dass der Komet im Jahre 1858, als Moesta die Beobachtungen im Juni aufgab, die Helligkeit 0.4 hatte, im Jahre 1869 war die Helligkeit bei der Auffindung durch Winnecke etwa 1.0, im October wurden die Beobachtungen geschlossen, als dieser Ausdruck den Werth 0.5 annahm, im Jahre 1875 wurde der Komet bei einer Helligkeit von 0.6 beobachtet und war selbst bei Anwendung mässigerer Fernröhre (6 Zoll Objectivöffnung) leicht sichtbar. Es dürfte daher der Schluss erlaubt sein, dass wohl kaum berechtigte Aussicht auf die Auffindung des Kometen selbst für die grössten Fernröhre vorhanden ist, wenn die Helligkeit unter 0.2 sinkt, auch dann wenn sonst keine störenden Einflüsse (Dämmerung, niedriger Stand, Mondete. etc.) vorhanden sind.

0^h Berl. Zeit	α	δ	$\log\varrho$	φ	$\frac{1}{2}\Delta$	$\frac{1}{r^2\varrho^2}$
1880						
Aug. 18	166°45	+12°41	0.428	− 1°	9°1	0.05
Sept. 13	175 43	+ 8 56	0.406	+ 7	6.5	0.06
19	185 50	+ 4 31	0.379	+15	4.6	0.09
Oct. 5	197 28	− 0 39	0.348	+36	3.7	0.13
21	211 5	− 6 30	0 315	+43	3.2	0.20

0^h Berl. Zeit	α	δ	$\log\varrho$	φ	$\frac{1}{2}\Delta$	$\frac{1}{r^2\varrho^2}$
1880						
Nov. 6	227°19'	−12°46'	0.284	+32°	3°1	0.30
22	246 39	−18 37	0.260	+11	4.0	0.42
Dec. 8	268 45	−22 40	0.248	+ 1	6.0	0.46
24	291 49	−23 38	0.251	− 1	8.5	0.40
1881						
Jan. 9	313 17	−21 28	0.270	+ 2	10.3	0.30
25	331 37	−17 20	0.301	+ 4	11.2	0.19
Febr. 10	346 47	−12 29	0.339	+ 4	11.0	0.12
26	359 24	− 7 43	0.377	+ 2	9.7	0.08
März 14	10 11	− 3 24	0.414	− 4	7.8	0.05

Mit Rücksicht auf die oben gemachten Bemerkungen dürfte demnach der Zeitraum zwischen dem 24. Decbr. 1880 und 25. Januar 1881 einen kaum berechtigten Hoffnungsschimmer bieten, den Kometen beobachten zu können; Madras würde relativ die günstigsten Verhältnisse haben, doch dürfte die optische Kraft der dortigen Instrumente kaum ausreichend sein; vielleicht dass es dem mächtigen Washingtoner Refractor gelingen möchte, den Kometen zu erreichen; beachtet man aber die ausserordentliche Lichtschwäche des Kometen, und überdies, dass er tief am Abendhimmel steht, an dem noch die Dämmerung sehr merklich sein wird, dass der Mond ebenfalls theilweise störend einwirken wird, so wird man kaum einen günstigen Erfolg erhoffen dürfen; um nichts aber meinerseits zu verabsäumen, habe ich für den oben erwähnten Zeitraum durch Herrn A. Palisa eine strenge Ephemeride berechnen lassen, die den Kometenort auf ein bis zwei Bogenminuten darstellen wird. Bei der Genauigkeit der Orte dieser Ephemeride erschien es wohl nicht nöthig, die durch eine veränderte Perihelzeit in den geocentrischen Orten bedingten Variationen anzugeben.

Digitized by Google

12h m. Berl. Zt.		α	$\Delta\alpha$	δ	$\Delta\delta$	log ϱ
1880 Dec.	19	19h 1m33s.21	+ 5m45s.17	−23°42′ 5″.2	− 25″.2	0.24845
	20	19 7 18.38	+ 5 44.11	−23 42 30.4	+ 22.3	0.24891
	21	19 13 2.49	+ 5 42.87	−23 42 8.1	+ 1′ 9.4	0.24943
	22	19 18 45.36	+ 5 41.49	−23 40 58.7	+ 1 55.9	0.25001
	23	19 24 26.85	+ 5 39.95	−23 39 2.8	+ 2 41.9	0.25066
	24	19 30 6.80	+ 5 38.27	−23 36 20.9	+ 3 27.2	0.25137
	25	19 35 45.07	+ 5 36.46	−23 32 53.7	+ 4 11.6	0.25215
	26	19 41 21.53	+ 5 34.52	−23 28 42.1	+ 4 55.2	0.25299
	27	19 46 56.05	+ 5 32.45	−23 23 46.9	+ 5 38.0	0.25390
	28	19 52 28.50	+ 5 30.26	−23 18 8.9	+ 6 19.6	0.25487
	29	19 57 58.76	+ 5 27.95	−23 11 49.3	+ 7 0.3	0.25589
	30	20 3 26.71	+ 5 25.54	−23 4 49.0	+ 7 40.0	0.25697
	31	20 8 52.25	+ 5 23.02	−22 57 9.0	+ 8 18.5	0.25812
1881 Jan.	1	20 14 15.27	+ 5 20.41	−22 48 50.5	+ 8 55.7	0.25933
	2	20 19 35.68	+ 5 17.71	−22 39 54.8	+ 9 31.8	0.26059
	3	20 24 53.39	+ 5 14.94	−22 30 23.0	+10 6.7	0.26191
	4	20 30 8.33	+ 5 12.08	−22 20 16.3	+10 40.2	0.26328
	5	20 35 20.41	+ 5 9.17	−22 9 36.1	+11 12.5	0.26470
	6	20 40 29.58	+ 5 6.20	−21 58 23.6	+11 43.5	0.26618
	7	20 45 35.78	+ 5 3.19	−21 46 40.1	+12 13.2	0.26771
	8	20 50 38.97	+ 5 0.12	−21 34 26.9	+12 41.7	0.26929
	9	20 55 39.09	+ 4 57.02	−21 21 45.2	+13 8.8	0.27092
	10	21 0 36.11	+ 4 53.89	−21 8 36.4	+13 34.6	0.27259
	11	21 5 30.00	+ 4 50.75	−20 55 1.8	+13 59.2	0.27431
	12	21 10 20.75	+ 4 47.58	−20 41 2.6	+14 22.4	0.27608
	13	21 15 8.33	+ 4 44.39	−20 26 40.2	+14 44.4	0.27789
	14	21 19 52.72	+ 4 41.20	−20 11 55.8	+15 5.3	0.27975
	15	21 24 33.92	+ 4 38.03	−19 56 50.5	+15 24.8	0.28165
	16	21 29 11.95	+ 4 34.84	−19 41 25.7	+15 43.3	0.28357
	17	21 33 46.79	+ 4 31.66	−19 25 42.4	+16 0.5	0.28553
	18	21 38 18.45	+ 4 28.50	−19 9 41.9	+16 16.6	0.28754
	19	21 42 46.95	+ 4 25.35	−18 53 25.3	+16 31.6	0.28957
	20	21 47 12.30	+ 4 22.22	−18 36 53.7	+16 45 5	0.29164
	21	21 51 34.52	+ 4 19.10	−18 20 8.2	+16 58.3	0.29374
	22	21 55 53.62	+ 4 16.01	−18 3 9 9	+17 10.1	0.29588
	23	22 0 9.63	+ 4 12.95	−17 45 59.8	+17 21.0	0.29804
	24	22 4 22.58		−17 28 38.8		0.30022

Die im Jahre 1886 eintretende Erscheinung des Kometen wird verhältnissmässig günstige Sichtbarkeitsverhältnisse darbieten, so dass seine Auffindung in derselben ohne Zweifel gelingen wird.

Wien, 23. Juni 1880. *v. Oppolzer.*

Digitized by Google

Bahnbestimmung des grossen Cometen 1880 *a*.

Von dem grossen Südcometen sind bis jetzt nur 21 reduzirte Beobachtungen bekannt, von denen 11 in Cordoba, und 10 in Melbourne gemacht worden sind. Für einige Bestimmungen in Cordoba fehlen die Vergleichsterne, und nach eingezogenen Erkundigungen werden auch die übrigen angekündigten Beobachtungen vom Cap und von Sidney vor der Hand noch nicht in die Oeffentlichkeit gelangen können. Da nun diese fehlenden Beobachtungen nicht sehr zahlreich sind und überhaupt wegen der ungünstigen Stellung des Cometen, welche seine Beobachtungen mit besonders grossen Fehlern behaften kann, eine besonders genaue Bahnbestimmung nicht thunlich ist, so hielt ich es für eine nicht ganz unnütze Arbeit schon jetzt aus dem vorhandenen zwar dürftigen Material eine möglichst gute Bahn abzuleiten.

Zu diesem Ende wurde zunächst nach der in Nr. 2316 dieser Blätter von mir gegebenen elliptischen Bahn, welche aus drei einzelnen Beobachtungen gefolgert ist, eine Ephemeride angefertigt. Diese Rechnung ist von Herrn stud. von Rebeur-Paschwitz sehr sorgfältig ausgeführt und ergiebt folgende Abweichungen:

Nr.	Zeit	Ort	Geoc. α	Geoc. δ	Rechn. — Beob. x	Rechn. — Beob. y
1	1880 Febr. 6	Cordoba	22h58m33s78	−32°56′ 1″9	− 0s09	+ 0″4
2	9	Melbourne	23 41 7.63	33 43 50.0	− 0.36	+ 0.6
3	9	„	23 41.23.10	33 44 7.5	+ 0.02	+ 12.3
4	9	Cordoba	23 50 55.21	33 45 48.7	+ 0.43	+ 2.3
5	10	Melbourne	23 57 56.67	33 45 13.8	+ 0.23	+ 5.8
6	10	„	23 58 23.86	33 45 5.8	+ 0.12	+ 3.7
7	12	Cordoba	0 39 51.87	33 6 19.7	+ 1.07	+ 5.4
8	12	„	0 40 15.78	33 5 18.2	+ 0.91	− 17.0
9	14	Melbourne	1 2 6.47	32 21 14.4	− 0.29	+ 1.7
10	14	Cordoba	1 9 22.61	32 2 51.9	+ 1.99	+ 11.7
11	14	„	1 9 45.19	32 1 53.5	+ 1.26	+ 11.6
12	15	Melbourne	1 15 23.40	31 46 32.7	+ 0.18	+ 27.0
13	15	Cordoba	1 22 58.88	31 23 22.8	+ 1.35	+ 15.4
14	15	„	1 23 21.27	31 22 9.2	+ 1.41	+ 8.2
15	16	Melbourne	1 28 24.68	31 5 43.2	+ 1.93	+ 8.1
16	16	„	1 29 6.16	31 3 29.4	+ 1.03	+ 11.2
17	17	„	1 41 10.27	30 21 49.6	− 3.42	+ 84.7
18	17	„	1 41 32.10	30 20 41.0	− 2.99	+100.6
19	17	Cordoba	1 47 44.63	29 54 36.1	+ 1.11	+ 20.7
20	18	„	1 58 55.90	29 7 16.2	+ 1.09	+ 13.5
21	1880 Febr. 19	„	2 9 35.10	−28 17 48.5	− 0.24	+ 0.5

Die Cordoba'er Beobachtungen sind den A. N. Nr. 2308, die von Melbourne den Monthly Notices vom April entnommen. Bei der zweiten Beobachtung vom 12. in Cordoba ist offenbar die Declination falsch und die beiden Melbourner Beobachtungen vom 17. sind bereits in der Originalabhandlung mit dem Zusatze „measures little better than guesswork" versehen. Der für beide Beobachtungen benutzte Vergleichstern ist Lacaille 522; sein Ort wird wahrscheinlich vom angenommenen beträchtlich abweichen. Die genannten Beobachtungen sind ausgeschlossen. Die aus den übrigen Abweichungen nach der Methode der kleinsten Quadrate folgenden drei Normalorte sind:

Febr. 6.571307	$\alpha_{,}$ = 344°38′ 3″8	$\delta_{,}$ = − 32°56′ 11″1
„ 12.561340	$\alpha_{,,}$ = 9 57 39.2	$\delta_{,,}$ = − 33 6 31.2
„ 19.586268	$\alpha_{,,,}$ = 32 23 14.8	$\delta_{,,,}$ = − 28 18 5.5

Digitized by Google

Die Zeiten beziehen sich auf den Meridian von Berlin und sind für Aberration corrigirt; die Orte gelten für den Anfang des Jahres. Aus diesen Orten und einer Halbaxe von 11.08653 rechnete ich nun unter Annahme zweier verschiedenen Verhältnisse der Distanzen zwei elliptische Bahnen, deren Abweichungen vom mittleren Orte ich benützte, um ein definitives M abzuleiten, indem ich den übrig bleibenden Fehlern $d\lambda_{,,}$, $d\beta_{,,}$ und $\Delta\lambda_{,,}$ $\Delta\beta_{,,}$ in beiden Polarcoordinaten dasselbe Gewicht beilegte. Ich setzte nämlich nach Oppolzer:

$$x = \frac{d\lambda_{,,}(d\lambda_{,,} - \Delta\lambda_{,,})\cos^2\beta + d\beta_{,,}(d\beta_{,,} - \Delta\beta_{,,})}{(d\lambda_{,,} - \Delta\lambda_{,,})^2\cos^2\beta + (d\beta_{,,} - \Delta\beta_{,,})^2}$$

$$M = M_0 + (M_, - M_0)x$$

Die dritte mit diesem letzteren M gerechnete Bahn ist folgende:

Elemente des $\mathfrak{C}$ 1880 a

T = 1880 Januar 27.47550 mittl. Zeit Berlin.
Ω = 355°54′17″5
w = 77 40 17.0 } mittl. Aequin. 1880.0
i = 143 2 10.6
a = 11.08653
$\lg e$ = 9.9997650 (q = 88° 6′56″00)
$\lg q$ = 7.7778470.

Für dieses System sind:

$d\lambda_{,,}\cos\beta_{,,}$ = — 29″2
$d\beta_{,,}$ = 21.5

Die vorangegangene Untersuchung, deren Details ich an dieser Stelle nicht geben kann, hat nachgewiesen, dass unter anderen Annahmen über das Verhältniss der Distanzen diese Fehler nicht mehr wesentlich vermindert werden können. Der Fehler in Breite wächst mit einer Verminderung des Fehlers in Länge. Die nun noch übrig bleibenden Abweichungen zwischen Rechnung und Beobachtung gestalten sich für die vorhin angeführten 21 Orte in derselben Reihenfolge:

	Rechn. — Beobacht. $d\alpha$	$d\delta$
Nr. 1	— 0ˢ1	0
2	— 1.2	— 22
3	— 0.9	— 10
4	— 0.5	— 20
5	— 0.9	— 23
6	— 1.0	— 25
7	— 0.3	— 26
8	— 0.4	(— 49)
9	— 1.5	— 28
10	+ 0.7	— 17
11	0.0	— 17
12	— 1.0	+ 1
13	+ 0.1	— 9
14	+ 0.2	— 21
15	+ 0.9	— 13
16	0.0	— 10
17	+ 0.2	+ 5
18	(— 4.4)	(+ 69)
19	(— 3.9)	(+ 85)
20	+ 0.4	+ 2
21	— 0.7	— 6

Dieses letzte Elementen-System nähert sich dem von Herrn Plantamour aus der Erscheinung von 1843 hergeleiteten, welches ich in meinem ersten Aufsatze über den Cometen anführte, noch bei weitem mehr. Der Knoten weicht nur noch 7½′, w 3¾′ und i sogar nur etwas mehr als eine Bogenminute ab. Dass unter solchen Umständen nicht mehr an der Identität beider Cometenerscheinungen gezweifelt werden kann, braucht kaum noch erwähnt zu werden, zumal Herr Professor Weiss den Nachweis führen konnte, dass der Comet noch 21 volle Umläufe zurück zu verfolgen ist, die alle in Intervalle von nahe gleicher Grösse eingeschlossen sind. (Siehe Wiener Sitzungsberichte 1880 Nr. XV.)

Genf, 2. Juli 1880.

Dr. *M. Wilhelm Meyer.*

Digitized by Google

Beobachtungen von Planeten an der Sternwarte Kremsmünster.

Am Refractor.

	M. Kr. Z.							
Antigone.								
1878 23 Febr.	$10^h38^m32^s1$	(Pl.—a)	$=-1^m\ 5^s36$	$\alpha=10^h\ 3^m\ 4^s38$	$\pi=-0''08$	(Pl.—a)	$-5'\ 17''0$	$\delta=+16°12'\ 56''8$ $\pi=+2''4$
24 „	10 8 26.0	(Pl.—a)	−1 53.26	10 2 16.56	−0.10	(Pl.—a)	+3 0 5	+16 21 14.3 +2.4
Sirona.								
23 „	11 15 3	(Pl.—b)	+3 27.56	9 52 19.41	−0.03	(Pl.—b)	−1 59.9	+19 21 51.9 +2.7
24 „	10 32 14	(Pl.—b)	+2 38.08	9 51 29.98	−0.09	(Pl.—b)	+1 45.5	+19 25 37.4 +2.8
Bertha.								
2 April	9 48 50	(Pl.—c)	+2 13 14	13 55 45.76	−0.17	(Pl.—c)	+1 46.5	− 2 55 37.9 +3 1
3 „	9 52 24	(Pl.—c)	+1 20.22	13 54 52.86	−0.17	(Pl.—c)	+ 57.8	− 2 56 26.2 +3.1
Hertha.								
9 „	12 56 11	(Pl.—d)	+ 32.30	11 59 6.38	+0.14	(Pl.—d)	+9 15 6	− 1 28 50.9 +3.5
19 „	9 19 15	(Pl.—e)	+1 48.10	11 51 37.16	−0.04	(Pl.—e)	+ 54.6	− 0 44 59.4 +3.4
23 „	9 31 47	(Pl.—f)	+2 23.10	11 49 8.44	−0 01	(Pl.—f)	+5 44.0	− 0 30 10.6 +2.5
29 „	9 30 30	(Pl.—g)	−3 46.73	11 46 7.28	+0.02	(Pl.—g)	−4 43.0	− 0.12 6.5 +3.2
Atala.								
29 „	10 15 58	(Pl.—h)	− 9.79	14 17 6.20	− 0.07	(Pl.—h)	+6 31.6	−12 16 54.3 +3.0
Hermione.								
29 „	10 38 44	(Pl.—i)	+ 59.81	14 38 52.08	−0.06	(Pl.—i)	+3 5.1	− 8 55 22.2 +2.4
4 Mai	9 56 11	(Pl.—k)	−1 22.61	14 35 18.50	−0.08	(Pl.—k)	+5 39.4	− 8 44 2.2 +2.4
5 „	10 27 54	(Pl.—l)	+4 22.03	14 34 34.49	−0.05	(Pl.—l)	− 2 37.8	− 8 41 51.3 +2.4
6 „	10 15 49	(Pl.—l)	+3 39.76	14 33 52.23	−0.05	(Pl.—l)	− 32.0	− 8 39 45.5 +2.4
Lamberta. *)								
18 „	10 3 45	(Pl.—m)	+1 22.00	12 17 1.66	$\lg a=9.419$	(Pl.—m)	+4 21.0	− 3 38 25.1 $\lg\pi=9.881$
20 „	10 58 27	(Pl.—n)	+3 9.40	12 17 12.77	9.622	(Pl.—n)	−1 52.1	− 3 52 10.0 9.895
24 „	10 24 17	(Pl.—o)	+ 42.07	12 17 58.95	9.573	(Pl.—o)	− 37.5	− 4 20 23.8 9.894
7 Juni	12 8 54	(Pl.—p)	+ 22.10	12 24 17.11	9.807	(Pl.—p)	− 13.4	− 6 12 58.6 9.882
Austria.								
2 Juni	11 14 28	(Pl.—p)	+2 5.92	17 51 42.78	−0.17	(Pl.—p)	+ 3 56 8	− 6 35 15.4 $\pi=5.4$
7 „	13 4 56	(Pl.—q)	+2 4.40	17 47 17.24	+0.04	(Pl.—q)	− 17.0	− 6 14 1.6 5.5
8 „	13 16 6	(Pl.—q)	+1 8.94	17 46 21.82	+0.06	(Pl.—q)	+ 3 20.1	− 6 10 20.4 5.5
17 „	10 32 45	(Pl.—r)	+ 21.83	17 37 54.34	−0.13	(Pl.—r)	+ 5 18.2	− 5 47 3.0 5.5
19 „	10 58 44	(Pl.—r)	−1 34.99	17 35 57.60	−0.07	(Pl.—r)	+ 8 14.0	− 5 44 6.9 5.5
21 „	11 30 9	(Pl.—r)	−3 31.18	17 34 1.49	−0.01	(Pl.—r)	+10 15.2	− 5 42 5 6 5.5
Tolosa.								
22 „	12 16 27	(Pl.—s)	+4 18.58	18 42 24.44	−0.04	(Pl.—s)	− 2 57.7	−27 9 48.9 7.1
Phthia.								
4 Oct.	12 37 42	(Pl.—t)	+3 1.23	0 56 54.70	$\lg\pi=0.002$	(Pl.—t)	−8 3.9	$\delta=+7\ 38\ 11.1$ $\lg\pi=0.702$

*) Diese Beobachtungen wurden bei ungünstigem Himmel gemacht und sind daher nicht sicher.

347

2326

348

Mittlere Oerter der Vergleichsterne 1878.0

		α	δ
a	B. W. 38	$= 10^h\ 4^m\ 7^s.23$	$= +16°18'\ 21''.3$
b	Rümker. 3002	„ 9 48 49.13	„ + 19 28 57.7
c	Lamont 4226	„ 13 53 30.16	„ — 2 57 8.1
d	Lamont 3560	„ 11 58 31.32	„ — 1 37 54.1
e	Lamont 3504	„ 11 49 46.51	„ — 0 45 40.5
f	Lamont 3483	„ 11 46 42.78	„ — 0 35 37.9
g	Lamont 3505	„ 11 49 51.64	„ — 0 7 10.1
h	B. W. 283	„ 14 17 12.91	„ — 12 23 13.6
i	B. W. 665	„ 14 37 49.38	„ — 8 58 10.8
k	B. W. 646	„ 14 36 38.12	„ — 8 49 25.1
l	B. W. 526	„ 14 30 9.52	„ — 8 38 56.9
m	B. W. 228	„ 12 15 35.14	„ — 3 42 28 5
n	B. W. 200	„ 12 14 0.87	„ — 3 50 0.4
o	Schelrp. 4463	„ 12 17 14 40	„ — 4 19 28.8
p	B. W. 976	„ 17 49 33.65	„ — 6 39 8.9
q	B. W. 871	„ 17 45 9 34	„ — 6 13 37.6
r	Schelrp. 6354	„ 17 37 29.05	„ — 5 52 18.6
s	Argelander-Oeltzen 18621 et 22	„ 18 38 1.68	„ — 27 6 49.1
t	B. W. 916	„ 0 53 49.13	„ + 7 45 46 0

Vergleichungen mit dem Berliner Jahrbuche 1880.

Antigone.

		(Eph. — α)		(Eph. — δ)
23 Febr.	$d\alpha$	$= -\ 2^m53^s.33$	$d\delta$	$= +\ 5'\ 27''.9$
24 „	„	— 2 53.26	„	+ 5 31.6

Bertha.

2 April	$d\alpha$	+ 13.18	$d\delta$	— 2 20.9
3 „	„	+ 13.06	„	— 2 21.7

Hermione.

29 „	$d\alpha$	+ 8.05	$d\delta$	— 52.4
4 Mai	„	+ 8.04	„	— 53.7
5 „	„	+ 8.08	„	— 51.7
6 „	„	+ 8.04	„	— 51.7

Tolosa.

22 Juni	$d\alpha$	— 5.66	$d\delta$	— 8.1

Sirona.

23 Febr.	$d\alpha$	$= +\ 4^s.51$	$d\delta$	$= —\ 17''.6$
24 „	„	+ 4.36	„	— 15.8

Atala.

29 April	$d\alpha$	+ 10.05	$d\delta$	— 1' 31''.7

Austria.

2 Juni	$d\alpha$	— 6.53	$d\delta$	— 1' 7''.2
7 „	„	— 6.67	„	— 1 3.4
8 „	„	— 6.59	„	— 1 5.3
17 „	„	— 6.23	„	— 1 9.3
19 „	„	— 6.19	„	— 1 10.8
21 „	„	— 6.14	„	— 1 11.9

Was die Zahl der Vergleichungen bei den einzelnen Beobachtungen anbelangt, so waren jederzeit zum mindesten deren 6.

Am Meridiankreise 1879.

Jupiter.

	M. Kr. Z		Eph. — α		Eph. — δ	
13 Sept.	$11^h\ 3^m11^s.67$	$\alpha = 22^h33^m16^s.73$	$d\alpha = +\ 0^s.06$	$\delta = -\ 10°37'\ 24''.2$	$d\delta = +\ 1''.0$	$n = 1.9$
14 „	10 58 48.05	„ 22 32 48.95	„ + 0.04	„ — 10 40 7.0	„ + 1.4	„ 1.9
15 „	10 54 24.77	„ 22 32 21.50	„ — 0.02	„ — 10 42 46.5	„ + 1.0	„ 1.9
16 „	10 50 1.80	„ 22 31 54.36	„ — 0.07	„ — 10 45 23.6	„ + 0.5	„ 1.9
23 „	10 19 31.10	„ 22 28 54.52	„ + 0.04	„ — 11 2 28.6	„ — 0.3	„ 1.9

Digitized by Google

	M. Kr. Z.		Eph. — α		Eph. — δ	
Saturn.						
9 Oct.	$11^h35^m48^s86$	$\alpha =$	$0^h48^m29^s66$	$d\alpha = -0^s94$	$\delta = +2°13\ 54''0$	$d\delta = +8''1$	$n = 0''8$
13 „	11 18 56.61	„	0 47 20.86	„ -0.96	„ $+2\ 6\ 43.0$	„ $+8.1$	„ 0.8
14 „	11 14 43.69	„	0 47 3.80	„ -0.97	„ $+2\ 4\ 56.7$	„ $+8.7$	„ 0.8
Mars.						
14 Dec.	9 8 1.65	„	2 40 30.89	„ $+0.50$	„ $+17\ 8\ 25.5$	„ $+3.0$	„ 7.3
Neptun.						
9 Nov.	11 19 43 06	„	2 34 34.42	„ -0.75	„ $+13\ 13\ 22.7$	„ -5.2	„ 0.2
14 „	8 58 46.36	„	2 31 14.08	„ -0.39	„ $+12\ 58\ 16.9$	„ -1.5	„ 0.2
Amphitrite.						
29 Mai	11 31 20.60	„	15 59 38.76	„ -0.65	„ $-29\ 48\ 30\ 9$	„ $-2\ 1$	„ 5.0
11 Juni	10 27 41.43	„	15 47 4 28	„ $-0\ 69$	„ $-29\ 11\ 55\ 7$	„ -3.6	„ 4.9
Cassandra.						
11 „	11 36 22.76	„	16 55 57.00	„ $+1^m1.24$	d $-14\ 46\ 57.4$	„ $-1'40.1$	„ 4.6
15 „	11 17 6.52	„	16 52 23.83	„ 1 1.07	„ $-14\ 44\ 0.5$	„ $-1\ 40.4$	„ 4.6
Psyche.						
29 Juli	11 41 10.21	„	20 10 0.00	„ $+4\ 67$	„ $-17\ 43\ 34\ 2$	„ -1.7	„ 4.7
31 „	11 31 38.74	„	20 8 20 08	„ $+4.70$	„ $-17\ 53\ 58.1$	„ -1.2	„ 4.7
Hertha.						
23 Sept.	11 34 25.87	„	23 44 1.60	„ $+12.60$	„ $-0\ 27\ 59.1$	„ $+44.9$	„ 6.6
Hygiea.						
14 Oct.	10 52 42.37	„	0 24 58.86	„ $+0.77$	„ $+8\ 32\ 28.2$	„ $-3\ 6$	„ 2.4
Undina.						
13 „	11 41 46.81	„	1 10 14.82	„ -1.64	„ $-8\ 39\ 37.2$	„ -13.6	„ 3.7
14 „	11 37 6.51	„	1 9 30.30	„ -1.55	„ $-8\ 43\ 2\ 7$	„ -12.2	„ 3.7
Fortuna.						
24 „	11 40 21.07	„	1 52 10.93	„ -15.60	„ $+11\ 34\ 12.6$	„ $-1\ 17.8$	„ 5.0
9 Nov.	10 24 48.16	„	1 39 30.50	„ -15.27	„ $+10\ 4\ 11.3$	„ $-1\ 17\ 8$	„ 5.0
Pales.						
9 „	10 34 55.72	„	1 49 39.72	„ -9.70	„ $+16\ 41\ 44.7$	„ $-1\ 12.4$	„ 3 3
Metis.						
28 „	10 31 17.40	„	3 0 55.38	„ $+7.12$	„ $+14\ 47\ 16.0$	„ $+33.5$	„ 4.2
Victoria.						
9 Dec.	11 9 2.85	„	4 22 9.57	„ $+7.51$	„ $+17\ 56\ 16.8$	„ $+20\ 2$	„ 2.8
14 „	10 44 26.32	„	4 17 11.40	„ $+7\ 41$	„ $+17\ 32\ 0.2$	„ $+19\ 8$	„ 2.8

Die Vergleichungen der grossen Planeten wurden mit dem Berliner Jahrbuch 1879, und der kleinen mit dem von 1881 angestellt.

Kremsmünster, 1. Juni 1880. *G. Strasser.*

Inhalt:

Zu Nr. 2326. *v. Oppolzer.* Elemente und Ephemeride des Winnecke'schen Kometen (III. 1819). 337. — *M. Wilhelm Meyer.* Bahnbestimmung des grossen Cometen 1880*a* 343. — *G. Strasser.* Beobachtungen von Planeten an der Sternwarte Kremsmünster. 347.

Kiel. Juli 30. 1880. Druck von C. F. Mohr.

Digitized by Google

Astronomische Nachrichten.

Expedition auf der Königlichen Sternwarte bei Kiel.

Herausgeber: Dr. C. F. W. Peters.

Band 97. **Nr. 2327.** 23.

Ueber die Vertheilung der Radiationspunkte an der Himmelskugel.

Von Dr. *Rudolf Lehmann-Filhés.*

Bei Aufstellung der Gesetze, welche die Abhängigkeit der Menge der zur Erde gelangenden Sternschnuppen von den verschiedenen Tages- und Jahreszeiten beherrschen, ist es von vornherein nöthig gewesen, gewisse Annahmen zu machen über die Vertheilung der Radiationspunkte, wie sie sich darstellen würde, wenn die Erde sich nicht bewegte und keine Anziehung auf die herbeiströmenden Meteore ausübte. Das Einfachste war hier offenbar, diese Vertheilung als eine zu jeder Zeit gleichförmige über den ganzen Himmel anzusehen; doch hätte man diese Annahme, deren Zuverlässigkeit doch einer genaueren Prüfung gar nicht fähig ist, sofort im Stich lassen müssen, wenn man durch sie zu Widersprüchen mit anderen Hypothesen geführt wurde, welche als noch einfacher, plausibler und dem Ursprunge der Erscheinungen näher liegend erachtet werden müssen. Als eine Hypothese dieser Art werden wir diejenige bezeichnen dürfen, nach welcher die parabolischen Meteor- oder Kometenbahnen in sehr beträchtlichen Sonnenfernen als durch den Zufall ausgestreut angesehen werden, so dass also — natürlich nur im Grossen und Ganzen — keine Richtung die bevorzugte ist, sondern durch einen Punkt U die Bewegungsrichtungen in durchschnittlich gleichförmiger Vertheilung hindurchgehen. Diese Hypothese erfordert offenbar nur in Bezug auf die Sonne, das überwiegende Anziehungscentrum unseres Planetensystems, eine gewisse Symmetrie der Erscheinungen, nicht aber für die Erde, welche auf die planetarischen Bewegungen soviel wie gar keinen Einfluss hat.

Des Folgenden wegen ist es erforderlich, unsere Hypothese noch in eine andere Form zu kleiden.

Bezeichnet φ den Winkel, welchen eine der durch U gehenden Parabeln, in deren Brennpunkte die Sonne steht, im Punkte U mit dem Radius Vector R bildet, so ist die Peridistanz dieser Parabel

$$q = R \sin^2 \tfrac{1}{2}\varphi.$$

Denkt man sich nun um U als Mittelpunkt eine Kugel mit dem Radius 1 und auf der Oberfläche derselben eine Calotte mit dem Centriwinkel 2φ ausgeschnitten, deren Achse nach der Sonne S gerichtet ist, so ist der Flächeninhalt dieser Calotte

$$C = 2\pi\,(1 - \cos\varphi).$$

Da nun nach unserer Hypothese die Punkte, in welchen die Tangenten der Bahnen die Kugeloberfläche durchschneiden, gleichmässig auf dieser vertheilt sein müssen, so ist die Zahl der Bahnen, deren Tangenten durch die Calotte gehen, proportional

$$2\pi\,(1-\cos\varphi) = 2\pi\left(1-\sqrt{1-\frac{q}{R}}\right)$$
$$= \pi\left(\frac{q}{R}+\frac{1}{4}\left[\frac{q}{R}\right]^2+\cdots\right)$$

Für uns kommen nur die Bahnen in Betracht, deren Peridistanz q sehr klein im Vergleich zu R ist; deshalb vernachlässigen wir $\left(\frac{q}{R}\right)^2, \left(\frac{q}{R}\right)^3$ etc, wodurch die Anzahl der Bahnen, deren Peridistanz zwischen 0 und q liegt, proportional q wird. Genau dieselbe Schlussfolge gilt für jeden von S um R entfernten Punkt U, weshalb denn offenbar alle Perihele, welche innerhalb einer Kugel mit dem Radius q liegen, in deren Mittelpunkt S steht, der Zahl nach dem Radius q dieser Kugel proportional sind.

Es sei δ die Dichtigkeit der Perihele in einer unendlich dünnen Kugelschicht, deren Radien beziehungsweise q und $q+dq$ sind. Der Rauminhalt dieser Schicht ist $4\pi q^2 dq$, die Anzahl der in ihr enthaltenen Perihele demnach $4\pi q^2\delta\, dq$, also die Anzahl aller Perihele innerhalb der Kugel mit dem Radius q gleich $4\pi\int_0^q q^2\delta\, dq$.

Diese Anzahl ist aber auch dem Vorhergehenden gemäss proportional q, also, wenn c eine Constante bedeutet,

$$\int_0^q q^2\delta\, dq = cq,$$

Digitized by Google

woraus durch Differentiation folgt:

$$\delta = \frac{c}{q^3}$$

d. h. die Dichtigkeit der Peribele, welche zwischen zwei um die Sonne als Mittelpunkt mit den Radien q und $q+dq$ beschriebenen Kugeloberflächen sich befinden, ist proportional $\frac{1}{q^3}$.

Mit Zugrundelegung dieses Gesetzes, welches der gegebenen Entwicklung zufolge mit der Hypothese über die Vertheilung der Bahnen in grossen Sonnenfernen ganz gleichwerthig ist, hat nun Schiaparelli in seinem fundamentalen Werke „Entwurf einer astronomischen Theorie der Sternschnuppen“ S. 248 ff unter der Ueberschrift: „Beziehung zwischen der Vertheilung der Periheldistanzen und der Vertheilung der Richtungen der Kometen- und Meteorbahnen, welche der Erde begegnen“ in sehr eleganter Weise die Vertheilung der Radiationspunkte für einen irdischen Beobachter abgeleitet. Er findet die Dichtigkeit der Radiationspunkte an einer Stelle des Himmels, welche von dem der Sonne entgegengesetzten Punkte, dem Anthelion, um den Bogen Φ entfernt ist, proportional $\operatorname{etg} \Phi$. Hiernach wird die Dichtigkeit im Anthelion unendlich gross, aber Null in der zum Radius Vector der Erde senkrechten Richtung.

„Es genügt,“ sagt Schiaparelli, „unsere Planisphäre auf Tafel II*) zu betrachten, um sich zu überzeugen, dass dieses Gesetz auf die Meteorströme nicht anwendbar ist; auf ihr ist die Häufigkeit der Ströme längs des Kreises, welcher 90° von der Sonne absteht, in der That nicht gleich Null und keineswegs sehr klein; dagegen ist in dem der Sonne entgegengesetzten Punkte die beobachtete Dichtigkeit sehr klein, während sie nach diesem Gesetze sehr gross sein müsste; hier kann aber die Nichtübereinstimmung von der nördlichen Position des Beobachters herrühren, für welchen die aus dieser Richtung herkommenden Meteorströme nur in den drei letzten Monaten des Jahres bequem zu beobachten sind.“

Die von Schiaparelli betonte Nichtübereinstimmung zwischen Theorie und Beobachtung hat mich nun veranlasst, die Untersuchung noch einmal aufzunehmen und zwar mit Beibehaltung der oben erörterten Hypothese über die Vertheilung der Bahnen. In einer anderen Beziehung beabsichtige ich dagegen einen von dem Gedankengange des berühmten Mailänder Astronomen verschiedenen Weg einzuschlagen. Während nämlich Schiaparelli bei den seinen Schlussfolgen zu Grunde liegenden Annahmen den Ort der Erde mit dem Standpunkt des Beobachters auf derselben identificirt und davon absieht, die räumliche Ausdehnung des Erdkörpers mit seiner Atmosphäre überhaupt in Betracht zu ziehen, so soll gerade die Einführung dieses Elementes in die Untersuchung den Hauptgegenstand der gegenwärtigen Abhandlung bilden. Hoffentlich gelingt es auf diese Weise die Nichtübereinstimmung, auf welche Schiaparelli selbst ausdrücklich hinweist, zu beseitigen.

Es wird demnach im Folgenden nicht darauf ankommen, die Erscheinungen, welche sich einem einzelnen Beobachter darbieten müssen, auseinander zu setzen, sondern vielmehr darauf, das Sternschnuppenphänomen in seiner Gesammtheit für die ganze Erdkugel, zu welcher wir natürlich auch die Atmosphäre hinzuzurechnen haben, zu umfassen.

Wir denken uns zunächst um die Sonne S als Mittelpunkt eine Kugel mit dem Radius R, welcher verglichen mit dem Abstande r des Erdmittelpunktes E_0 von S sehr gross sein soll. Da die Entfernung des uns wahrscheinlich nächsten Fixsterns α Centauri bedeutend grösser als $200000\,r$ zu sein scheint, so können wir uns das Verhältniss $\frac{r}{R}$ sehr klein vorstellen. Schiaparelli nimmt als rohe Schätzung in seinem oben angeführten Werke S. 264 den Werth $\frac{1}{100000}$ dafür an; es wäre alsdann $\sqrt{\frac{r}{R}} = 0.0031623 = \text{arc. } (10'\,871)$.

Wir werden in der Folge der Kürze wegen setzen

$$\sqrt{\frac{r}{R}} = \alpha$$

und α als eine kleine Grösse erster Ordnung betrachten.

Auf der beschriebenen Kugel mit dem Radius R denken wir uns nun ein Flächenelement, durch welches die Parabeln in der Weise hindurchgehen, dass, wenn man sie so verschiebt, dass sie alle durch einen einzigen Punkt U des Flächenelementes hindurchgehen, alsdann alle Richtungen der Tangenten in U gleich häufig vorkommen. Beim Vergleich verschiedener Flächenelemente soll ferner die Anzahl der hindurchgehenden Bahnen proportional der Grösse der Flächenelemente gesetzt werden.

In der folgenden Untersuchung werden wir uns sämmtliche ein Flächenelement durchschneidende Parabeln bereits wirklich durch den Punkt U hindurchgehend denken, wodurch offenbar die Gesammtvertheilung der Bahnen in Nichts geändert wird.

*) Dieselbe enthält die von Zezioli in Bergamo beobachteten Radianten in ihrer relativen Lage zur Sonne.

Digitized by Google

Der Winkel $E_0 S U$ heisse χ_0, der Winkel, welchen die durch U und E_0 gehende Parabel mit R bildet, heisse φ_0. (Fig. I.)

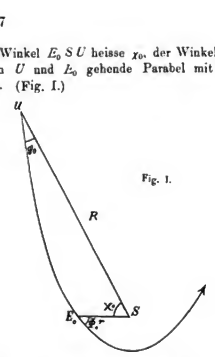


Fig. I.

Wir nehmen ferner eine zur Ebene $E_0 U S$ unter dem Winkel i geneigte Ebene, welche erstere in $U S$ schneidet. Diese neue Ebene schneidet die Erdkugel — die Atmosphäre mit einbegriffen — welche den Radius ϱ_0 haben möge, in einem Kreise mit dem Radius ϱ, und zwar ist

$$\varrho = \sqrt{\varrho_0^2 - r^2 \sin^2\chi_0 \sin^2 i} \qquad (1)$$

Der Mittelpunkt dieses Kreises sei E. Wir bemerken, dass $\frac{\varrho_0}{r}$ nur wenig von der Sonnenparallaxe verschieden ist; $\frac{\varrho}{r}$ ist im Allgemeinen kleiner als diese. Da die Sonnenparallaxe etwa 8″85 oder als Bogen eines Kreises mit dem Radius 1 0.00004296 beträgt, so ist $\frac{\varrho_0}{r}$ eine kleine Grösse der zweiten Ordnung. Es gehe nun durch U und E eine Parabel, deren Brennpunkt S ist. Für diese mögen die den Winkeln χ_0 und φ_0 entsprechenden Grössen durch χ und φ bezeichnet werden. Man sieht leicht, dass die Entfernung SE gegeben ist durch die Gleichung

$$SE = r\sqrt{1-\sin^2\chi_0 \sin^2 i}.$$

Aus (1) folgt nun, dass $\sin^2\chi_0 \sin^2 i \leqq \frac{\varrho_0^2}{r^2}$ sein muss, so dass das Verhältniss $\frac{SE}{r}$ nur um eine kleine Grösse vierter Ordnung von der Einheit abweicht. Aus diesem Grunde werden wir in der Folge stets setzen

$$SE = r.$$

Als Beziehung zwischen χ, χ_0 und i ergiebt sich leicht folgende Gleichung:

$$\operatorname{tg}\chi = \cos i \operatorname{tg}\chi_0 \qquad (2)$$

welche wir noch in eine andere Form bringen wollen. Es folgt aus (2)

$$\operatorname{tg}\chi_0 - \operatorname{tg}\chi = (1-\cos i)\operatorname{tg}\chi_0 \text{ oder}$$
$$\sin(\chi_0-\chi) = (1-\cos i)\sin\chi_0\cos\chi$$
$$= 2\sin^2\tfrac{1}{2}i \sin\chi_0\cos\chi.$$

Nun ist

$$2\sin\chi_0\cos\chi = \sin(\chi_0+\chi) + \sin(\chi_0-\chi)$$

und

$$\sin(\chi_0+\chi) = \sin[2\chi_0-(\chi_0-\chi)]$$
$$= \sin 2\chi_0\cos(\chi_0-\chi) - \cos 2\chi_0 \sin(\chi_0-\chi),$$

also

$$\sin(\chi_0-\chi) = \sin^2\frac{i}{2}\Big[\sin 2\chi_0\cos(\chi_0-\chi) + \sin(\chi_0-\chi)(1-\cos^2\chi_0)\Big]$$

woraus

$$\operatorname{tg}(\chi_0-\chi) = \frac{2\sin^2\frac{1}{2}i\sin\chi_0\cos\chi_0}{1-2\sin^2\frac{1}{2}i\sin^2\chi_0}.$$

Setzt man $2\sin^2\frac{1}{2}i\sin\chi_0 = \gamma$, so ist also:

$$\operatorname{tg}(\chi_0-\chi) = \frac{\gamma\cos\chi_0}{1-\gamma\sin\chi_0},$$

und nach einer bekannten Reihenentwicklung:

$$\chi_0-\chi = \gamma\cos\chi_0 + \tfrac{1}{2}\gamma^2\sin 2\chi_0 - \tfrac{1}{3}\gamma^3\cos 3\chi_0 - \tfrac{1}{4}\gamma^4\sin 4\chi_0 + \ldots$$

Nun beachte man, dass $\gamma = \sin i \sin\chi_0 \operatorname{tg}\frac{i}{2}$ ist, u. so lange $r.\sin\chi_0 \geqq \varrho_0$ ist, nach (1) der Maximalwerth von i bestimmt wird durch die Gleichung

$$\sin i = \frac{\varrho_0}{r.\sin\chi_0}.$$

Hiernach wird im Maximum $\gamma = \frac{\varrho_0}{r}.\operatorname{tg}\frac{i}{2}$, ein Werth, der $\frac{\varrho_0}{r}$ nicht übersteigt, da, so lange $r.\sin\chi_0 \geqq \varrho_0$ ist, i höchstens $\frac{\pi}{2}$ betragen kann. γ ist also von der zweiten oder einer höheren Ordnung der Kleinheit, so dass wir setzen können

$$\chi_0-\chi = \gamma\cos\chi_0 = \sin^2\frac{i}{2}\sin 2\chi_0 \qquad (3)$$

Wir denken uns nun aus dem Punkte U ein Büschel Parabeln herkommend, welche die Erdkugel treffen. Dies Büschel wird begrenzt durch eine Fläche, welche von der Gesammtheit der die Erdkugel berührenden Parabeln gebildet wird. Denken wir uns ferner um U als Mittelpunkt eine Kugel mit einem beliebigen Radius und die Tangenten im Punkte U der die Erde berüh-

Digitized by Google

renden Parabeln construirt, so sind diese Tangenten Radien der Kugel um U und schneiden in ihrer Gesammtheit auf der Kugeloberfläche ein ringsum begrenztes Flächenstück f aus. Da wir uns nun in U die Tangenten an allen Parabeln gleichförmig vertheilt denken, so ist das genannte Flächenstück proportional der Anzahl der Parabeln, welche von U ausgehend die Erdkugel treffen. Wir wollen der Kürze wegen dies Flächenstück f das Bild der Erdkugel, sowie allgemein den Durchschnittspunkt der Kugel und der Tangente derjenigen Parabel, welche durch einen Punkt P geht, das Bild des Punktes P nennen.

Wir haben demnach im Folgenden die Aufgabe zu lösen, für jeden beliebigen Werth von χ_0 den Flächeninhalt von f zu bestimmen.

Zunächst wollen wir eine Beziehung zwischen den Grössen r, R, χ und φ aufstellen. Ist q die Perihheldistanz der Parabel, v die wahre Anomalie, welche dem Radius r zugehört, so ist

$$r = \frac{q}{\cos^2 \frac{v}{2}}$$

$$R = \frac{q}{\cos^2 \frac{v+\chi}{2}}, \text{ also}$$

$$\frac{\cos \frac{v+\chi}{2}}{\cos \frac{v}{2}} = \pm \sqrt{\frac{r}{R}} = \pm \alpha.$$

Hieraus folgt leicht

$$\frac{\cos \frac{v}{2} - \cos \frac{v+\chi}{2}}{\cos \frac{v}{2} + \cos \frac{v+\chi}{2}} = \frac{\sin \frac{1}{2}\left(v+\frac{\chi}{2}\right) \sin \frac{\chi}{4}}{\cos \frac{1}{2}\left(v+\frac{\chi}{2}\right) \cos \frac{\chi}{4}} = \frac{1 \mp \alpha}{1 \pm \alpha}$$

$$\operatorname{tg} \frac{1}{2}\left(v+\frac{\chi}{2}\right) = \operatorname{ctg} \frac{\chi}{4} \cdot \frac{1 \mp \alpha}{1 \pm \alpha},$$

oder, da $v + \chi = 180^0 - 2\varphi$ ist,

$$\operatorname{tg}\left(\varphi + \frac{\chi}{4}\right) = \operatorname{tg} \frac{\chi}{4} \cdot \frac{1 \pm \alpha}{1 \mp \alpha}$$

Diese Gleichung verwandelt sich leicht in die folgende

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\pm \alpha \sin \frac{1}{2} \chi}{1 \mp \alpha \cos \frac{1}{2} \chi}.$$

Da es uns nur auf die absoluten Werthe von φ ankommt, so dürfen wir auch setzen, indem wir die beiden durch die verschiedenen Vorzeichen angedeuteten Fälle trennen,

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\alpha \sin \frac{1}{2} \chi}{1 - \alpha \cos \frac{1}{2} \chi} \qquad (4\,\text{a})$$

und

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\alpha \sin (\alpha - \frac{1}{2} \chi)}{1 - \alpha \cos (\alpha - \frac{1}{2} \chi)} \qquad (4\,\text{b})$$

Diese beiden Gleichungen lehren, dass man α stets als positiv betrachten kann, und dass man alsdann zwei verschiedene Paraboln erhält, je nachdem der Parabelbogen UE im Raume des einspringenden oder des ausspringenden Winkels USE liegen soll. (Fig. II.)

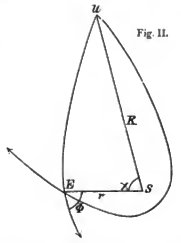


Fig. II.

Aus (4 a) und (4 b) lassen sich nun folgende Reihen ableiten:

$$\varphi = \alpha \sin \tfrac{1}{2} \chi + \tfrac{1}{2} \alpha^2 \sin \tfrac{3}{2} \chi + \tfrac{1}{3} \alpha^3 \sin \tfrac{3}{2} \chi + \qquad (5\,\text{a})$$

und

$$\varphi = \alpha \sin \tfrac{1}{2} \chi - \tfrac{1}{2} \alpha^2 \sin \tfrac{3}{2} \chi + \tfrac{1}{3} \alpha^3 \sin \tfrac{3}{2} \chi - \qquad (5\,\text{b})$$

Unterdrückt man nun die Glieder zweiter und höherer Ordnung der Kleinheit, so ist beide Fälle umfassend

$$\varphi = \alpha \sin \tfrac{1}{2} \chi. \qquad (6)$$

Den Winkel χ lassen wir den Betrag α nie überschreiten und ferner betrachten wir die Meteore nur bei ihrem Eintritt in die Kugel mit dem Radius R, was schon dadurch ausgesprochen ist, dass tg φ stets einen kleinen positiven Werth haben soll.

Es sei nun Φ der Winkel, welchen die Bewegungsrichtung der Parabel in E mit der Richtung ES bildet Man hat alsdann für die beiden unterschiedenen Fälle

$$\Phi = \tfrac{1}{2} \chi + \varphi \qquad (7\,\text{a})$$

und

$$\Phi = \pi - \tfrac{1}{2} \chi + \varphi \qquad (7\,\text{b})$$

und hieraus mit Hülfe der soeben für tg φ aufgestellten Gleichungen (4 a) und (4 b)

$$\operatorname{tg} \Phi = \frac{\sin \frac{1}{2} \chi}{\cos \frac{1}{2} \chi - \alpha} \qquad (8\,\text{a})$$

und

Digitized by Google

$$tg\,\Phi = -\frac{\sin\frac{1}{2}\chi}{\cos\frac{1}{2}\chi + a} \qquad (8\,b)$$

Während χ von 0 bis π wächst, wächst Φ in (8a) von 0 bis $\operatorname{arctg}\left(-\frac{1}{a}\right)$, nach (8b) nimmt es ab von π bis $\operatorname{arctg}\left(-\frac{1}{a}\right)$. Den Werth $\Phi = \frac{\pi}{2}$ giebt nur (8a) für $\cos\frac{1}{2}\chi = a$, in (8b) dagegen erreicht Φ diesen Betrag gar nicht.

Durch Differentiation der Gleichungen (4a) und (4b) erhält man

$$d\varphi = \frac{a}{2}\cdot\frac{\sin\frac{1}{2}\chi\frac{dr}{r} + (\cos\frac{1}{2}\chi - a)\,d\chi}{1 - 2\,a\cos\frac{1}{2}\chi + a^2} \qquad (9a)$$

und

$$d\varphi = \frac{a}{2}\cdot\frac{\sin\frac{1}{2}\chi\frac{dr}{r} + (\cos\frac{1}{2}\chi + a)\,d\chi}{1 + 2\,a\cos\frac{1}{2}\chi + a^2} \qquad (9b)$$

Setzt man in diesen Gleichungen $\chi = 0$, so wird

$$d\varphi = a\frac{\frac{d\chi}{2}}{1-a} \text{ und } d\varphi = a\frac{\frac{d\chi}{2}}{1+a},$$

Werthe, welche mit denjenigen übereinstimmen, welche auch aus (4a) und (4b) hervorgehen, wenn man in diesen statt χ das Differential $d\chi$ setzt. Diese Eigenschaft von (9a) und (9b) ist für die Folge von Wichtigkeit.

Wir wollen zunächst den Fall erledigen, dass Φ zwischen den Grenzen 0^0 und $\operatorname{arctg}\left(-\frac{1}{a}\right)$ liegt; alsdann sind die mit a charakterisirten Gleichungen anzuwenden.

Wenn aus (4a) oder (6) der Winkel φ für die durch den Mittelpunkt E des Kreises mit dem Radius ϱ gehende Parabel bestimmt ist, so kann man mit Hülfe von (9a) mit hinreichender Annäherung die Winkel $\varphi + d\varphi$ und $\varphi - d\varphi$ erhalten für die beiden Parabeln, welche diesen Kreis berühren. Man hat alsdann nur in (9a) einzusetzen

$$\left.\begin{aligned} dr &= +\varrho\sin\Phi \\ r\,d\chi &= +\varrho\cos\Phi \end{aligned}\right\} \qquad (10)$$

wie aus Fig III leicht abzuleiten ist. Hierdurch wird

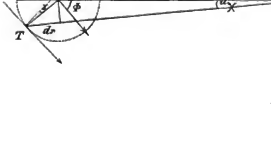


Fig. III.

der spezielle Werth von $d\varphi$, den wir durch $\delta\varphi$ bezeichnen wollen,

$$\delta\varphi = \frac{a}{2}\cdot\frac{\varrho}{r}\cdot\frac{\cos(\frac{1}{2}\chi - \Phi) - a\cos\Phi}{1 - 2\,a\cos\frac{1}{2}\chi + a^2}.$$

Da nun nach (7a) $\Phi = \frac{1}{2}\chi + \varphi$, und φ nach (6) stets ein kleiner Winkel ist, so kann man mit Vernachlässigung kleiner Grössen zweiter Ordnung gegen Grössen erster Ordnung schreiben

$$\delta\varphi = \frac{a}{2}\cdot\frac{\varrho}{r} = \frac{a}{2r}\sqrt{\varrho^2 - r^2\sin^2\chi_0\sin^2 i} \qquad (11)$$

Zu bemerken ist, dass die durch $\varphi + d\varphi$ und $\varphi - d\varphi$ bestimmten Parabeln nicht ganz genau mit der durch E hindurchgehenden parallel sind. Es sei nämlich (Fig. III) TT' die Normale auf der durch T gehenden und durch $\varphi + d\varphi$ bestimmten Parabel. Diese Parabel bildet mit der durch E gehenden einen Winkel x, welcher gleich ist dem Winkel, den die Normalen der betreffenden Parabeln bilden.

Bezeichnen wir nun die für den Radiusvector SE geltende wahre Anomalie durch v, die für ST geltende durch v, so findet die Gleichung statt

$$\frac{v'}{2} = \frac{v}{2} - d\varphi - \tfrac{1}{2}d\chi$$

da $v + \chi = 180^0 - 2\varphi$ ist. Ferner ist nach bekannten Eigenschaften der Parabel

$$\text{Winkel } SET'' = \frac{v}{2}$$

$$\text{Winkel } STT' = \frac{v'}{2},$$

und das Dreieck STE giebt

$$\frac{v'}{2} = \frac{v}{2} + x - d\chi,$$

woraus $x = \frac{1}{2}d\chi - d\varphi$.

Hieraus ergiebt sich mit Hülfe von (10) und (11), dass x ein kleiner Winkel von der Ordnung der Sonnenparallaxe ist

Fig. IV.

Wir können nunmehr zur Darstellung des Bildes f der Erdkugel übergehen. Hierbei sind jedoch zwei Fälle zu unterscheiden.

I) Das Bild s der Sonne liege ausserhalb des Bildes der Erdkugel, in welchem Falle die Gerade US die Erdkugel nicht trifft. Es sei ϱ_0 das Bild von E_0, ϵ allgemein das Bild von E. Da sowohl φ als $\delta\varphi$ klein sind, so kann man das Stück der Kugelfläche um U, auf welche sich das Bild der Erdkugel projicirt, als

Digitized by Google

eben betrachten, also statt der Bögen gerade Linien setzen. Somit bildet die Gerade se mit se_0 den Winkel i und schneidet den Umriss des Bildes in 2 Punkten x und y. Es ist hierbei $sx = \varphi$, $sx = \varphi - d\varphi$, $sy = \varphi + d\varphi$, wenn man den Radius der Kugel, auf welche projicirt wird, gleich 1 annimmt. Hiernach wird ein Element des Flächeninhaltes f

$$df = \frac{(\varphi+d\varphi)^2 - (\varphi-d\varphi)^2}{2} . di$$

oder

$$df = 2\varphi\, d\varphi\, di$$

Der Grenzwerth von i zu beiden Seiten von se_0 ist gegeben durch die Gleichung $\sin i = \frac{\varrho_0}{r . \sin \chi_0}$; also wird der Inhalt des Bildes

$$f = 4 \int_{i=0}^{i = \arcsin\left(\frac{\varrho_0}{r . \sin \chi_0}\right)} \varphi\, d\varphi . di \qquad (12)$$

II) s liege innerhalb des Bildes der Erdkugel, was nur stattfinden kann, wenn $\varphi < d\varphi$, also nach (6) und (11) $\sin\frac{\chi}{2} < \frac{\varrho}{2r}$ ist. Der grösste Werth von $\frac{\varrho}{2r}$ ist aber $\frac{\varrho_0}{2r}$; also fällt das Bild von s innerhalb des Bildes der Erdkugel, wenn $\sin\frac{\chi_0}{2} < \frac{\varrho_0}{2r}$, oder auch $\chi_0 < \frac{\varrho_0}{r}$ ist. In diesem Falle findet man leicht

$$df = \frac{(\varphi+d\varphi)^2 + (\varphi-d\varphi)^2}{2} . di$$
$$= (\varphi^2 + d\varphi^2) di$$
$$f = \int_{i=0}^{i=n} (\varphi^2 + d\varphi^2)\, di \qquad (13)$$

Die Gleichung (12) kommt zur Anwendung, wenn χ_0 zwischen $\frac{\varrho_0}{r}$ und $n - \frac{\varrho_0}{r}$ liegt, (13) dagegen, wenn χ_0 innerhalb der Grenzen 0 und $\frac{\varrho_0}{r}$ sich befindet. Den Fall, dass χ_0 zwischen $n - \frac{\varrho_0}{r}$ und n liegt, wollen wir später noch besonders betrachten.

Wir haben bisher nur einen einzigen Punkt U betrachtet; jetzt soll jedoch mit Beibehaltung eines bestimmten χ_0 der Radius R einen Kegelmantel um r beschreiben, wobei U einen Kreis durchläuft. Aendert man χ_0 unendlich wenig, so erhält man einen zweiten Kreis, welcher mit dem ersten eine unendlich schmale Zone einschliesst, deren Flächeninhalt gleich

$$2 R^2 n . \sin \chi_0 d\chi_0 \text{ ist.}$$

Betrachten wir diese Zone als aus unendlich vielen gleichen Flächenelementen zusammengesetzt, aus deren jedem eine f proportionale Auzahl Bahnen herkommt, so ist die Anzahl der Bahnen, welche aus dieser Zone zur Erde gelangen, proportional

$$2 R^2 n \sin \chi_0 d\chi_0 f.$$

Durch Integration nach χ_0 geht man alsdann zu endlichen Zonen über.

Zunächst wollen wir nun f nach der Gleichung (12) ausdrücken.

Da $\chi_0 - \chi$ nach (3) von der zweiten oder einer höheren Ordnung der Kleinheit ist, so folgert man ohne Weiteres aus (6)

$$\varphi = \varphi_0 - \frac{n}{2} \cos\tfrac{1}{2}\chi_0 (\chi_0 - \chi)$$

und mit Hülfe von (3)

$$\varphi = n \sin\tfrac{1}{2}\chi_0 - \frac{n}{2} \cos\tfrac{1}{2}\chi_0 . \sin 2\chi_0 . \sin^2\frac{i}{2}$$
$$\varphi = n \sin\tfrac{1}{2}\chi_0 \left[1 - \cos^2\tfrac{1}{2}\chi_0 \cos\chi_0 + \cos i . \cos^2\tfrac{1}{2}\chi_0 \cos\chi_0\right] \qquad (14)$$

Hieraus folgt nach (11)

$$\varphi\, d\varphi . di = \frac{n^2}{2r} . \sin\tfrac{1}{2}\chi_0\, di \left[(1 - \cos^2\tfrac{1}{2}\chi_0 \cos\chi_0) \sqrt{\varrho_0^2 - r^2 \sin^2\chi_0 \sin^2 i} + \cos^2\tfrac{1}{2}\chi_0 \cos\chi_0 \cos i \sqrt{\varrho_0^2 - r^2 \sin^2\chi_0 \sin^2 i}\right] \qquad (15)$$

Diese Gleichung ist zu integriren zwischen den für i in (12) angegebenen Grenzen. Zum Zwecke dieser Integration setzen wir

$$\frac{r . \sin\chi_0 \sin i}{\varrho_0} = \sin\lambda \qquad (16)$$

woraus hervorgeht

$$di = \frac{\varrho_0}{r \sin\chi_0} \cdot \frac{\cos\lambda\, d\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{\varrho_0}{r . \sin\chi_0}\right)^2 \sin^2\lambda}}$$

$$\sqrt{\varrho_0^2 - r^2 \sin^2\chi_0 \sin^2 i}\, di = \frac{\varrho_0^2}{r \sin\chi_0} \cdot \frac{\cos^2\lambda\, d\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{\varrho_0}{r . \sin\chi_0}\right)^2 \sin^2\lambda}} \qquad (17)$$

Digitized by Google

$$\cos i \sqrt{\varrho_0^2 - r^2 \sin^2 \chi_0 \sin^2 i} \; . \; di = \frac{\varrho_0^2}{r \sin \chi_0} \cos^2 \lambda \, d\lambda \tag{18}$$

Während i von 0 bis $\arcsin\left(\frac{\varrho_0}{r \sin \chi_0}\right)$ fortschreitet, wächst λ von 0 bis $\frac{\pi}{2}$, so dass wir schliesslich haben

$$f = 4 \int_{i=0}^{i = \arcsin\left(\frac{\varrho_0}{r \sin \chi_0}\right)} \varphi \, d\varphi \, di$$

$$= \left(\frac{a \varrho_0}{r}\right)^2 \sec \tfrac{1}{2} \chi_0 \left[(1 - \cos^2 \tfrac{1}{2} \chi_0 \cos \chi_0) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^2 \lambda \, d\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{\varrho_0}{r \sin \chi_0}\right)^2 \sin^2 \lambda}} + \cos^2 \tfrac{1}{2} \chi_0 \cos \chi_0 \frac{\pi}{4} \right] \tag{19}$$

Bei dem angestrebten Grade der Genauigkeit vereinfacht sich diese Formel bedeutend für fast alle Werthe von χ_0.

Es sei zuerst χ_0 von der Ordnung von $\frac{\varrho_0}{r}$. Alsdann hat das in f vorkommende Integral einen sehr kleinen Factor, weil

$$1 - \cos^2 \tfrac{1}{2} \chi_0 \cos \chi_0 = \sin^2 \tfrac{1}{2} \chi_0 (3 - 2 \sin^2 \tfrac{1}{2} \chi_0)$$

ist. Ferner kann man alsdann für $\cos \frac{1}{2} \chi_0$ und $\cos \chi_0$ 1 setzen, so dass

$$f = \left(\frac{a \varrho_0}{r}\right)^2 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot \sec \tfrac{1}{2} \chi_0 \tag{20}$$

wird. Der Factor $\sec \frac{1}{2} \chi_0$ ist der Uebereinstimmung mit den späteren Ausdrücken wegen beibehalten worden. Ebenso können wir verfahren, wenn χ_0 von der Ordnung von a ist. Doch bietet sich alsdann noch eine andere Art der Discussion dar: Es ist nämlich dann $\left(\frac{\varrho_0}{r \sin \chi_0}\right)^2$ von der zweiten Ordnung, so dass bei Vernachlässigung dieser Grösse das Integral übergeht in

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 \lambda \, d\lambda = \frac{\pi}{4}, \text{ also}$$

$$f = \left(\frac{a \varrho_0}{r}\right)^2 \left[(1 - \cos^2 \tfrac{1}{2} \chi_0 \cos \chi_0) \frac{\pi}{4} + \cos^2 \tfrac{1}{2} \chi_0 \cos \chi_0 \frac{\pi}{4} \right] \sec \tfrac{1}{2} \chi_0$$

$$= \left(\frac{a \varrho_0}{r}\right)^2 \frac{\pi}{4} \sec \tfrac{1}{2} \chi_0.$$

Ebenso wird noch verfahren, wenn χ_0 grössere Werthe annimmt, und auch dann noch, wenn es von $a - \frac{\varrho_0}{r}$ nur um Grössen erster Ordnung verschieden ist.

Der Fall der Gleichung (13) ist gleichfalls leicht zu erledigen. Da es sich hier nur um sehr kleine χ handelt, so können wir setzen nach (6)

$$\varphi = \frac{a}{2} \chi,$$

oder mit Hülfe von (2)

$$\varphi = \frac{a}{2} \cdot \cos i \, . \chi_0.$$

Daher

$$\varphi^2 + d\varphi^2 = \frac{a^2}{4} \left(\chi_0^2 \cos^2 i + \frac{\varrho_0^2}{r^2} - \chi_0^2 \sin^2 i \right)$$

$$= \frac{a^2}{4} \left(\chi_0^2 \cos 2i + \frac{\varrho_0^2}{r^2} \right)$$

$$f = \int_0^{\pi} (\varphi^2 + d\varphi^2) \, di$$

$$= \left(\frac{a \varrho_0}{r}\right)^2 \frac{\pi}{4}.$$

Da hier $\sec \frac{1}{2} \chi_0$ von 1 nur um Grössen 4. Ordnung abweicht, so können wir auch hier setzen

$$f = \left(\frac{a \varrho_0}{r}\right)^2 \frac{\pi}{4} \cdot \sec \tfrac{1}{2} \chi_0.$$

Hiernach ist in allen gedachten Fällen die Anzahl der Bahnen, welche aus der unendlich schmalen Zone $2R^2 \pi \sin \chi_0 d\chi_0$ herkommen, proportional

$$\left(\frac{R a}{r} \frac{\varrho_0 \pi}{r}\right)^2 \sin \tfrac{1}{2} \chi_0 \, d\chi_0.$$

Bezeichnen wir durch dz diese Anzahl und durch c eine Constante, so ist hiernach

$$dz = c \sin \tfrac{1}{2} \chi_0 \frac{d\chi_0}{2} \tag{21}$$

und durch Integration bei Berücksichtigung, dass für $\chi_0 = 0$ auch $z = 0$ sein muss,

$$z = c \, (1 - \cos \tfrac{1}{2} \chi_0). \tag{22}$$

Es möge sich nun χ_0 immer mehr dem Werthe $a - \frac{\varrho_0}{r}$ nähern. Alsdann wird sich das Integral in f

Digitized by Google

Gleichung (19) immermehr dem Werthe $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos\lambda \, d\lambda = 1$, also f dem Werthe $\left(\frac{\alpha \varrho_0}{r}\right)^2 \sec\frac{1}{2}\chi_0$ nähern, einer Grenze, die von dem früheren Werthe $f = \left(\frac{\alpha \varrho_0}{r}\right)^2 \frac{\pi}{4} \sec\frac{1}{2}\chi_0$ allerdings verschieden ist, da $\frac{\pi}{4} = 0.7854$ ist. Da aber eine Annäherung an diesen Grenzwerth nur in einer ausserordentlich schmalen Zone stattfindet, so kann von dem Unterschiede ganz abgesehen werden; die Beobachtungen würden ihn überdies nie erkennen lassen.

Nunmehr möge χ_0 die Grenze $\pi - \frac{\varrho_0}{r}$ überschreiten und sich bis π ändern. Hierbei ist nicht die Formel (13) anzuwenden, da φ grösser als $d\varphi$ ist. Doch müssen die Grenzen der Integration so bestimmt werden, dass χ nicht den Werth π überschreitet, was gegen unsere Festsetzung wäre. Aus (2) folgt, dass aus diesem Grunde die obere Grenze von i gleich $\frac{\pi}{2}$ ist, wodurch

$$f = 4 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \varphi \, d\varphi \, di \qquad (23)$$

wird.

Man beachte nun, dass in (15) $\cos^2\frac{1}{2}\chi_0$ eine kleine Grösse 4. Ordnung und $\sin\frac{1}{2}\chi_0$ nahe gleich 1 ist, wodurch

$$f = \frac{2\alpha^2}{r} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\varrho_0^2 - r^2 \sin^2\chi_0 \sin^2 i} \; di$$

wird, oder, da $r \sin\chi_0 < \varrho_0$, mittelst eines elliptischen Integrals zweiter Gattung

$$f = 2\alpha^2 \frac{\varrho_0}{r} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - \left(\frac{r \sin\chi_0}{\varrho_0}\right)^2 \sin^2 i} \, di.$$

Hiernach liegt f zwischen $2\alpha^2 \frac{\varrho_0}{r}$ und $\alpha^2 \frac{\varrho_0}{r}$. Der letztere Werth ist kleiner, als wenn er nach dem Gesetze $\left(\frac{\alpha \varrho_0}{r}\right)^2 \frac{\pi}{4} \sec\frac{1}{2}\chi_0$ gebildet wäre, da $\sec\frac{\pi}{2} = \infty$ ist. Da die zuletzt betrachteten Fälle nur eine Zone betreffen, deren Breite von der zweiten Ordnung ist, so thun wir der erstrebten Genauigkeit durchaus keinen Abbruch, wenn wir sie ganz ausser Acht lassen und zwischen $\chi_0 = 0$ und $\chi_0 = \pi$ annehmen

$$f = \left(\frac{\alpha \varrho_0}{r}\right)^2 \frac{\pi}{4} \sec\frac{1}{2}\chi^0 \text{ und}$$

$$z = c(1 - \cos\tfrac{1}{2}\chi_0).$$

(Schluss folgt.)

Anzeige.

Es ist schon in früheren Bänden bemerkt worden, dass ohne ausdrückliche Bestellung und Vorausbezahlung keine Nummer eines neuen Bandes versandt wird. Die Herren Abonnenten, welche diese Blätter fortzusetzen wünschen, werden also ersucht, um Unterbrechungen zu vermeiden, baldmöglichst ihre Bestellungen einzusenden.

Man pränumerirt bei der Expedition dieses Blattes (Kiel, Königliche Sternwarte) pro Band mit 12 Mark deutscher Reichsmünze, und von diesem Preise wird auch den Buchhandlungen und Postämtern kein Rabatt gegeben, die also nothwendig ihren Abnehmern höhere Preise berechnen müssen. — Ueberhaupt sind alle in dieser Anzeige berechneten Preise Nettopreise.

Für die von der Expedition mit der Post versandten Exemplare ist der Preis pro Band für Deutschland, Oesterreich, Dänemark, Schweden und Russland 15 Mark deutscher Reichsmünze, für England 15 sh., für Frankreich 18 Francs, für Italien 20 Lire, für Nordamerika $3^1/_2$ Dollars.

Einzelne Nummern werden nur zur Completirung, wenn sie vorräthig sind, zum Preise von 60 Pfennigen überlassen. — Den Hauptdebit dieses Blattes hat, wie bisher, die Buchhandlung von W. Mauke Söhne in Hamburg.

Inhalt:

Zu Nr. 2327. *Rudolf Lehmann-Filhés.* Ueber die Vertheilung der Radiationspunkte an der Himmelskugel. 353. — Anzeige. 367.

Kiel. Aug. 4. 1880. Druck von C. F. Mohr

Digitized by Google

Astronomische Nachrichten.

Expedition auf der Königlichen Sternwarte bei Kiel.

Herausgeber: Dr. C. F. W. Peters.

Band 97. **Nr. 2328.** 24.

Ueber die Vertheilung der Radiationspunkte an der Himmelskugel.

Von Dr. *Rudolf Lehmann-Filhés.*

(Schluss.)

Wir wenden uns nunmehr zu den mit b charakterisirten Gleichungen, welche dem Falle angehören, dass Φ zwischen π und $\arctg\left(-\frac{1}{a}\right)$ liegt.

Von vornherein bemerken wir, dass wir kleine Werthe von χ_0 nicht berücksichtigen, weil diese Werthe von Φ nahe an π ergeben, d. h. Radiationspunkte in der Nähe der Sonne, welche begreiflicher Weise nicht beobachtet werden können. Auch können Meteore mit sehr kleiner Perihelistanz nach ihrem Periheldurchgange gar nicht zur Erde gelangen, da sie nothwendig von der Sonne aufgefangen werden müssen.

Eine Betrachtung ganz analog der vorher angestellten ergiebt nun:

$$\left.\begin{aligned} dr &= + \varrho \sin\Phi \\ r d\chi &= - \varrho \cos\Phi \end{aligned}\right\} \quad (24)$$

und zufolge (9b)

$$d\varphi = -\frac{a}{2}\cdot\frac{\varrho}{r}\cdot\frac{\cos(\frac{1}{2}\chi+\Phi)+a\cos\Phi}{1+2a\cos\frac{1}{2}\chi+a^2}$$

oder nach (7b)

$$d\varphi = \frac{a}{2}\cdot\frac{\varrho}{r}\cdot\frac{\cos\varphi - a\cos\Phi}{1+2a\cos\frac{1}{2}\chi+a^2}.$$

Diese Gleichung reducirt sich wieder bei dem angestrebten Grade der Genauigkeit auf die Gleichung (11)

$$d\varphi = \frac{a}{2}\cdot\frac{\varrho}{r}.$$

Dass die Gleichung (6) $\varphi = a\sin\frac{1}{2}\chi$ auch jetzt stattfindet, ist bei Ableitung dieser Gleichung schon gezeigt. Wir haben demnach zur Bestimmung von f wieder die Gleichung (12) und gelangen durch genau dieselben Betrachtungen wie vorher wieder zu der Gleichung (20) $f = \left(\frac{a\varrho_0}{r}\right)^2\frac{\pi}{4}\sec\frac{1}{2}\chi_0$. Diese Gleichung gilt also allgemein, ebenso wie die daraus abgeleitete (22) $z = c\,(1-\cos\frac{1}{2}\chi_0)$.

Zur völligen Lösung unserer Aufgabe ist jetzt nur noch ein kleiner Schritt zu thun. Man findet nämlich aus (22) und (7a)

$$z = c\,[1-\cos(\Psi_0-\varphi_0)] \qquad (25a)$$

und aus (22) und (7b)

$$z = c\,[1+\cos(\Phi_0-\varphi_0)]. \qquad (25b)$$

Zunächst können wir nun gegen Φ_0 den kleinen Winkel φ_0 vernachlässigen. Ferner beachte man, dass in (25b) der Winkel Φ_0 von π an abnehmend zu denken ist, da hier mit $\chi=0$, $\Phi=\pi+\varphi=\pi$ .. zusammentrifft. Soll also Φ_0 wachsen, so müssen wir z von $2c$ subtrahiren, wodurch wir denn für beide Fälle gemeinschaftlich erhalten:

$$z = c(1-\cos\Phi_0). \qquad (26)$$

Denken wir uns an der Himmelskugel einen vom Antheilon um den Bogen grössten Kreises Φ_0 entfernten Kreis, so schneidet dieser eine Calotte ab, deren Inhalt proportional $1-\cos\Phi_0$ ist. Nach (26) ist also die Anzahl der aus dieser Calotte herkommenden Meteorbahnen proportional der Fläche der Calotte, oder mit anderen Worten:

Die Vertheilung der Radiationspunkte an der Himmelskugel ist eine gleichförmige.

Aus der ganzen Art der Ableitung geht hervor, dass wir uns auf dem eingeschlagenen Wege über die Vertheilung der Radiationspunkte in beliebig kleinen Flächenstücken der Himmelskugel keine Rechenschaft, wenigstens nicht an jeder beliebigen Stelle des Himmels geben können; denn wir haben gesehen, dass die aus einem Punkte U herkommenden Parabeln nicht parallel unter einander oder unter gleichem Winkel zur Richtung $E_0 S$ die Erde treffen. Hierauf kommt es aber gar nicht an, da wir absichtlich nicht mit Schärfe definirt haben, in welchen Punkten die Bahnen genau dieselbe Richtung haben müssen, um für parallel zu gelten.

Wenn wir also sagen, dass die Dichtigkeit der Radiationspunkte eine gleichförmige ist, so meinen wir

Digitized by Google

hiermit immer nur die mittlere Dichtigkeit in einem endlichen, wenn auch kleinen Stück der Himmelskugel. Man kann dies Verfahren nicht besser rechtfertigen, als es Schiaparelli mit folgenden treffenden Worten gethan hat:

„Da es sich hier nicht um eine continuirliche Function handelt, sondern um nach dem Zufall vertheilte Radianten, so hat der Begriff der Dichtigkeit nur dann einen Werth, wenn man sie für einigermassen grosse Räume nimmt; man kann ihn aber nicht auf die unendlich kleinen Elemente der Kugeloberfläche ausdehnen " (Entwurf einer astronomischen Theorie der Sternschnuppen, S. 130.)

Gelangen die Meteore schwarmweise zur Erde, sodass sie ihrer gegenseitigen Anziehung ausgesetzt sind, so entsteht durch die hieraus erzeugten relativen Bewegungen der Meteore zu einander dennoch keine Störung des allgemeinen Gesetzes, da wir wohl ein Recht haben, in allen Gegenden der Sphäre nach der Theorie des absoluten Zufallspiels durchschnittlich gleiche Wirkungen der gegenseitigen Meteoranziehungen vorauszusetzen.

Wir dürfen wohl hoffen durch die gegebenen Auseinandersetzungen jenen im Eingange dieser Abhandlung bezeichneten Zwiespalt zwischen Theorie und Beobachtung beseitigt zu haben, und es muss gewiss als ein sehr willkommener Umstand angesehen werden, dass aus der einfachsten und wahrscheinlichsten Hypothese über die Vertheilung der Bahnen in bedeutenden Sonnenfernen jenes einfachste Gesetz über die Vertheilung der Radiationspunkte folgt, welches die Astronomen ohne theoretische Begründung schon längst ihren Untersuchungen zu Grunde gelegt haben.

Berlin 1880, Juni 3.

Rudolf Lehmann-Filhés.

Ephemerides of the five inner Satellites of Saturn. 1880—81.

By *A. Marth.*

Longitudes of the satellites reckoned in their orbits from the points which are in superior conjunction with the planet's centre.

Greenwich Noon	Mimas. l_1-L	Diff.	Enceladus. l_2-L	Diff.	Tethys. l_3-L	Diff.	Dione l_4-L	Diff.	Rhea l_5-L	Diff.
1880 Aug. 2	312°43	1910°08	18°35	1313°72	72°63	953°53	335°68	657°69	268°48	398°43
7	62.57	.10	252.07	.77	306.16	.56	273.37	.72	306 91	.48
12	172.67	.14	125.84	.81	179.72	.61	211.09	.76	345 39	.51
17	282.81	.18	359.65	.84	53.33	.64	148.85	.80	23 90	.56
22	32.99	.22	233.49	.88	286 97	.68	86.65	.84	62.46	.60
27	144.21	.24	107.37	.91	160 65	.72	24.49	.88	101 06	.63
Sept. 1	253.45	1910.28	341.28	1313.94	34.37	953.74	322.37	657.92	139.69	398 67
6	3.73	.29	215.22	.97	268 11	.78	260.19	.94	178.36	70
11	114.02	.32	89.19	1313.99	141.89	.80	198.23	657.97	217.06	.73
16	224.34	.33	323.18	1314.02	15.69	.83	136.20	658.00	255.79	.76
21	334.67	.35	197.20	.03	249.52	.85	74.20	.02	294.55	.79
26	85.02	.35	71.23	.04	123.37	.86	12.22	.03	333 34	.80
Oct. 1	195.37	1910.35	305.27	1314.05	357 23	953.87	310.25	658.05	12.14	398.82
6	295.72	.35	179.32	.05	231.10	.88	248 30	.05	50.96	.82
11	56.07	.34	53.37	.04	104.98	.87	186.35	.06	89 78	.83
16	166 41	.33	287.41	.04	338 85	.87	124.41	.05	128.61	.83
21	276.74	.31	161.45	.02	212.72	.86	62.46	.05	167 44	.82
26	27.05	.28	35.47	1314.01	86.58	.84	0 51	.03	206.26	.81
31	137.33	1910.25	269.48	1313.98	320 42	953.82	298.54	658 01	245.07	398.80

Digitized by Google

Greenwich Noon	Mimas. l_1-L	Diff.	Enceladus. l_2-L	Diff.	Tethys. l_3-L	Diff.	Dione l_4-L	Diff.	Rhea l_5-L	Diff
1880 Nov. 5	247°58	1910°22	143°46	1313°95	194°24	953°79	236°55	657°99	283°87	398°77
10	357 80	.18	17.41	.91	68.03	.77	174.54	.96	322.64	.75
15	107.98	.14	251.32	.88	301.80	.73	112.50	.93	1 39	.72
20	218.12	.09	125.20	.84	175.53	.69	50.43	.90	40.11	.68
25	328.21	.05	359.04	.80	49 22	.65	348.33	.85	78.79	.65
30	78 26	1910.00	232.84	1313.75	282.87	953 61	286.18	657.82	117.44	398.61
Dec. 5	188.26	1909.95	106.59	.71	156.48	.57	224.00	.77	156.05	.57
10	298.21	.90	340.30	.66	30 05	.52	161.77	.73	194.62	.53
15	38.11	.85	213.96	.61	263.57	.47	99.50	.68	233.15	.48
20	157 96	.80	87.57	.56	137 04	.43	37.18	.64	271.63	.44
25	267.76	.75	321.13	.52	10.47	.38	334 82	.60	310.07	.39
30	17.51	1909.71	194.65	1313.47	243.85	953.34	272.42	.60	348.46	398.35
1881 Jan. 4	127 22	.66	68.12	.43	117.19	.29	209.97	657.55	26.81	.31
9	236.88	.62	301.55	.38	350.48	.25	147 47	.50	65.12	.26
14	346.50	.58	174 93	.35	223.73	.21	84.94	.47	103.38	.22
19	96.08	.54	48.28	.30	96.94	.17	22.36	.38	141.60	.18
24	205.62	.50	281 58	.27	330.11	.13	319.74	.34	179 78	.14
29	315.12	1909.46	154.85	1313.23	203.24	953.10	257.08	657.31	217.92	398.11
Febr. 3	64 58	.44	28.08	.20	76.34	.06	194.39	.28	256.03	.07
8	174.02	.41	261.08	.17	309.40	.03	131.67	.24	294.10	.04
13	283.43	.39	134 45	.15	182.43	953 01	68.91	.21	332.14	398.01
18	32.82	.37	7.60	.12	55.44	952.98	6.12	.19	10.15	397 99
23	142 19	1909.35	240.72	1313.10	288.42	952.94	303.31	657.16	48.14	397.96
28	251.54		113.82		161.38		240.47		86.10	

These values are to be interpolated for the times for which the places of the satellites are required. The rectangular coordinates x and y, reckoned parallel to the axes of the ring and expressed in seconds of arc, or, if polar-coordinates are wanted, the position-angles p and distances s are then found by

$$s \sin(p-P) = x = a \sin(l-L)$$
$$s \cos(p-P) = y = b \cos(l-L),$$

the values of the semi-axes a and b of the apparent orbits, and the position-angle P of the minor axes being taken from the next table. The two last columns of the table give the hourly changes x' and y' of the coordinates x and y of fixed stars near Saturn. If these changes dependent on the apparent motion of the planet are properly taken into account, they will serve to prevent fixed stars being mistaken for satellites.

Greenwich Noon	P	Mimas. a_1	b_1	Enceladus. a_2	b_2	Tethys. a_3	b_3	Dione a_4	b_4	Rhea a_5	b_5	Hourly change x'	y'
1880													
Aug. 2	1°084	28″17	— 7″60	36″14	— 9″75	44″74	—12″06	57″30	—15″45	80″03	—21″58	—2″2	—0″1
7	.078	28 43	7 66	36.47	9.83	45.14	12.17	57.82	15.59	80.74	21.77	—0.9	+0.4
12	.076	28 68	7.72	36.79	9 90	45.54	12 26	58.32	15 70	81.45	21.93	+0.3	0.8
17	.080	28.92	7.77	37.10	9.97	45.93	12.34	58.82	15.80	82.15	22.07	1.5	1.3
22	.089	29.16	7.81	37.41	10.02	46.31	12 40	59.31	15.88	82.83	22.18	2 7	1.7
27	.103	29 39	7.84	37.71	10 06	46.68	12.45	59.78	15.94	83.49	22.26	3.9	2.2
Sept. 1	1.121	29 61	— 7.86	37.99	—10.08	47.03	—12.48	60.23	—15 98	84.12	—22.32	+5.0	+2.6
6	.144	29.82	7.87	38.26	10.09	47.36	12.49	60 66	16.00	84.71	22.34	6.1	3.0
11	.171	30.01	7 86	38 50	10 09	47.67	12.49	61.05	15.99	85.25	22.33	7.1	3.4
16	.202	30.19	— 7.85	38.73	—10.07	47.94	—12.46	61.40	—15.96	85.75	—22.29	+8.0	+3.7

Digitized by Google

Greenwich Noon		p	Mimas. a_1	Mimas. b_1	Enceladus. a_2	Enceladus. b_2	Tethys. a_3	Tethys. b_3	Dione a_4	Dione b_4	Rhea. a_5	Rhea. b_5	Hourlychange x''	Hourlychange y''
1880														
Sept.	21	1°237	30″34	− 7″82	38″93	−10″04	48″19	−12″42	61″71	−15″91	86″18	−22 22	+ 8″8	+4″0
	26	.275	30.47	7 79	39 09	9 99	48 39	12.37	61.98	15 84	86.56	22 12	9 5	4.2
Oct.	1	1.316	30.58	− 7.74	39.23	− 9 93	48.57	− 12 29	62.20	−15 74	86.86	−21.98	+10 1	+4 4
	6	.359	30 66	7 68	39.34	9 86	48 69	12 20	62 36	15 63	87.09	21 82	10.5	4 5
	11	401	30.72	7 62	39.40	9 77	48 78	12.10	62 47	15.49	87.24	21.61	10 8	4.6
	16	.448	30 74	7 54	39 44	9 68	48.82	11 98	62.52	15 34	87.32	21.43	11.0	4 6
	21	.493	30.74	7.46	39.43	9 58	48 81	11.85	62.52	15 18	87.31	21 20	11.0	4.5
	26	.538	30 71	7 38	39.39	9 47	48 76	11 72	62.45	15 01	87 22	20.96	10.9	4 4
	31	1.582	30 65	− 7 29	39.32	− 9 35	48 67	−11 58	62 33	−14.83	87.05	−20.70	+10.6	+4.2
Nov.	5	.625	30 56	7.20	39 20	9 23	48.53	11.43	62 16	14 64	86.80	20.44	10.1	4.0
	10	.665	30.45	7 10	39.06	9 11	48.35	11.28	61.92	14 45	86 48	20.18	9.5	3.7
	15	.702	30 31	7.01	38 88	9 00	48 13	11 14	61.64	14 26	86.09	19 92	8 8	3.3
	20	.736	30.15	6 92	38 68	8 88	47.88	10.99	61.32	14 08	85 63	19.66	8.0	2 9
	25	767	29 97	6 83	38.44	8.77	47.59	10.85	60.95	13.90	85 12	19.41	7.1	2 5
	30	1.794	29 77	− 6 75	38.19	− 8.66	47 27	−10.72	60 55	−13 73	84.55	−19.18	+ 6.0	+2 0
Dec.	5	.816	29 55	6.67	37 91	8 56	46 93	10 60	60.11	13.57	83 94	18.96	4.9	1.5
	10	.833	29.33	6 60	37.62	8.47	46 57	10.49	59.65	13.43	83.30	18.75	3.7	0.9
	15	.846	29 09	6 54	37 32	8 39	46 19	10 38	59.16	13 30	82.62	18.57	2.5	+0.4
	20	.854	28 84	6 48	37.00	8.32	45 80	10 29	58 67	13.18	81 93	18.41	+ 1.3	−0.2
	25	.857	28 59	6.43	36.68	8.25	45 41	10.22	58 16	13.09	81.21	18.27	0.0	−0.8
	30	1 855	28 34	− 6.39	36,36	− 8.20	45.01	−10.15	57.64	−13 00	80.49	−18.16	− 1.2	−1.3
1881														
Jan.	4	.847	28.09	6 36	36.03	8.16	44.60	10 10	57.12	12.94	79.77	18.07	− 2.5	−1.9
	9	.835	27.83	6.34	35.71	8.13	44.20	10 07	56.61	12.89	79.06	18.00	− 3.8	−2.4
	14	.817	27 58	6.32	35.39	8.11	43.81	10.04	56 10	12.86	78 35	17.96	− 5 0	−2 9
	19	.795	27 34	6.32	35 08	8.10	43.42	10.03	55.61	12.85	77 66	17.94	− 6 2	−3.4
	24	.768	27.10	6 32	34.77	8.11	43 04	10.03	55 13	12.85	76 98	17.95	− 7.3	−3.9
	29	1.736	26 87	− 6.33	34.48	− 8 12	42.68	−10.05	54 66	−12.87	76 33	−17 97	− 8.4	−4.3
Febr.	3	.700	26.65	6.34	34.19	8 14	42.33	10.08	54 21	12 90	75.71	18.02	− 9 5	−4.7
	8	.659	26.45	6 37	33.93	8 17	42.00	10.11	53.79	12 95	75 11	18.09	−10 5	−5.1
	13	.614	26 25	6.40	33.67	8.21	41.68	10 16	53 38	13.01	74.55	18.18	−11.4	−5.5
	18	.566	26.06	6.44	33.43	8 26	41.39	10.22	53 01	13 09	74.02	18.28	−12.3	−5.8
	23	.514	25.89	6 48	33.21	8.31	41.11	10.29	52.65	13.18	73 53	18.40	−13 1	−6 0
	28	1.459	25.73	− 6.53	33.00	− 8.38	40.86	−10.37	52.33	−13 28	73 07	−18.54	−13.9	− 6 3

The difference of the planetocentric longitudes of the Sun and Earth reckoned along the plane of the ring, the latitudes of the Sun and Earth above the plane of the ring, the axes of the ring, the diameters of the ball and the greatest defect of illumination are the following:

Digitized by Google

Greenwich Noon		Annual parallax $A-L$	Latitude of Sun above plane of ring	Latitude of Earth above plane of ring	Major axis of ring	Minor axis of ring	Equat. Diam. of ball	Polar Diam. of ball	Greatest phase
1880									
Aug.	2	− 5″855	−13″356	−15″642	41″30	−11″14	17″92	16″26	0″047
	7	5.745	13 426	15 638	41.67	11 23	18 08	16 41	.045
	12	5 591	13 495	15 618	42.04	11 32	18 24	16 55	.043
	17	5 395	13 565	15 583	42.40	11.39	18.39	16 69	.041
	22	5.158	13 634	15.532	42.75	11.45	18 54	16.83	.038
	27	4 880	13 703	15 467	43 09	11 49	18.69	16 96	.034
Sept.	1	− 4 561	−13 772	−15 387	43.41	−11 52	18.83	17 09	0.030
	6	4.204	13.841	15 293	43 72	11.53	18.97	17.21	.026
	11	3 812	13 910	15.187	44.00	11 53	19 09	17.32	.021
	16	3.386	13.979	15.069	44.26	11.51	19.20	17 41	.017
	21	2 930	14.047	14 941	44.48	11 47	19 30	17 50	.013
	26	2.448	14 116	14.804	44 68	11 42	19.38	17.57	.009
Oct.	1	− 1.944	−14.185	−14.661	44.83	−11.35	19.45	17.63	0.006
	6	1.422	14 253	14 512	44 95	11 26	19.50	17.68	.003
	11	0.886	14 321	14 360	45.03	11 17	19 53	17.71	.001
	16	− 0 343	14.390	14 207	45.07	11.06	19.55	17 72	.000
	21	+ 0.203	14 458	14.054	45.06	10.94	19.55	17 71	foll. 1.
	26	0.747	14.526	13.904	45 02	10 82	19.53	17.69	.001
	31	+ 1 283	−14 594	−13.759	44.93	−10 69	19.49	17 66	0.002
Nov.	5	1.806	14.662	13 622	44 80	10.55	19.43	17.60	.005
	10	2.311	14.729	13.494	44 63	10.41	19 36	17.54	008
	15	2.794	14.797	13 377	44.43	10.28	19 27	17.46	.012
	20	3 250	14.865	13.273	44 20	10 15	19.17	17.36	.015
	25	3.676	14 932	13.183	43.93	10 02	19.06	17.26	.020
	30	+ 4.069	−14 999	−13.109	43 64	− 9.90	18.93	17.14	0.024
Dec.	5	4 425	15 067	13.052	43.33	9 78	18.79	17 02	.028
	10	4.742	15.134	13.012	42 99	9.68	18.65	16.88	.032
	15	5 018	15.201	12.990	42.64	9.59	18 50	18.75	.035
	20	5 253	15 268	12.988	42.28	9 50	18.34	16.61	.038
	25	5.445	15.334	13 004	41.92	9.43	18 18	16.46	.041
	30	+ 5.594	−15.401	−13.038	41.55	− 9.37	18.02	16 32	0.043
1881									
Jan.	4	5 700	15 468	13 092	41.17	9 33	17.86	16 17	.044
	9	5.762	15 534	13.164	40.80	9.29	17 70	16.03	.045
	14	5.781	15 600	13.253	40 44	9.27	17.54	15.89	.045
	19	5 760	15.667	13 359	40.08	9.26	17 39	15.75	.044
	24	5.699	15 733	13 481	39 73	9.26	17.24	15 61	0.43
	29	+ 5.599	−15.799	−13 619	39.40	− 9 28	17.09	15.48	0 041
Febr.	3	5.461	15 865	13.771	39.08	9 30	16 95	15.36	.039
	8	5.288	15 931	13.935	38.77	9.34	16.82	15.24	.636
	13	5 082	15.996	14 111	38 48	9 38	16.69	15.13	033
	18	4 845	16 062	14 297	38 21	9 43	16.57	15 02	.030
	23	4 579	16.137	14 494	37.95	9.50	16 46	14.92	.026
	28	+ 4.285	−16 193	−14 701	37.71	− 9 57	16.36	14.84	0.023

Digitized by Google

The assumed proportion of the polar axis to the equatoreal axis is 0.900. The diminution of the apparent polar diameter corresponding to the value 0.890 would be 0″18 from Sept. to December, decreasing to 0″16 in February. The opportunities, afforded during the last four years, for contributing to the better determination of the equatoreal diameter by careful observations of the conjunctions of the satellites with the preceding and following limbs of the ball seem to have been almost entirely neglected.

Approximate times of conjunctions of the satellites with the centre of the ball and, in the case of Mimas, of greatest elongations.

„N“ inferior conj. with centre of ball, or satellite exactly in the direction of the minor axis of the ring, north, moving from the following to the preceding side.

„S“ superior conj., or sat. south, moving from the preceding to the following side.

„E“ and „W“ greatest elongations, east and west.

1880	Gr. m. t.		1880	Gr. m. t.		1880	Gr. m. t.		1880	Gr. m. t.		1880	Gr. m. t.	
Aug.	14	10h6 Rh. N	Aug.	26	14h2 En. S	Sept.	8	6h7 Rh. S	Sept.	19	10h0 Mi. E	Sept.	29	7h5 Mi. W
		12.0 Di. N			19.5 Di. S			8.8 Te. S			13.5 Rh. N			18.8 Mi. E
		14.6 Mi. E		28	15.5 En. N			13.9 Mi. W			13.5 En. N			20.1 En. S
		20.0 Te. S		29	13.2 Di. S			14.5 En. N			16.6 Te. S		30	12.6 En. N
	15	13.3 Mi. E			16.5 Mi. E		9	7.5 Te. N		20	8.6 Mi. E			17.4 Mi. E
		15.1 En. S		30	6.0 Rh. S			11.8 Di. S			10.5 Di. S			20.3 Rh. S
		18.6 Te. N			15.1 Mi. E			12.6 Mi. W			15.2 Te. N	Oct.	1	9.1 Di. S
		20.8 Di. S			16.8 En. S		10	6.1 Te. S		21	7.2 Mi. E			16.0 Mi. E
	16	11.9 Mi. E			21.0 Te. N			11.2 Mi. W			13.9 Te. S		2	13.9 En. S
		16.8 Rh. S			22.0 Di. N			12.8 Rh. N			14.9 En. S			14.6 Mi. E
		17.3 Te. S		31	13.7 Mi. E			15.9 En. S			18.5 Mi. W			17.9 Di. N
	17	5.7 Di. N			19.7 Te. S			20.7 Di. N			19.3 Di. N			21.6 Te. S
		10.5 Mi. E	Sept.	1	6.9 Di. S		11	8.3 En. N			19.7 Rh. S		3	13.2 Mi. E
		15.9 Te. N			12.0 Rh. N			9.8 Mi. W		22	12.5 Te. N			20.3 Te. N
		16.5 En. N			12.3 Mi. E		12	5.5 Di. S			17.2 Mi. W		4	11.8 Mi. E
	18	14.5 Di. S			18.1 En. N			8.4 Mi. W		23	11.2 Te. S			15.2 En. N
		14.6 Te. S			18.3 Te. N			17.2 En. N			15.8 Mi. W			18.9 Te. S
	19	13.2 Te. N		2	10.6 En. S			19.0 Rh. S			16.2 En. N		5	8.6 Rh. S
		17.8 En. S			11.0 Mi. E			19.7 Mi. E		24	8.6 En. S			10.4 Mi. E
	20	10.2 En. N			15.7 Di. N		13	9.6 En. S			9.8 Te. N			11.5 Di. N
		11.9 Te. S			17.0 Te. S			14.3 Di. N			12.9 Di. N			17.6 Te. N
	21	5.2 Rh. S		3	15.6 Te. N			18.3 Mi. E			14.4 Mi. W		6	9.1 Mi. E
		8.2 Di. S			18.3 Rh. S		14	16.9 Mi. E		25	8.5 Te. S			16.2 Te. S
		10.5 Te. N			19.5 En. S			18.5 En. S			13.0 Mi. W			16.5 En. S
		16.3 Mi. W			20.9 Mi. W		15	10.9 En. N			17.5 En. S			20.4 Mi. W
	22	9.2 Te. S		4	11.9 En. N			15.6 Mi. E			21.8 Di. S			20.4 Di. S
		11.5 En. S			14.3 Te. S			22.0 Te. S		26	7.1 Te. N		7	7.7 Mi. E
		14.9 Mi. W			19.5 Mi. W		16	8.0 Di. N			8.0 Rh. S			8.9 En. N
		17.0 Di. N		5	9.4 Di. N			14.2 Mi. E			9.9 En. N			14.8 Rh. N
	23	7.8 Te. N			12.9 Te. N			19.8 En. N			11.6 Mi. W			14.9 Te. N
		11.4 Rh. N			18.1 Mi. W			20.7 Te. N		27	5.8 Te. S			19.0 Mi. W
		13.5 Mi. W			20.8 En. N		17	7.4 Rh. S			6.6 Di. N		8	5.2 Di. N
	24	6.5 Te. S		6	11.6 Te. S			12.2 En. S			10.2 Mi. W			6.3 Mi. E
		12.1 Mi. W			13.2 En. S			12.8 Mi. E			18.8 En. N			13.5 Te. S
		12.9 En. N			16.7 Mi. W			16.8 Di. S		28	8.8 Mi. W			17.6 Mi. W
	25	10.7 Di. N			18.2 Di. S			19.3 Te. S			11.2 En. S			17.8 En. N
		10.7 Mi. W		7	10.2 Te. N		18	11.4 Mi. E			14.2 Rh. N		9	10.2 En. S
		17.6 Rh. S			15.3 Mi. W			18.0 Te. N			15.4 Di. S			12.1 Te. N

Digitized by Google

1880	Gr.	m.	t.	
Oct. 9	14h0	Di.	S	
	16.2	Mi.	W	
	21.0	Rh.	S	
10	10.8	Te.	S	
	14.8	Mi.	W	
	19.1	En.	S	
11	9.4	Te.	N	
	11.6	En.	N	
	13.4	Mi.	W	
12	7.7	Di.	S	
	8.1	Te.	S	
	12.0	Mi.	W	
	20.4	En	N	
13	6.7	Te.	N	
	10.7	Mi.	W	
	12.9	En.	S	
	16.5	Di.	N	
14	5.3	En.	N	
	5.4	Te.	S	
	9.3	Mi.	W	
	9.3	Rh.	S	
15	4.0	Te.	N	
	7.9	Mi.	W	
	14.2	En.	N	
	19.2	Mi.	E	
16	6.5	Mi.	W	
	6.6	En.	S	
	10.1	Di.	N	
	15.5	Rh.	N	
	17.8	Mi.	E	
17	5.1	Mi.	W	
	15.1	En.	S	
	16.4	Mi.	E	
	19.0	Di.	S	
18	7.9	En.	N	
	15.0	Mi.	E	
	21.6	Rh.	S	
19	13.7	Mi.	E	
	16.8	En.	N	
	21.2	Te.	S	
20	9.3	En.	S	
	12.3	Mi.	E	
	12.6	Di.	S	
	19.9	Te.	N	
21	3.8	Rh.	N	
	10.9	Mi.	E	
	18.1	En.	S	
	18.5	Te.	S	

1880	Gr.	m.	t.	
Oct. 22	9h5	Mi.	E	
	10.6	En.	N	
	17.2	Te.	N	
23	6.3	Di.	S	
	8.0	Mi.	E	
	9.9	Rh.	S	
	15.8	Te.	S	
	19.4	Mi.	W	
	19.4	En.	N	
24	6.7	Mi.	E	
	11.9	En.	S	
	14.7	Te.	N	
	15.1	Di.	N	
	18.0	Mi.	W	
25	5.3	Mi.	E	
	13.1	Te.	S	
	16 1	Rh.	N	
	16.6	Mi.	W	
26	11.7	Te.	N	
	13.2	En.	N	
	15 3	Mi.	W	
27	5 6	En.	S	
	8.7	Di.	N	
	10.4	Te.	S	
	13.9	Mi.	W	
28	9.0	Te.	N	
	12.5	Mi.	W	
	14.5	En.	S	
	17.6	Di.	S	
29	6.9	En.	N	
	7.7	Te.	S	
	11.1	Mi.	W	
30	4.4	Rh.	N	
	6.3	Te.	N	
	9.7	Mi.	W	
	15.8	En.	N	
31	5.0	Te.	S	
	8.3	En.	S	
	8.3	Mi.	W	
	11.2	Di.	S	
Nov. 1	6.9	Mi.	W	
	10.6	Rh.	S	
	17.1	En.	S	
2	5.6	Mi.	W	
	9.6	En.	N	
	16.9	Mi.	E	
3	4.9	Di.	S	
	15.5	Mi.	E	

1880	Gr.	m.	t.	
Nov. 3	16h7	Rh.	N	
	18.5	En.	N	
4	10.9	En.	S	
	13.7	Di.	N	
	14 1	Mi.	E	
5	12.7	Mi.	E	
	19.8	En.	S	
6	11.3	Mi.	E	
	12.2	En.	N	
	19.5	Te.	N	
7	7.3	Di.	N	
	9.9	Mi.	E	
	18.1	Te.	S	
8	5.1	Rh.	N	
	8.6	Mi.	E	
	13.6	En.	S	
	16.2	Di.	S	
	16.8	Te.	N	
9	6.0	En.	N	
	7.2	Mi.	E	
	15.4	Te.	S	
	18.5	Mi.	W	
10	5.8	Mi.	E	
	11.2	Rh.	S	
	14.1	Te.	N	
	14.8	En.	N	
	17.1	Mi.	W	
11	4.4	Mi.	E	
	7.3	En.	S	
	9.8	Di.	S	
	12.7	Te.	S	
	15.7	Mi.	W	
12	11.4	Te.	N	
	14.3	Mi.	W	
	16.2	En.	S	
17	4 Rh		N	
	18.6	Di.	N	
13	8.6	En.	N	
	10.0	Te.	S	
	12.9	Mi.	W	
14	8.7	Te.	N	
	11.6	Mi.	W	
	17.5	En.	N	
15	7.3	Te.	S	
	9.9	En.	S	
	10.2	Mi.	W	
	12.3	Di.	N	
16	6.0	Te.	N	

1880	Gr.	m.	t.	
Nov. 16	8h8	Mi.	W	
	18.8	En.	S	
17	4 6	Te.	S	
	5.7	Rh.	N	
	7.4	Mi.	W	
	11.2	En.	N	
	18.7	Mi.	E	
18	6.0	Di.	N	
	6.0	Mi.	W	
	17.3	Mi.	E	
19	4.6	Mi.	W	
	11.9	Rh.	S	
	12.6	En.	S	
	14.8	Di.	S	
	15.9	Mi.	E	
20	5.0	En.	N	
	14.6	Mi.	E	
21	13.2	Mi.	E	
	13.9	En.	N	
	18.1	Rh	N	
22	6.3	En.	S	
	8.5	Di.	S	
	11.8	Mi.	E	
23	10 4	Mi.	E	
	15.2	En.	S	
	17.3	Di.	N	
	19.2	Te.	N	
24	7.6	En.	N	
	9 0	Mi.	E	
	17.8	Te.	S	
25	7.6	Mi.	E	
	16 5	Te.	N	
	16.5	En.	N	
26	6.3	Mi.	E	
	6.5	Rh.	N	
	9.0	En.	S	
	11.0	Di	N	
	15.1	Te.	S	
27	4.9	Mi.	E	
	13.8	Te.	N	
	16.2	Mi.	W	
28	10.3	En.	N	
	12.4	Te.	S	
	12.6	Rh.	S	
	14.8	Mi.	W	
29	4.6	Di.	N	
	11.1	Te.	N	
	13.4	Mi.	W	

1880	Gr.	m.	t.	
Nov. 30	9h7	Te.	S	
	11.6	En.	S	
	12.0	Mi.	W	
	13.5	Di.	S	
	18.8	Rh.	N	
Dec. 1	8.4	Te.	N	
	10.7	Mi.	W	
2	7.0	Te	S	
	9.3	Mi.	W	
	12.9	En.	N	
3	5.4	En.	S	
	5.7	Te.	N	
	7.1	Di.	S	
	7.9	Mi.	W	
4	4.3	To	S	
	6.5	Mi.	W	
	14.3	En.	S	
	16.0	Di.	N	
5	5.1	Mi.	W	
	6.7	En.	N	
	7.2	Rh.	N	
	16.4	Mi.	E	
6	3.7	Mi.	W	
	15.1	Mi.	E	
	15.6	En.	N	
7	8.0	En.	S	
	9.6	Di.	N	
	13.4	Rh.	S	
	13.7	Mi.	E	
8	12.3	Mi.	E	
	16.9	En.	S	
	18.5	Di.	S	
9	9.3	En.	N	
	10.9	Mi.	E	
	19.6	Rh.	N	
10	3.3	Di.	N	
	9.5	Mi.	E	
11	8.2	Mi.	E	
	10.7	En.	S	
	12.2	Di.	S	
	17.5	Te.	S	
12	6.8	Mi.	E	
	16.2	Te.	N	
13	5.4	Mi.	E	
	12.0	En.	N	
	14.8	To.	S	
14	4.5	En.	S	
	5.8	Di.	S	

Digitized by Google

1880	Gr.	m.	t.		1880	Gr.	m.	t.		1881	Gr.	m.	t.		1881	Gr.	m.	t.		1881	Gr.	m.	t.	
Dec. 14	880	Rh.	N		Dec. 24	12 98	Mi.	E		Jan 4	10 82	Eu.	N		Jan. 16	14 85	Te.	S		Jan. 28	9 98	Mi.	E	
	13 5	Te.	N		25	4 6	Di.	S		5	3 4	Di.	S		17	5 3	Rh.	S			9 9	Di.	N	
	15 3	Mi.	W			11 4	Mi.	E			6 6	Te.	S			10 7	Eu.	S			12 6	Rh.	N	
15	12 1	Te.	S			15 0	Rh.	S			7 6	Mi	W			11 1	Di.	N		29	8 5	Mi	E	
	13 3	Eu.	S		26	10 1	Mi	E		6	5 2	Te.	N			13 1	Te.	N		30	7 1	Mi.	E	
	13 9	Mi.	W			12 4	Eu.	S			6 2	Mi.	W			13 7	Mi.	W			11 2	Eu.	N	
	14 7	Di.	N			13 4	Di.	N			11 6	Eu.	S		18	11 8	Te.	S		31	3 6	Eu	S	
16	5 8	Eu.	N		27	4 9	Eu.	N			12 2	Di.	N			12 3	Mi.	W			3 6	Di.	N	
	10 8	Te.	N			8 7	Mi.	E		7	3 9	Te.	S		19	10 5	Te	N			5 7	Mi.	E	
	12 6	Mi.	W		28	7 3	Mi	E			4 0	Eu.	N			10 9	Mi.	W		Febr. 1	4 3	Mi.	E	
	14 2	Rh.	S			13 8	Eu.	N			4 8	Mi.	W			11 6	Rh	N			12 5	Di.	S	
17	9 4	Te.	S		29	5 9	Mi.	E		8	2 5	Te.	N			12 0	Eu.	N			12 5	Eu.	S	
	11 2	Mi.	W			6 2	Eu.	S			3 5	Mi.	W		20	4 5	Eu.	S		2	5 0	Eu.	N	
	14 7	Eu.	N			7 1	Di.	N			4 4	Rh.	S			4 8	Di.	N		3	13 1	Te.	N	
18	7 1	Eu	S			16 0	Te.	N			12 9	Eu.	N			9 1	Te.	S			13 9	Eu.	N	
	8 1	Te	N		30	3 5	Rh	S		9	5 3	Eu.	S			9 5	Mi.	W		4	6 2	Di.	N	
	8 4	Di.	N			4 6	Mi.	S			5 9	Di.	N		21	7 8	Te.	W			6 3	Eu.	S	
	9 8	Mi.	W			14 6	Te.	S			13 4	Mi.	E			8 2	Mi.	W			7 3	Rh.	S	
19	6 7	Te.	S		31	3 2	Mi.	E		10	10 6	Rh.	N			13 3	Eu.	S		5	10 4	Te.	N	
	8 4	Mi.	W			7 5	Eu.	N			12 0	Mi.	E			13 6	Di.	S			11 7	Te	S	
	16 0	Eu.	S			13 3	Te.	N			14 2	Eu.	S		22	5 8	Eu.	N		6	7 7	Eu.	N	
17 2	Di.	S				14 5	Mi.	W			14 8	Di.	S			6 4	Te	S			9 0	Te	S	
20	5 4	Te.	N		1881	Gr.	m.	t.		11	6 7	Eu.	N			6 8	Mi.	W			13 6	Rh.	N	
	7 0	Mi.	W		Jan 1	9 82	Rh.	N			10 6	Mi	E		23	5 1	Te.	N		7	7 7	Te.	N	
	8 4	Eu	N			11 9	Te.	S		12	9 3	Mi.	E			5 4	Mi	W		8	6 4	Te.	S	
21	2 6	Rh.	S			13 1	Mi	W			15 6	Eu.	N		24	3 8	Te.	S			8 8	Di.	N	
	4 1	Te.	S		2	8 9	Eu.	S			16 8	Rh.	S			4 0	Mi.	W			9 0	Eu.	S	
	5 7	Mi.	W			9 7	Di.	S		13	7 9	Mi.	E			7 2	Eu	S		9	5 0	Te.	N	
22	4 3	Mi.	W			10 6	Te.	N			8 0	Eu.	S			7 3	Di.	S		10	3 7	Te.	S	
	9 8	Eu	S			11 7	Mi	W			8 5	Di.	S		25	14 0	Mi.	E		11	2 1	Rh.	N	
	10 9	Di.	S		3	9 2	Te.	S		14	6 5	Mi.	E		26	6 3	Rh.	S			2 4	Te.	N	
	15 6	Mi.	E			10 3	Mi	W		15	5 1	Mi.	E			8 5	Eu.	N			2 5	Di.	N	
23	8 8	Rh.	N			15 9	Rh.	S			9 4	Eu.	N			12 6	Mi.	E		12	11 4	Di.	S	
	14 8	Mi.	E		4	7 9	Te	N		16	2 2	Di.	S		27	11 2	Mi.	E		13	8 4	Rh.	S	
24	11 1	Eu.	N			9 0	Mi.	W			3 7	Mi	E		28	9 8	Eu	S		15	5 2	Di.	S	

The longitudes of Mimas are considerably uncertain In order to reconcile the observations of 1879 with the Malta observations and with those of W. Herschel made in 1789, I have for the present adopted the hypothesis of accelerated motion. Whether the hypothesis will turn out to be correct or whether the apparent discrepancies in the motion of Mimas are to be explained in some other way, can only be decided by further observations and I must again suggest to the possessors of powerful telescopes to look out for the conjunctions of the satellite with the ends of the ring and to fix the true times of these conjunctions by very careful estimations These conjunctions occur about 2.7 hours before and after the times of greatest elongations and they will be more easily observable than during the last years, since Mimas will pass the end of the ring at a distance of 5.3 to 4.2 from its major axis. The conjunctions of the other satellites with the ends of the ring occur in the case

of	En.	Te.	Di.	Rh.
about	3 2	3 5	3 9	4 5

hours before and after the conjunctions with the centre at distances from the major axis of the ring of

	En.	Te.	Di.	Rh.	
	8.3	11.1	14.9	21.6	at the beginning of Sept.
to	6.6	8.9	12.0	17.3	at the middle of January.

1880 July 16. 66 Lambeth Road, London, S. E.

Inhalt:

Zu Nr. 2328. *Rudolf Lehmann-Filhés.* Ueber die Vertheilung der Radiationspunkte an der Himmelskugel. (Schluss.) 369. — *A. Marth.* Ephemerides of the five inner Satellites of Saturn. 1880—1881. 371.

Kiel. Aug. 7, 1880. Druck von C. F. Mohr.

Digitized by Google

Register.

A.

Akademie der Wissenschaften in Wien,
Circulare derselben,
über den Cometen 1880*a*. Von *E. Weiss*. 61.
Elemente und Ephemeride des Cometen 1880*b*. Von *J. Holetschek* und *K. Zelbr*. 77.
Telegramm von derselben, die Entdeckung des Cometen 1880*b* anzeigend. 63.

Amphitrite s. Planet (29).

Antigone s. Planet (129).

Anzeigen,
von dem Tode von C. A. F. Peters. 113.
betreffend die »Astronomischen Nachrichten.« 115. 367.
von verkäuflichen Instrumenten. 95.
betr. die vakante Stelle eines Assistenten in Birr Castle, Irland. 255.
literarische:
Berliner astronomisches Jahrbuch für 1882. 47.
E. Dunkin. Obituary notices of astronomers. 159.
A. Ritter. Anwendungen der mechanischen Wärmetheorie auf kosmologische Probleme. 271.
A. de Gasparis. Sviluppo in serie della funzione perturbatrice secondo le potenze del tempo. 271.
Publications of the Cincinnati observatory. Micrometrical measurements of double stars. 287.
B. A. Gould, Uranometria Argentina. 303.

Ariadne s. Planet (43).

Astronomische Nachrichten s. »Anzeigen« u. »Berichtigungen.«

Atala s. Planet (152).

Austria s. Planet (136).

B.

Baxendell's Stern im kleinen Hund, beob. v. *Schmidt* in Athen. 75.

Berichtigungen zu »Astr. N.« Nr. 2275, 334.
2292, 191.
2303, 159.
2309, 239.
2311, 2313, 191. 255.
2314, 239.
2315, 2317, 255.
2318, 271.
2319, 335.
zu Crelle's Rechentafeln. 223.
zu der Bonner Durchmusterung. 333.

Bertha s. Planet (154).

Boeddicker, Dr., Assistent der Seewarte in Hamburg
Planetenbeobachtungen. 49.

Börsch, Anton, Dr., Assistent im geodätischen Institut in Berlin.
Ueber den Einfluss der Wahl verschiedener Nullrichtungen auf die Ausgleichung von Richtungsbeobachtungen. 181.

Bredichin, Th., Professor, Director der Sternwarte in Moskau.
Schreiben an den Herausgeber (betr. Cometenschweife). 265.

Bruhns, C., Professor und Director der Sternwarte in Leipzig.
Mittheilung von Beobachtungen, Elementen und einer Ephemeride des Cometen 1880*b*. 93.
Mittheilung von Elementen und einer Ephemeride des Cometen 1880*b*. 235.
Mittheilung von Elementen des Cometen 1878 I. 277.

Bruns, H., Professor in Berlin.
Ueber die Umkehrung der Bessel'schen Methode der sphäroidischen Uebertragung. 73.

Digitized by Google

Burnham, S. W., in Chicago.
Measures of Sirius. 157.
The double star 85 Pegasi. 239.
Büttner, H., stud. astr. in Leipzig.
Ableitung der Elemente des Cometen 1878 I. 277.

C.

Callisto s. Planet (204).
Cassandra s. Planet (114).
Celuta s. Planet (186).
Ceraski, W., Observator der Sternwarte in Moskau.
Schreiben an den Herausgeber (Neuer veränderlicher Stern). 319.
Ceres s. Planet (1).
Clio s. Planet (84).
Clymene s. Planet (104).
Cometen.
Th. v. Oppolzer. Einige Bemerkungen über die anomalen Bewegungserscheinungen einiger Cometen und über das Widerstand leistende Medium. 225.
Th. Bredichin. Schreiben an den Herausgeber (über Cometenschweife). 265.
Encke's Comet, Vergleichsterne für denselben von *Gould*. 255.
Winnecke's Comet (1819 III).
Th. v. Oppolzer. Ueber den periodischen Cometen Winnecke (1819 III) und das Widerstand leistende Medium. 149.
Th. v. Oppolzer. Elemente und Ephemeride des Winnecke'schen Cometen (1819 III). 337.
Tempel's Comet (1867 III),
beob. 1879 Juni 21, 22, 23. 24, 25, 26 von *Gould* in Cordoba. 287.
Comet 1878 I, dessen Elemente von *Büttner*. 277.
Comet 1879 *c* (Swift) beob. 1879 Juni 22, 24, 26 von *J. Palisa* in Pola. 321.
Comet 1880 *a*.
Schreiben des Herrn Dr. *Gould* an den Herausgeber. 43.
B. A. Gould. On the great comet. 57.
E. Weiss. Untersuchungen über den grossen südlichen Cometen von 1880. 61.
J. Tebbutt. Notice of a large comet. 75.
H. Oppenheim. Elemente des Cometen 1880 *a*. 75.
W. Meyer. Bestimmung einer elliptischen Bahn des grossen Cometen 1880 *a*. 185.
Comet 1880 *a*.
W. Meyer. Bahnbestimmung des grossen Cometen 1880 *a*. 343.
beob. 1880 Febr. 5. von *Gould* in Cordoba. 57.
» 6. » » » » 43.57.
» 7. » » » » 57.
» 8. » » » » 43.57.
» 9. » » » » 43.57.
» 11. » » » » 57.
» 12. » » » » 43.57.
» 14. » » » » 43.57.
» 15. » » » » 43.57.
» 17.18.19 » » » 57.
Comet 1880 *b* (Schäberle).
entdeckt 1880 April 6. von *Schaeberle*. 63.
Elemente und Ephemeride von *Holetschek* und *Zelbr*. 77.
» » *Zelbr*. 79.
» » *Martin*. 95.
» » *Oppenheim*. 127.
» » *Millosevich*. 159.
» » *Copeland* und
» » *Lohse*. 223.
» » *Martin*. 235.
» » *Schaeberle*. 265.
beob. 1880 April 6. von *Schaeberle* in Ann Arbor. 63. 265.
» 8.9.10.11.12.13.14 von *Young* und *Mc. Neill* in Princeton. 237.
» 15.16.17.19 von *Peter* in Leipzig. 79.93.
» 19. von *Tacchini* in Rom. 77.
» 20. » *Peter* in Leipzig. 93.
» 20. » *Schaeberle* in Ann Arbor. 265.
» 20.21.22 von *Young* und *Mc.Neill* in Princeton. 237.
» 22. von *Peter* in Leipzig. 93.
» 22. » *Lohse* in Dunecht. 221.
» 23. von *Copeland* » » 221.
» 25. von *Lohse* » » 221.
» 26. von *Young* u. *Mc. Neill* in Princeton. 237.
» 27. von *Kortazzi* in Nicolajew. 335.

Digitized by Google

Comet 1880 *b* (Schaeberle).
beob. 1880 April 28. v. *Tacchini* in Rom. 157. 159.
» 28. von *Young* u. *Mc. Neill* in Princeton. 237.
» 29. von *Lohse* in Dunecht. 221.
» 30. von *Kortazzi* in Nicolajew. 335.
Mai 1. von *Copeland* in Dunecht. 221.
» 3. von *Young* und *Mc. Neill* in Princeton. 237.
» 4. von *Schaeberle* in Ann Arbor. 265.
» 4. von *Copeland* in Dunecht. 221.
» 5 von *Tacchini* in Rom. 157. 159.
» 5. 6. von *Kortazzi* in Nicolajew. 335.
» 8 von *Copeland* in Dunecht. 221.
» 10 von *Millosevich* in Rom. 279.
» 10. 13. von *Tacchini* in Rom. 159. 279.
» 13. von *Lohse* in Dunecht. 221.
» 14. von *Kortazzi* in Nicolajew. 335.
» 27. 28. von *Tacchini* in Rom.
» 28. von *Kortazzi* in Nicolajew. 335.
Juni 7. 8. von *Kortazzi* in Nicolajew. 335.
Copeland, Ralph, Astronom auf dem Dunecht Observatory bei Aberdeen.
Beobachtungen, Elemente und Ephemeride des Cometen 1880 *b*. 221.
Crelle's Rechentafeln, berichtigt von *Todd*. 223.

D.

Deimos s. Satelliten.
Diana s. Planet (78).
Dido s. Planet (209).
Dione s. Satelliten.
Doberck, W., Astronom auf dem Markree-Observatorium, Collooney, Irland.
Doppelsternbahnen. 39. 191. 283. 285.
Doolittle, C. L., Lehigh Universität, South Bethlehem, Pennsylvanien.
Observations of Jupiter's satellites made at the Sayre Observatory. 241.
Doppelsterne.
Arbeiten von *Doberck*, betreffend:
ζ Cancri 283.
Σ 91. 113. 367. 412. 567. 963. 1074. 1348. 1500. 1639. 1647. 1820. 1825. 1883. 1934. 2106. 2315. 2509. 2525. 3046. . . 39.
O Σ 266. 273. 287. 303. 337. 338. 368. . . 39.
Σ 138. 262. 300. 566. 622. 712. 941. 948. 1126. 2545. 2624. 2998. . . 191.
*O*Σ 2. 4. 18. 20. 34. 37. 50. 52. 79-82. 92. 93. 95. 112. 119. 132. 157. 159. 177. 187. 196. 216. 218. 256. 296. 313. 353. 377. 387. 392. 395. 413. 489. 500. . . 285.
Beobachtungen von *Fedrzejewicz*:
η Cassiop., Androm. 36, ψ¹ Pisc., α urs. min., ζ Pisc., γ Ariet., α Pisc., γ Androm., ι Cassiop., 313.
Beobachtungen von *A. Hall*:
Observations of the companion of Sirius. 319.
Ueber die Mädler'schen Doppelsternmessungen, von *Seeliger*. 73.
The double Star 85 Pegasi, von *Burnham*. 239.
Dynamene s. Planet (200).

E.

Egeria s. Planet (13).
Elsbeth s. Planet (182).
Enceladus s. Satelliten.

F.

Fehler, zufällige, Wahrscheinlichkeitsbetrachtungen über die Vertheilung derselben von *H. Seeliger*. 289.
Ferrero, A., in Florenz.
Note sur un procédé pratique pour établir l'accord entre plusieures bases d'une triangulation 177.
Fides s. Planet (37).
Fortuna » » (19).
Frigga » » (77).

Digitized by Google

G.

Geodäsie.
H. Bruns. Ueber die Umkehrung der Bessel'schen Methode der sphäroidischen Uebertragung. 73.
A. Ferrero. Note sur un procédé pratique pour établir l'accord entre plusieures bases d'une triangulation. 177.
A. Börsch. Ueber den Einfluss der Wahl verschiedener Nullrichtungen auf die Ausgleichung von Richtungsbeobachtungen. 181.
Glan, P., Dr., Privatdocent in Berlin.
Ueber ein Spectrotelescop. 65.
Gould, B. A., Dr., Director der Sternwarte in Cordoba (Argentin. Rep.)
Schreiben an den Herausgeber (Comet 1880 *a*). 43.
On the great comet. 57.
Vergleichsterne für den Encke'schen Cometen. 255.
Observations of Tempel's periodic comet of six years. 287.

H.

Hall, A., Professor in Washington.
Observations of the Companion of Sirius. 319.
Harmonia s. Planet (40).
Hebe » » (6).
Hecuba » » (108).
Hermione » » (121).
Hersilia » » (206).
Hertha » » (135).
Hilda » » (153).
Holden, S., Professor in Washington.
Beobachtungen des Siriusbegleiters. 319.
Holetschek, J., Dr., in Wien.
Elemente und Ephemeride des Cometen 1880 *b*. 77.
Howe, H. A., Assistent der Sternwarte in Cincinnati.
A new approximate solution of Kepler's problem. 273.
Hygica s. Planet (10).
Hyperion s. Satelliten.

J.

Japetus s. Satelliten.
Jedrzejewicz, Dr., in Plonsk.
Mesures micrométriques des étoiles doubles. 305.
Juno s. Planet (3).
Jupiter,
beob. von *Schrader* und *Boeddicker* in Hamburg. 51. 53.
beob. von *Strasser* in Kremsmünster. 349.
der rothe Streifen auf Jupiter beob. von *Schmidt* in Athen. 67
derselbe beob. von *Lohse* in Potsdam. 335.
Jupiterstrabanten s. Satelliten.

K.

Kepler's Problem, neue Lösung desselben von *Howe*. 273.
Knorre, Victor, Dr., Observator der Sternwarte in Berlin.
Anzeige der Entdeckung der Planeten (215) und (216). 79.
Kortazzi, J., in Nicolajew.
Beobachtungen des Cometen 1880 *b*. 335.

L.

Lamberta s. Planet (187).
Laurentia » » (162).
Lehmann-Filhés, Rudolf, Dr., in Berlin.
Ueber die Vertheilung der Radiationspunkte an der Himmelskugel. 353. 369.
Literarische Anzeigen s. Anzeigen.
Lohse, J. Gerh., Astronom auf dem Dunecht Observatory bei Aberdeen.
Beobachtungen, Elemente und Ephemeride des Cometen 1880 *b*. 221.
Lohse, O., Dr., in Potsdam.
Schreiben an den Herausgeber (rother Fleck auf Jupiter). 335.
Luther, Wilh., Stud., in Berlin.
Beobachtungen von Planeten. 257. 259.
Oppositions-Ephemeride von (84) Clio für 1880. 263.
Luther, R., Dr., Director der Sternwarte in Düsseldorf.
Beobachtungen von Planeten. 257. 259. 261.

M.

Mars, beob. von *Schrader* und *Boeddicker* in Hamburg. 49.
beob. von *Strasser* in Kremsmünster. 351.
Micrometer measures of the diameter of Mars, von *H. S. Pritchett*. 69.
Helligkeit des Planeten Mars, von *Y F. Julius Schmidt*. 81.

Digitized by Google

Marssatelliten s. Satelliten.
Marth, A., in London.
Ephemerides of the five inner Satellites of Saturn. 1880—81. 371.
Martin, H., stud. astr. in Leipzig.
Elemente und Ephemeride des Cometen 1880*b*. 95. 235.
Mechanik des Himmels.
A. Souchon. Sur un point de la théorie analytique du système du monde. 209.
Meliboea s. Planet (137).
Metis s. Planet (9).
Meyer, W., Dr., Observator der Sternwarte in Genf.
Bestimmung einer elliptischen Bahn des grossen Cometen 1880*a*. 185.
Bahnbestimmung des grossen Cometen 1880*a*. 343.
Millosevich, E., Professor am Collegium Romanum in Rom.
Elementi parabolici della cometa 1880*b*. 159.
Planetenbeobachtungen. 187. 279.
Beobachtung des Cometen *b* 1880. 279.
Mimas s. Satelliten.

N.

Nebel im Schwan, von *Webb* gefunden, beobachtet von *Schmidt* in Athen. 69.
Neill, Mc., Assistent der Sternwarte in Princeton.
Beobachtungen des Cometen *b* 1880. 237.
Nemausa s. Planet (51).
Neptun, beob. von *Schrader* und *Boeddicker* in Hamburg. 55.
beob. von *Strasser* in Kremsmünster. 351.
Neugebauer, Paul, Dr., in Breslau.
Oppositions-Ephemeride der (37) Fides. 219.

O.

Oenone s. Planet (215).
Oppenheim, H., Dr., in Berlin.
Elemente des Cometen 1880*a*. 75.
Elemente und Ephemeride des Cometen 1880*b*. 127.
v. Oppolzer, Th., Professor, in Wien.
Ueber den periodischen Cometen Winnecke (1819III) und das Widerstand leistende Medium. 149.
v. Oppolzer, Th., Professor, in Wien.
Schreiben an den Herausgeber (Reihenentwicklung). 155.
Einige Bemerkungen über die anomalen Bewegungserscheinungen einiger Cometen und über das Widerstand leistende Medium. 225.
Ueber den von Wartmann im Jahre 1831 gesehenen Planeten. 253.
Elemente und Ephemeride des Winnecke'schen Cometen (1819III). 337.
Oppositions-Ephemeriden
für (37) Fides. Von *Neugebauer*. 219.
» (84) Clio. Von *W. Luther*. 263.
» (182) Elsbeth. Von *Robbers*. 41.

P.

Pales s. Planet (49).
Palisa, J., Director der Sternwarte in Pola.
Entdeckung des Planeten (216). 79.
Zur Auffindung der Planeten (153) und (137). 253.
Beobachtungen auf der Sternwarte von Pola. 321.
a. Cometen- und Planetenbeobachtungen. 331.
b. Meridianbeobachtungen. 325.
c. Veränderliche Sterne. 333.
d. Bemerkungen und Berichtigungen. 333.
Pallas s. Planet (2).
Parthenope s. Planet (11).
Pendelbeobachtungen von *C. F. W. Peters*. 1.17.33.
Penelope s. Planet (201).
Peter, B., Dr., Observator der Sternwarte in Leipzig.
Beobachtungen des Cometen 1880*b*. 79.93.
Peters, C. A. F., Prof., Director der Sternwarte in Kiel.
Anzeige von dem Tode desselben. 113.
Peters, C. F. W. Dr. Observator der Sternwarte in Kiel.
Resultate aus Pendelbeobachtungen (Bestimmung der Länge des einfachen Secundenpendels in Altona). 1. 17. 33.
Peters, C. H. F., Professor und Director der Litchfield Sternwarte in Clinton, N. Y.
Ueber die Helligkeit der Frigga (77). 147.
Phobos s. Satelliten des Mars.
Phthia s. Planet (189).
Pickering, E. C., Director der Harvard College Sternwarte, Cambridge, Amerika.
Observations of the satellites of Mars, made at the Harvard College observatory. 115. 145.

Digitized by Google

Planeten.

v. Oppolzer. Ueber den von Wartmann im Jahre 1831 gesehenen Planeten (Uranus?). 253.

Planeten, kleine.

(1) Ceres beob. von *Schrader* und *Boeddicker* in Hamburg. 49.
» » *R. Luther* in Düsseldorf. 257.
» » *Millosevich* in Rom. 187.
(2) Pallas » » *Schrader* in Hamburg. 49.
» » *Tebbutt* in Windsor N. S. Wales. 269.
(3) Juno » » *Schrader* und *Boeddicker* in Hamburg. 49.
» » *Millosevich* in Rom. 187.
(4) Vesta » » *Schrader* in Hamburg. 49. 51.
(6) Hebe » » *Schrader* und *Boeddicker* in Hamburg. 51.
» » *Millosevich* und *Tacchini* in Rom. 187.
» » *R. Luther* in Düsseldorf. 257.
(9) Metis » » *Schrader* und *Boeddicker* in Hamburg. 51.
» » *Strasser* in Kremsmünster. 351.
(10) Hygiea » » » » » 351.
» » *W. Luther* in Düsseldorf. 257.
(11) Parthenope » *R. Luther* in Düsseldorf. 257.
(12) Victoria » » » » » 257.
» » *Strasser* in Kremsmünster. 351.
(13) Egeria » » *Schrader* in Hamburg. 51.
» » *R. Luther* in Düsseldorf. 259.
(16) Psyche » » *Schrader* in Hamburg. 51.
» » *Strasser* in Kremsmünster. 351.
(19) Fortuna » » » » » 351.
» » *Schrader* und *Boeddicker* in Hamburg. 51.
(24) Themis » » *Palisa* in Pola. 323.
(29) Amphitrite » *Strasser* in Kremsmünster. 351.
(37) Fides. Oppositions-Ephemeride von *Neugebauer.* 219.
(40) Harmonia beob. von *Tacchini* in Rom. 279.
(43) Ariadne » » *Millosevich* in Rom. 279.
(49) Pales » » *Strasser* in Kremsmünster. 351.
(51) Nemausa » » *Millosevich* und *Tacchini* in Rom. 187.
(77) Frigga, über die Helligkeit desselben. Von *C. H. F. Peters.* 147.
(78) Diana beob. von *Tacchini* in Rom. 187.
» » *W. Luther* in Düsseldorf. 259.
(84) Clio, Oppositions-Ephemeride von *W. Luther.* 263.

Planeten, kleine:

(92) Undina beob. von *Strasser* in Kremsmünster. 351.
(104) Clymene » » *Palisa* in Pola 321.
(108) Hecuba » » *R. Luther* in Düsseldorf. 259.
(114) Cassandra » » *Strasser* in Kremsmünster. 351.
(116) Sirona » » » » » 347.
(121) Hermione » » » » » 347.
(129) Antigone » » » » » 347.
(135) Hertha » » » » » 347.
(136) Austria » » » » » 347.
(137) Meliboea aufgefunden von *J. Palisa* in Pola. 253.
(138) Tolosa beob. von *Strasser* in Kremsmünster. 347.
(152) Atala » » » » » 347.
(153) Hilda aufgefunden von *J. Palisa* in Pola. 253.
(154) Bertha beob. von *Strasser* in Kremsmünster. 347.
(162) Laurentia, beob. von *Palisa* in Pola. 323.
(182) Elsbeth, Elemente und Oppositions-Ephemeride von *J. Robbers.* 41.
(186) Celuta, beob. von *R. Luther* in Düsseldorf. 259.
» » *Palisa* in Pola. 321.
(187) Lamberta » » » in » 321.
» » *Strasser* in Kremsmünster. 347.
(189) Phthia » » » » » 347.
(200) Dynamene » *R. Luther* in Düsseldorf. 261.
(201) Penelope » » » » » 261.
» » *Palisa* in Pola 321.
(204) Callisto » » » » » 323.
(205) » » » » » 323.
(206) Hersilia » » *R. Luther* in Düsseldorf. 261.
(207) » » *Palisa* in Pola. 323.
(208) » » » » » 323.
(209) Dido » » *R. Luther* in Düsseldorf. 261.
(210) » » *Palisa* in Pola. 323.
(211) » » » » » 325.
» » *R. Luther* in Düsseldorf. 261.
(215) Oenone entdeckt von *Knorre* in Berlin. 79.
(216) » » *Palisa* in Pola. 79.

Pritchett, C. W., Director der Morrison Sternwarte in Glasgow (Missouri).
Observations of Phobos and Deimos. 45.
Micrometer measures of the diameter of Mars. 69.
Conjunctions of the satellites of Saturn. 153.

Problem der drei Körper in der neuen Störungstheorie von *A. Weiler.* 97. 129. 161. 193.
Keplers Problem, neue Auflösung desselben von *H. A. Howe.* 273.

Psyche siehe Planet (16).

Digitized by Google

R.

Radiationspunkte, Vertheilung derselben an der Himmelskugel. Von *Lehmann-Filhés*. 353. 369.
Reihenentwickelung nach negativen und ungeraden Potenzen. *v. Oppolzer*. 155.
Rhea s. Satelliten des Saturn.
Robbers, J., Dr., in Utrecht.
Elemente und Oppositions-Ephemeride für Planet (182) Elsbeth. 41.
Rümker, George, Director der Sternwarte in Hamburg.
Beobachtungen von Planeten am Meridiankreise der Hamburger Sternwarte. 49.

S.

Satelliten
des Mars, beob. von *Pritchett*. 45.
» » *Pickering*. 115. 145.
» » *Searle*. 115.
» » *Waldo*. 115.
» » *Wendell*. 115. 145.
des Jupiter
Bedeckungen derselben beob. von *Doolittle*. 249.
Vorübergänge » » » » 251.
Verfinsterungen beob. von *Tebbutt*. 37.
» » » *Doolittle*. 247.
Mikrometerbeobachtungen derselben, von *Doolittle*. 241.
des Saturn
Conjunctionen beob. von *Pritchett*. 153.
Ephemeriden von *Marth*. 371.
Saturn, beob. von *Schrader* und *Boeddicker* in Hamburg. 53. 55.
beob. von *Strasser* in Kremsmünster. 351.
Saturnsatelliten s. Satelliten.
Schäberle, J. M., Astronom, in Ann Arbor.
Entdeckung des Cometen 1880 *b*. 63.
Elemente und Ephemeride des Cometen 1880 *b*. 265.
Schmidt, J. F. Julius, Dr., Director der Sternwarte in Athen.
Ueber den rothen Streifen auf Jupiter 1879. 67.
Webb's Nebula im Schwan. 69.
Baxendell's Stern im kleinen Hund. 75.
Helligkeit des Planeten Mars. 81.
Schrader, C., Dr., Observator der Sternwarte in Hamburg.
Beobachtungen von Planeten am Meridiankreise der Hamburger Sternwarte. 49.
Searle, A., am Harvard College Observatorium, Cambridge, Amerika.
Beobachtungen der Marssatelliten. 115.
Seeliger, H., Dr., Privatdocent in Leipzig.
Schreiben an den Herausgeber (Mädler's Doppelsternmessungen). 73.
Wahrscheinlichkeitsbetrachtungen über die Vertheilung zufalliger Fehler. 289.
Siriusbegleiter beob. von *Burnham*. 157.
» » *Hall*. 319.
Sirona, s. Planet (116).
Souchon, Abel, in Paris.
Sur un point de la théorie analytique du système du monde. 209.
Spectroteleskop von *P. Glan*. 65.
Sterne, veränderliche:
Z Librae beob. von *Palisa* in Pola. 333.
Baxendell's Stern im kleinen Hunde beob. von *Schmidt* in Athen. 75.
neue Veränderliche, beob. von *Palisa* in Pola. 333.
» » *Ceraski* in Moskau. 319.
Sternschnuppen. Ueber die Vertheilung der Radiationspunkte derselben an der Himmelskugel. Von Dr. *R. Lehmann-Filhés*. 353. 369.
Störungstheorie von *A. Weiler*. 97. 129. 161. 193.
Strasser. Director der Sternwarte in Kremsmünster.
Planetenbeobachtungen. 347.

T.

Tacchini, P., Director der Sternwarte des Collegium Romanum in Rom.
Osservazione della cometa 1880 *b*. 77.
Nuove osservazioni della cometa 1880 *b*. 157.
Osservazioni di pianeti. 187.
Osservazioni di pianeti e ultime osservazioni della cometa 1880 *b*. 279.
Tebbutt, John, in Windsor, N. S. Wales.
Eclipses of Jupiter's satellites. 37.
Notice of a large comet (1880 *a*). 75.
Observations of Pallas. 269.
Tethys s. Satelliten des Saturn.
Themis, s. Planet (24).

Digitized by Google

Todd, D. P., Assistant Nautical Almanac, Washington. Berichtigung zu Crelle's Rechentafeln. 223.
Todesanzeige betr. C. A. F. Peters. 113.
Tolosa, s. Planet (138).
Trabanten s. Satelliten.

U.

Undina, s. Planet (92).
Uranus, beobachtet von *Schrader* in Hamburg. 55.
» » *Millosevich* in Rom 187.
Vielleicht identisch mit dem von Wartmann 1831 gesehenen Planeten. 253.

V.

Venus, beobachtet von *Schrader* in Hamburg. 49.
Veränderliche s. Nebel und Sterne.
Verfinsterungen s. Satelliten (des Jupiter).
Vergleichsterne, Meridianbeobachtungen derselben von *Palisa* in Pola. 325.
für den Encke'schen Cometen, beob. von *Gould*. 255.
Vesta, s. Planet (4).
Victoria, s. Planet (12).

W.

Wahrscheinlichkeitsbetrachtungen über die Vertheilung zufalliger Fehler. Von *Seeliger*. 289.
Waldo, L., Professor, Assistent am Harvard College Observatorium, Cambridge, Amerika.
Beobachtungen der Marssatelliten. 115.
Wartmann, über den von demselben 1831 gesehenen Planeten. Von *v. Oppolzer*. 253.
Webb's Nebel s. Nebel.
Weiler, A., Professor in Mannheim.
Das Problem der drei Körper in der neuen Störungstheorie. 97. 129. 161. 193.
Weiss, E., Professor, Director der Sternwarte in Wien.
Untersuchungen über den grossen südlichen Cometen von 1880. 61.
Wendell, Assistent am Harvard College Observatorium, Cambridge, Amerika.
Beobachtungen der Marssatelliten. 115. 145.
Widerstand leistendes Medium, Untersuchungen darüber. Von *v Oppolzer*. 149. 225.

Y.

Young, C. A., Professor in Princeton. N. J.
Observations on comet 1880*b*. 237.

Z.

Zelbr, K., Assistent der Sternwarte in Wien.
Elemente und Ephemeride des Cometen 1880*b*. 77. 79.

Kiel. Sept. 2. 1880. Druck von C. F. Mohr.

Digitized by Google

Digitized by Google

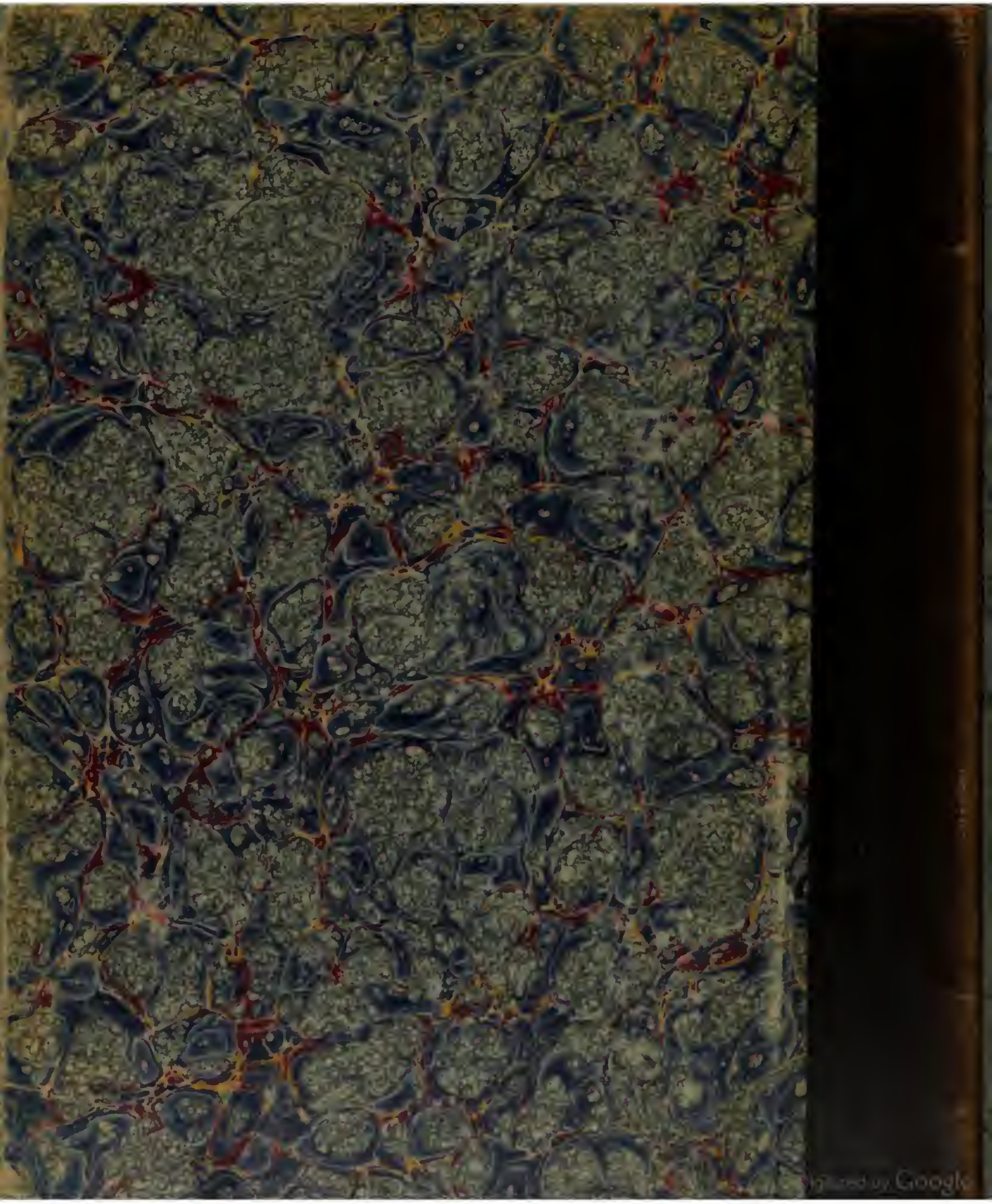
Digitized by Google

THE UNIVERSITY LIBRARY
THE UNIVERSITY LIBRARY
UNIVERSITY OF CALIFORNIA, SANTA CRUZ
SCIENCE LIBRARY

This book is due on the last **DATE** stamped below.
To renew by phone, call **459-2050**.
Books not returned or renewed within 14 days
after due date are subject to billing.

SCI LIB

Series 2477

Digitized by Google

Digitized by Google